

VERHANDELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

EEN EN TWINTIGSTE DEEL.

MET PLATEN.

AMSTERDAM,
JOHANNES MÜLLER.
1881.

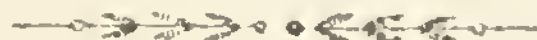
GEDRUKT BIJ DE ROEVER-KRÖBER-BAKELS.

INHOUD

VAN HET

EEN EN TWINTIGSTE DEEL.





LES CORPS
AMNIOTIQUES DE L'OEUF DE L'HIPPOPOTAME,
COMPARÉS À CEUX D'AUTRES MAMMIFÈRES.

PAR

P. HARTING.



Il y a quelque temps le Musée zoologique de l'université profita de la rare occasion, qui lui fut offerte par M. A. A. van Bemmelen, directeur du jardin zoologique de Rotterdam, d'acquérir deux foetus d'Hippopotame, dont les mères avaient été tuées au Congo. Les deux foetus, mis dans un liquide alcoholique, étaient à leur arrivée dans un état de conservation assez satisfaisant. L'un plus petit, long, depuis la bouche à l'anus, de 47,5 centimètres, a la peau encore incolore; l'autre, plus grand, long de 64 centimètres, a la peau fortement pigmentée en couleur d'ardoise, à peu près comme l'animal adulte. Il est donc bien plus avancé en age, quoique que son terme de naissance ne fut pas encore très rapproché. Cela résulte de la comparaison avec le squelette d'un Hippopotame nouveau-né, mort au jardin zoologique d'Amsterdam peu après sa naissance, dont notre musée a fait l'acquisition. La longueur de ce squelette, depuis la bouche jusqu'a l'extrémité de l'os ischii, est de 77 centimètres. D'après une communication de M. Westerman, directeur du jardin zoologique à Amsterdam, qui a eu, comme chacun sait, plus d'une fois l'occasion de constater la durée de la gestation chez l'Hippopotame, cette durée est de 225 jours, c'est à dire

de sept mois et demi. En partant de cette donnée, et en admettant que l'espèce du Congo et celle du Nil soient identiques, on peut conjecturer que le plus petit des deux foetus a un age de cinq mois et le plus grand d'environ six mois, peut-être de six mois et demi. Nous verrons plus bas que cette question d'age présente quelque intérêt.

Au plus petit des deux foetus le seul reste des appendices foetaux est un petit tronçon du cordon ombilical, long de 5,5 centimètres. Quant au plus grand des deux foetus, non seulement le cordon ombilical entier s'y trouve conservé mais aussi une petite portion des membranes foetales (Pl. I, fig. 1).

M. H. MILNE-EDWARDS * est le seul, autant que je sache, qui ait donné une courte description des enveloppes foetales de l'Hippopotame. „Dernièrement," — dit il — „j'ai eu l'occasion de constater que chez l'Hippopotame le placenta est „représenté par de grosses papilles disséminées sur toute la surface du chorion, „à l'exception des deux pôles de l'oeuf, où cette membrane est lisse; j'ajouterai „que le cordon ombilical et l'amnios sont garnis de gros tubercules pyriformes."

Le placenta de l'Hippopotame est par conséquent un placenta diffus, ayant beaucoup d'analogie avec le placenta du Cochon, du Tapir, du Dugong †, des Cétacés et de quelques autres Mammifères, appartenant à des ordres différents. Quant au nom de „papilles", que M. MILNE-EDWARDS a donné aux appendices du chorion, il me semble que ce nom n'est pas très approprié, puisqu'il veut apparremment indiquer par ce nom les touffes de villosités très longues, dont quelques unes se trouvaient encore attachées à un petit reste du chorion, mais s'en détachaient presque aussitôt par le seul maniement de la préparation. Ces touffes de villosités arborissantes (fig. 1) ont en effet une longueur totale d'environ 5 centimètres, mais ne se distinguent ni par leur figure ni par leur structure des villosités placentaires en général, telles qu'on les rencontre chez d'autres mammifères à placenta diffus.

Le cordon ombilical (Pl. I, fig. 1), long de 27 et large de 2,0 à 2,5 centimètres se termine par deux grosses branches (fig. 1 et 2, *d* et *d*), d'où partent quelques vaisseaux allantoidiens §. L'amnios, dont une petite portion est conservée à l'état libre (*c c*), constitue une gaine passablement épaisse autour du cordon ombilical

---

* *Leçons sur la Physiologie et l'Anatomie comparée de l'homme et des animaux.* T. IX, p. 562.

† Voir la dissertation de mon fils, PAUL HARTING: *Het ei en de placenta van Halicore Dugong.* Utrecht 1878.

§ Une section transversale du cordon du plus jeune des deux foetus, à 5 centimètres de distance de l'ombilic (fig. 2), montre quatre artères (*a a a a*) et deux veines (*v v*).

jusqu'à peu près de 2 centimètres de l'ombilic (*a*). Cette partie libre du cordon (*a b*) montre quelques plis spiraux. Toute la gaine amniotique du cordon ainsi que la surface libre de l'amnios est couverte de tubercules sphériques ou pyriformes, dont le diamètre varie de 0,5 à 9 millimètres. A l'amnios libre (*c c*) ces tubercules se trouvent éparses ou par groupes; au cordon ombilical, qui lui seul porte plus de 400 de ces tubercules, il n'y a que très peu d'espace libre, les tubercules en recouvrant la majeure partie, soit en corps isolés soit en petites agglomérations de deux ou de plusieurs de ces corps, soudées les uns aux autres par une partie de leur surface, comme si cette réunion était le résultat de la confluence de quelques uns de ces petits corps, isolés à leur naissance mais se rencontrant par l'effet de leur croissance individuelle.

Chacun de ces corps se trouve en adhérence avec la surface intérieure de la membrane amniotique, tantôt par une base large, tantôt par un pédicelle plus ou moins long et mince, et se détachant très facilement de la membrane de l'amnios. Leur couleur est d'un jaune sale ou d'un brun fuligineux. Au toucher ils présentent une certaine résistance, et en les comprimant entre les doigts ils tendent à reprendre leur forme primitive par l'effet de l'élasticité qui leur est propre dans une certaine mésure.

Ces qualités distinguent ces corps amniotiques déja très notablement des corps allantoidiques du foetus de Dugong, dont mon fils a donné la description, avec lesquels, au premier aspect, ils ont en effet une certaine ressemblance. Aussi la constitution intime de ces petits organes est très différente dans les deux cas. Tous les deux sont composés d'une capsule membraneuse extérieure et d'une substance molle, qui s'y trouve contenue. Mais les tissus qui composent ces deux parties constituantes sont absolument différents dans les deux cas. La capsule extérieure des corps allantoidiques du Dugong se compose d'un tissu fibreux à fibres entrelacées, les mêmes qu'on retrouve dans la paroi du vaisseau auquel il se trouve attaché et dont il n'est en effet qu'une espèce de diverticule. La membrane extérieure des corps amniotiques de l'Hippopotame est au contraire tout à fait amorphe, ne présentant que quelques stries, indices douteux d'une constitution fibreuse (Pl. II, fig. 11). Son épaisseur n'est que de 4 à 6 mmm. Elle ne constitue qu'une sorte de cuticule, recouvrant la masse cellulaire intérieure. Cette dernière offre encore de plus grandes différences. Tout l'intérieur des corps allantoidiques du Dugong est occupé par un tissu aréolaire à mailles fibreuses, dont les cavités communiquent les unes avec les autres, de sorte à ne constituer en fin de compte qu'une seule cavité Dans les corps amniotiques de l'Hippopotame on ne rencontre au contraire qu'un tissu cellulaire à grandes cellules polygonales (fig. 8), dont le diamètre varie de

30 à 90 mmm, les plus grandes occupant le centre de la masse cellulaire. Les parois de ces cellules, quoique très facilement reconnaissables déja à un faible grossissement (fig. 6), n'ont qu'une épaisseur de 0,5 à 0,8 mmm. Ces cellules adhérent fortement les unes aux autres par leurs parois, de sorte qu'en épluchant ce tissu cellulaire avec des aiguilles, on n'obtient jamais des cellules isolées mais seulement des groupes de cellules (fig. 9) se détachant de leur environnage en emportant des fragments des cellules voisines. On n'y rencontre pas des noyaux. Le liquide, qui y est contenu, est très diaphane et l'on n'y voit que quelques petits flocons composés de grains excessivement petits, et dans quelques cellules on remarque aussi des corpuscules solides, ronds ou ovales, refractant fortement la lumière.

En résumé, ce tissu ressemble beaucoup au tissu parenchymateux d'une plante, ou au tissu cellulaire de certaines parties cornées animales, telles que la moëlle des poils de certains mammifères, surtout des espèces de Cerfs, la moëlle des plumes des oiseaux, etc., non seulement par la figure des cellules mais aussi par la forte résistance des parois cellulaires à l'action des acides et des alcalis caustiques. Une solution saturée de potasse caustique fait un peu gonfler les parois et les rend plus claires, de sorte qu'on ne les distingue plus aussi facilement, mais, en saturant, après un séjour d'une demi heure, l'alcali par de l'acide acétique, les parois reparaîssent aussi distinctement qu'avant l'action de la potasse.

La teinture d'iode les colore fortement en brun. La ressemblance à un tissu parenchymateux végétal étant en effet très grande, j'ajoutai à la préparation une goutte d'acide sulfurique dilué de $^1/_4$ d'eau, mais sans obtenir la couleur bleue qui indique la présence de la cellulose. A vrai dire je ne m'y attendais aussi pas, puisque le tissu cellulaire parenchymateux des poils et des plumes, auquel la ressemblance est tout aussi grande, ne présente non plus une coloration bleue par le même réactif.

L'acide nitrique colore les parois en jaune, ce qui indique la présence d'une matière albumineuse.

L'action d'un mélange de la teinture d'iode et de l'acide acétique concentré, réactif que Claude Bernard a préconisé pour la recherche de la substance glucogène dans un cas pareil, auquel nous reviendons plus loin, ne produisait pas la couleur rouge vineuse indice de la présence de cette substance. Faisons observer cependant que les corps amniotiques, ayant été conservés pendant plusieurs mois dans l'alcohol, ont peut-être subi une certaine altération dans leur constitution chimique, et que, pour répondre définitivement à cette question, il faudrait les examiner non seulement à l'état frais mais aussi à un état beau-

coup moins avancé en âge. Leur rôle physiologique est par conséquent encore douteux. Quant à leur origine et leur mode de formation, on peut s'en faire une idée qui s'approche probablement de très près de la vérité. La constitution de la masse cellulaire me semble indiquer qu'elle est née de la couche épithéliale ou épidermique de l'amnios, laquelle dérive à son tour de l'ectoderme de l'embryon. La masse cellulaire constituant la plus grande partie d'un tel corps n'est qu'une excroissance de cette couche, et la cuticule est probablement le résultat d'une sécrétion des cellules situées à la surface de cette masse. Ce qui indique qu'en effet cette cuticule est née de cette manière, c'est que dans les corps amniotiques, dont le diamètre est petit, cette cuticule adhère fortement à la surface des cellules, de sorte à n'en pouvoir être détachée sans déchirure. Cette adhésion de la cuticule diminue à mésure que la grosseur des corps amniotiques s'accroit. Dans les plus grands, qui très probablement sont aussi les plus agés, cette adhésion n'existe plus du tout. En faisant avec des ciseaux une coupure circulaire de la cuticule, on peut enlever la masse intérieure cellulaire en son entier de sorte à ne laisser qu'une capsule béante (fig. 7), uniquement constituée de la cuticule.

Encore un autre fait mérite une certaine attention. Tous les corps amniotiques de dimension petite ou moyenne sont pleins, c'est à dire qu'ils ne montrent aucune cavité sur la section (fig. 5). La masse cellulaire y constitue un ensemble continu, depuis la surface jusqu'au centre. Il en est autrement pour les corps amniotiques plus gros, c'est à dire ceux qui atteignent un diamètre de 6 à 9 millimètres. On y rencontre presque toujours une cavité ordinairement centrale, (fig. 6), mais quelquefois placée excentriquement. Cette cavité n'a pas de paroi propre; elle est simplement bordée par le tissu cellulaire, lequel montre à cet endroit un commencement de dégénerescence des cellules, dont les parois sont déchirées et dont le contenu s'est épanché dans la cavité en forme de petits flocons de substance granuleuse. Il est évident qu'une telle cavité est le résultat d'une action simplement mécanique. Lorsque les cellules ont cessé de se multiplier, la croissance se fait uniquement par le grandissement des cellules; il arrive enfin un terme où ce grandissement cesse pour les cellules centrales mais se continue encore pendant un certain temps pour les cellules voisines de la surface, dont le diamètre augmente encore dans le sens de circonférence (fig. 7 et 8). Les cellules, situées immédiatement sous la cuticule s'aplatissent alors, en perdant la figure polyédrique qui leur était propre au début de la formation du parenchyme cellulaire. Il en résulte que les cellules centrales, emportées, pour ainsi dire, par leurs voisines, perdent leur cohésion, et alors une cavité commence à se former, tout à fait de la même manière que dans la moëlle de la tige de beaucoup de plantes, où la cavité centrale est aussi le résultat de la déhiscence des cel-

het oude gebergte en de jongere tertiaire lagen. Volgt men een van de voetpaden, die naar het zuiden loopen, dan klimt men tegen de koppen dezer lagen naar boven.

De tertiaire lagen bestaan *beneden* uit conglomeraatlagen en kalksteen met foraminiferen; *verder naar boven* uit mergels, zandsteenen en breccië̈n, hoofdzakelijk van andesitisch materiaal.

De dieper liggende conglomeraatlagen zijn vooral verder westelijk goed te bestudeeren. Ze bestaan uit zeer vaste conglomeraten van afgeronde kwarts- en kwartsietstukken, en uit dikkere banken, waarin behalve de reeds genoemde, nog groote brokstukken glimmerschiefer, kwartsietschiefer, kwartsporfier en kalksteen voorkomen. De algemeene richting dezer tertiaire lagen is 40^0 tot 60^0, het invallen 45^0 tot 10^0 naar het zuid-oosten, en dus *niet* overeenkomende met dat van de oude schiefers, die meestal naar het noorden of naar het westen hellen.

(*w. g.*) R. FENNEMA.

Aan deze beschrijving, die geen twijfel overlaat dat hier de oude schieferformatie aan den dag treedt, kan ik nog het volgende toevoegen.

Het *serpentijnschiefer ten noorden* van Poetjangan bestaat mikroskopisch uit eene lichtgroene fijnvezelige massa, die aggregraatpolarisatie vertoont. Daarin liggen zeer vele lichtergroen gekleurde vezels en blaadjes, die een weinig sterker polariseeren. De vezelige dwarsdoorsneden zijn meestal krom; zij schijnen donker te worden, als de lange kanten evenwijdig aan eene nicolhoofdsnede zijn. Men kan deze vezelige partijen tot chrysotil rekenen. Verder is veel octaëdrisch ijzererts voorhanden, waarschijnlijk chromiet. Dit erts is altijd opaak; enkele kleine scherpe octaëdertjes zijn bruin-doorschijnend; ik reken ze echter niet tot chromiet, maar liever tot picotiet; zij hebben ten minste eene groote gelijkenis met de bekende kristalletjes, die men zoo dikwijls ingesloten in olivien aantreft.

Een overschot van de mineralen, waaruit deze serpentijn kan zijn ontstaan, hetzij olivien, diallaag of bronziet, was in de tot nog toe vervaardigde mikroskopische plaatjes niet met zekerheid aan te wijzen.

Het *kwartsporfier*, dat gangvormig in de schiefers optreedt, doet in mikroskopische plaatjes de volgende bestanddeelen zien: groote doffe plagioklazen, die allen nog duidelijke veellingsstreping vertoonen; zij bereiken eene grootte tot 7 millimeter. Orthoklaas kon niet met zekerheid aangetoond worden en schijnt geheel te ontbreken. Heldere kwartsen, dikwijls met kristal-omgrenzing, zelden

grooter dan 3 millimeter. Zij bevatten talrijke, maar kleine, vloeistof-insluitingen met bewegelijk belletje. Verder een weinig pyriet en enkele grootere zeer lichtgeelgroen gekleurde glimmerdoorsneden, die hier niet in de doffe veldspaten liggen, maar talrijk in de grondmassa voorkomen.

De genoemde kristallen liggen porfirisch in een zeer fijnkorrelig kristallijn mengsel van kleine kwartskorrels en lichtgele glimmerblaadjes en vezels; veldspaat is hier niet goed te herkennen; wellicht is dit omgezet in de talrijke lichtgele glimmerdeeltjes, die mij hier van secundairen oorsprong schijnen te zijn. Eene isotrope basis kon niet met zekerheid ontdekt worden. Dit is dus een kwartsporfier met mikrokristallijne grondmassa: volgens ROSENBUSCH een mikrograniet.

Wat de tertiaire gesteenten betreft, zoo komt het mij waarschijnlijk voor, dat de onderste breccien en conglomeraten, benevens de kalk met foraminiferen, tot de *eoceene*, daarentegen de opliggende mergels, zandsteenen en breccien van andesitisch materiaal tot de *mioceene* periode behooren; en wel omdat de oudste andesiet-eruptie in den archipel overal aan het einde der eoceene periode schijnt plaats gehad te hebben. Het is te hopen dat later in deze zandsteenen en breccien duidelijke versteeningen zullen aangetroffen worden, ten einde den ouderdom dezer sedimentaire gesteenten, zoowel als die van het andesiet, nader te kunnen vaststellen.

Het zuidelijk gedeelte van het Serajoegebergte, dat hier het Loh-Oeloe-gebergte is genoemd, kan men naar de twee hooge toppen Midangan (1039 meter) en Paras (519 meter) indeelen in:

1. Een noordelijk gedeelte, ten noorden van de rivier Loh-Oeloe, het *Midangan-gebergte*. Dit bevat de oude schiefers met kwartsporfier, benevens het andesiet van den Midangan zelf.

2. Een zuidelijk gedeelte, ten zuiden van de rivier Loh-Oeloe, het *Parasgebergte*. Dit bestaat uit tertiaire gesteenten, waarschijnlijk beneden uit eoceene, boven uit mioceene lagen.

II. OUDE SCHIEFERS OP ENKELE EILANDEN IN STRAAT SOENDA.

In de straat Soenda (fig. 2), die Java van Sumatra scheidt, liggen verscheidene eilanden, die meest allen uit eruptief materiaal bestaan. Eene uitzondering hierop maken drie der Zutphenseilanden, en het dicht bij Java's wal gelegen Brabandshoedje. Zij werden door mij in de maand Julij van dit jaar bezocht.

Dicht bij den Varkenshoek, zijnde de oostelijkste van de drie zuidelijke punten, waarin Sumatra uitloopt, ligt eene groep eilanden, die den naam „Zutphens-eilanden" draagt.

Zij bestaat uit de eilanden:

1. Rimau besar.
2. Rimau ketjiel (op de Engelsche zeekaarten Fatal Island).
3. De Boompjes-eilanden.
4. De Gebroeders.
5. Hout-eiland.
6. Hoog-eiland.
7. Een eilandje zonder naam, ten zuiden van Hoog-eiland, door mij „Klein-eiland" genoemd.
8. Het eiland Kandang.

Van deze acht bestaan alleen de drie laatsten uit schiefergesteenten. Op het eiland Kandang vindt men grijze schiefers, gedeeltelijk zeer dun geschilferd, gedeeltelijk in dikke banken afgezonderd. Het zijn harde kiezelschiefers, bruingrijs tot lichtgrijs van kleur; richting 145°, invallen naar het Z. W. Hoog-eiland bestaat uit lichtbruingrijze dunschilferige kiezelschiefers. Op Klein-eiland komt een hard chocoladebruin kiezelschiefer voor.

Dezelfde kiezelschiefers komen ook noordelijk van den vulkaan Radja Bassa, op den vasten wal van Sumatra voor, ten oosten van de Lampongbaai, tusschen Tarahan, en Teloeg Betoeng. De schiefers van de Zutphenseilanden zijn als de zuidelijke verlenging van de schiefers bij Teloeg Betoeng te beschouwen, die tusschen Tarahan en den Varkenshoek door de vulkanische producten van den Radja Bassa worden bedekt. Opmerking verdient het dat zij geen van allen kwartsgangen bevatten.

Dicht bij Anjer, niet ver van den vasten wal van Java verwijderd, ligt een zeer klein eilandje, het Brabandshoedje (fig. 2), op de Engelsche zeekaarten „Cap" geheeten. Daar het zeer rotsachtig is en gedeeltelijk ook door koraal is omgeven, is het moeijelijk dit eilandje met eene sloep te naderen, want overal staat vrij hevige branding; het best kan men nog landen aan de N. of N. O. zijde. Het Brabandshoedje bestaat uit verweerde witte kiezelschiefers, waarin voor het bloote oog verweerde veldspaten en biotietblaadjes te zien zijn. Richting der lagen ± 135°, dus N. W. naar Z. O., helling ongeveer 60° naar het N. O. Zij komen dus in richting nog overeen met de lengteas van Sumatra. Door de tamelijk dunne ($^1/_4$ tot 2 en 3 centimeter) lagen loopen dunne kalkspaatsnoeren, maar ook hier ontbreken kwartsgangen. Volmaakt dezelfde zonderlinge kiezelige schiefers met veldspaat en biotiet komen ook in de omstreken

van Teloeq Betoeng voor. Het groote gehalte aan veldspaat en biotiet maakt het niet onwaarschijnlijk, dat het materiaal dezer schiefers voor een groot gedeelte van granietgesteenten afkomstig is, met andere woorden, dat deze schiefers als verkiezelde graniettuffen zijn te beschouwen. Versteeningen zijn nergens in deze vreemde schiefers gevonden.

III. Oude schiefers en dioriet aan den berg Gedéh bij Djasinga.

In 1837 deelde Rigg mede dat aan den berg Gedéh bij Djasinga *graniet* voorkwam, en kort vóór hem had reeds Horner melding gemaakt van granietrolstukken in de Tji Madoer en de Tji Ara aan de zuidkust van Bantam *.

Ofschoon het geschrift van Rigg aan velen bekend was, schijnt niemand zich ooit de moeite te hebben gegeven op de plaats zelve na te gaan, in hoeverre dit bericht waarheid bevatte.

Op blz. 3 van zijne „Bijdrage tot de kennis der Javaansche eruptiefgesteenten" vermeldt Lorié dat door Zöllinger (Petermann's geographische Mittheilungen 1858) gewaagd wordt van de aanwezigheid van graniet op de helling van den Goenoeng Gedéh, hetgeen hij (Zöllinger) ontleent aan Rigg. Dit is echter niet de bekende vulkaan Gedéh bij Buitenzorg, maar het veel kleinere en veel minder bekende bergje Gedéh, ten zuiden van Djasinga. Djasinga ligt nog in de assistent-residentie Buitenzorg, maar niet ver van de grens van Bantam.

Het bergje Gedéh is, volgens de nieuwe topographische kaart, 1020 meter hoog.

Junghuhn heeft de plaats zelf niet bezocht en vermeldt alleen op blz. 8, Band II, van zijn *Java*, duitsche vertaling, dat het voorkomen van graniet hem zeer mogelijk voorkomt, aangezien graniet op het naburige eiland Sumatra bekend is, en hij zelf syeniet op Java gevonden had in den krater van den vulkaan Keloet. Wat intusschen dezen „syeniet" betreft, zoo heeft Lorié bewezen, dat dit hoogst waarschijnlijk kristallijne vulkanische gesteenten, hoornblende-augietandesieten zijn (zie zijn boven aangehaald geschrift, blz. 197—205).

Mocht dus het voorkomen van graniet bij Djasinga ook zeer onzeker zijn, het optreden van oudere eruptiefgesteenten op Java in het algemeen kwam mij veel

---

* L. Horner, Verslag van eene mineralogische reis in de residentie Bantam. *Verhandelingen van het Bat. Genootschap*, Deel XVII, 1ste gedeelte, blz. 29—60. Jonathan Rigg, Sketch of the geology of Jasinga. *Verhandelingen v. h. Bat. Genootschap*, Deel XVII, 2de gedeelte, blz. 121—135.

développement, les plaques offrent une épaisseur qui peut aller quelquefois jusqu'à 3 ou 4 millimètres.

Tous ces appendices de formes si variées sont uniquement composés de cellules, dont chacune contient un grand noyau et une matière granuleuse. Ces cellules ont l'aspect de cellules épidermoidales, plus ou moins aplaties. Ils sont bien plus grands que dans les cas précédents, même chez l'Hippopotame qui s'en approchent le plus. A en juger d'après les figures et le grossissement employé, leur diamètre paraît varier de 60 à 100 mmm. CLAUDE BERNARD distingua encore deux sortes de cellules, savoir les cellules épithéliales et les cellules glandulaires, bien qu'il n'indique pas en quoi leur forme diffère. La seule différence paraît être que les cellules au centre se colorent en rouge vineux par l'addition de la teinture d'iode acidulée par l'acide acétique, tandis que les autres ne se colorent qu'en brun ou pas du tout. Ce sont dont les premières qui contiennent la matière glucogène. Cependant cette différence dans la réaction disparaît plus tard, lorsque la dégénérescence de ces organes commence. Alors aussi les noyaux disparaissent peu à peu, et l'on ne trouve à la fin que des cellules aplaties, toutes dépourvues de noyaux et dans lesquelles il est impossible de constater la moindre trace de matière glucogène.

Je n'ai pas examiné ces corpuscules amniotiques de la vache, mais ayant reçu de M. A. A. VAN BEMMELEN un foetus de Lama (*Auchenia lama*), à peu près frais, je profitai de cette occasion pour en faire l'examen. Ce foetus à une longueur de 29 centimètres. Dès le premier abord on y reconnaît les plaques amniotiques sur la moitié inférieure du cordon ombilical et sur la portion de l'amnios qui y fait suite. Elles sont tellement ressemblantes à celles de la vache, tant par leur figure que par leur composition intime, que les figures données par CLAUDE BERNARD (surtout celles publiées dans les *Annales des sciences naturelles*) peuvent également s'appliquer à celles du Lama, bien que cet animal ait un placenta diffus et la vache un placenta à cotylédons. Aussi la réaction de la teinture d'iode, acidulée par l'acide acétique, produisit dans la plupart des cellules placées à l'intérieur une couleur d'un rouge brunâtre très foncé.

Il résulte de ce qui précède que, bien que la figure des corps, auxquels CLAUDE BERNARD à donné le nom de plaques amniotiques diffère beaucoup de celle des corps amniotiques de l'Hippopotame, ces deux sortes d'organes sont essentiellement comparables et que les derniers ont probablement aussi la même fonction hépatique que les premiers à une période moins avancée de la gestation. La principale différence consiste en ce que les corps amniotiques de l'Hippopotame sont revêtus d'une cuticule, comme d'une capsule, qui contient la masse cellulaire et en délimite les contours. La présence de cette cuticule forte et

très résistante est probablement aussi la cause que la dégénérescence des cellules, bien que se manifestant de même (p. 5), ne fasse pas disparaître les corps amniotiques de l'Hippopotame à une période avancée de la gestation, comme c'est le cas pour les ruminants. Avouons cependant qu'une telle cuticule, qui paraît aussi être présente dans la plupart des autres cas, mentionnés plus haut, doit avoir une notable influence retardatrice sur la fonction que CLAUDE BERNARD a attribué à ces organes, et qu'il est même très difficile de voir comment des corps qui sont tout à fait en dehors de la circulation foetale, puissent suppléer à l'action d'un organe aussi important que le foie.

EXPLICATION DES FIGURES.

PLANCHE I:

Fig. 1. Cordon ombilical du plus grand des deux foetus; *a* ombilic; *b* endroit où commence l'investissement du cordon par la gaine de l'amnios; *ccc* portion de l'amnios; *dd* branches du cordon, vues par transparence à travers la membrane de l'amnios.

» 2. Section transversale du cordon ombilical du plus petit des deux foetus, à 5 centimètres de l'ombilic; *aaaa* artères, *vv* veines.

» 3. Portion terminale du cordon ombilical avec l'amnios, vu du côté opposé que dans la figure précédente; *dd* les deux branches du cordon; *e* endroit où le cordon se bifurque; *ff* vaisseaux allantoidiens, naissant des branches du cordon.

» 4. Touffe de villosités du chorion.

PLANCHE II:

» 5. Section d'un corps amniotique à un faible grossissement; *a* surface de l'amnios; *c* cuticule.

» 6. Section d'un autre corps amniotique, avec une cavité centrale *e*.

» 7. Capsule, constitiuée par la cuticule, après que la masse intérieure cellulaire a été enlevée.

» 8. Section de la masse cellulaire, à un grossissement de 320 fois; *cc* cuticule.

» 9. Un petit groupe de cellules, à un grossissement de 400 fois.

» 10. Portion de la masse cellulaire, voisine de la surface; *c* cuticule en partie détachée.

» 11. Un petit lambeau de la cuticule, vue de sa surface, à un grossissement de 320 fois.

» 12. Corps amniotiques de *Phocaena communis*, à un grossissement de 15 fois.

» 13. Cellules à l'intérieur d'un des corps amniotiques de *Phoeacna*, à un grossissement de 320 fois.

Fig. 1.

Fig. 3



Fig. 2



P. HARTING AD NATURAM DEL.

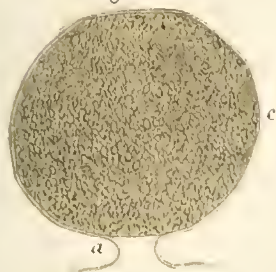

Fig. 5.
c
a


Fig. 6
b
c
a


Fig. 7.


Fig. 8.
c
c


Fig. 4.

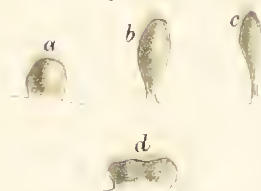

Fig. 12.
a
b
c
d


Fig. 13


Fig. 10
c

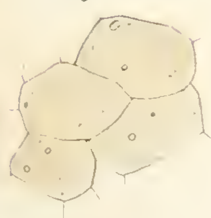

Fig. 9


Fig. 11

NIEUWE
GEOLOGISCHE ONTDEKKINGEN OP JAVA,

DOOR DE MIJNINGENIEURS

R. D. M. VERBEEK en **R. FENNEMA.**

Medegedeeld door den eerstgenoemde.

(MET EEN BLAD TEEKENINGEN).

INLEIDING.

In mijne verhandeling „Over de geologie van Java", in het tijdschrift van het *Aardrijkskundig Genootschap*, Deel I, 1876, blz. 291—299, maakte ik er opmerkzaam op dat van *oudere*, dat wil zeggen *vóórtertiaire*, gesteenten op Java niets met zekerheid bekend was, maar dat hiertoe misschien eenige gabbro's en serpentijnen konden behooren.

Drie jaren later kon LORIÉ nog hetzelfde getuigen in zijn geschrift „Bijdrage tot de kennis der Javaansche Eruptiefgesteenten", Rotterdam 1879, alwaar blz. 267 te lezen is: „Van den ondergrond van Java, de gesteenten waarop de tertiaire en jongere sedimentaire en vulkanische gesteenten rusten, weten wij met zekerheid dus niets."

Eerst weinige weken geleden is deze „ondergrond" van Java ontdekt door den mijningenieur FENNEMA, op eene excursie, die hij maakte ten behoeve der artesische waterverzorging van Gombong.

De ontdekking van oudere gesteenten op den vasten wal van Java was te voorzien, omdat het mij op eene vijfdaagsche reis met het stoomschip *Egeron* in

Julij van dit jaar was gebleken, dat enkele eilanden van de straat Soenda uit dezelfde oude kiezelschiefers bestaan, die ook op den vasten wal van Sumatra gevonden worden, en het niet waarschijnlijk was dat die oudere gesteenten zoo dicht bij Java zouden voorkomen, zonder zich op dat eiland zelf voort te zetten.

In de volgende bladzijden zullen deze nieuwste ontdekkingen van oudere gesteenten kort worden medegedeeld, waaraan ik de beschrijving van enkele zeer merkwaardige en op Java zeldzaam voorkomende jongere gesteenten toevoeg.

I. DE OUDE SCHIEFERFORMATIE OP DE GRENS VAN DE RESIDENTIËN BAGELÉN EN BANJOEMAS.

Ieder die JUNGHUHN's *Java* met aandacht heeft gelezen, zal zich de beschrijving van het zuid-Serajoegebergte herinneren (Duitsche vertaling, Band III, blz. 268—278), alwaar hij de gesteenten gabbro, dioriet, jaspis, talkschiefer en glimmerschiefer opnoemt. Uitdrukkelijk vermeldt JUNGHUHN dat deze gemetamorphoseerde gesteenten „overgangen" vormen in de gewone, niet veranderde, tertiaire gesteenten, en dat zij dus ook tot de tertiaire formatie behooren, al klinkt de uitdrukking „tertiaire glimmerschiefer" ook bevreemdend, zooals hij zelf zegt.

Velen zullen waarschijnlijk met mij die beschrijving eenigszins onduidelijk, en vooral het bewijs der metamorphose — die hoofdzakelijk op rekening gesteld wordt van eruptiefgesteenten, gabbro en dioriet — weinig overtuigend gevonden hebben. Intusschen ontbrak een jonger en meer volledig onderzoek, en kon dus voorloopig tegen JUNGHUHN's opvatting niet veel gezegd worden.

LORIÉ citeert mij daarom verkeerd, als hij op blz. 3 van zijne bovengenoemde brochure schrijft: „zijn (JUNGHUHN's) zoogenaamde „glimmerschiefer" en andere „kristallijne schiefers" zijn volgens VERBEEK gemetamorphoseerde tertiaire gesteenten."

Dit heb ik nergens beweerd, ook niet bedoeld. Ik heb alleen geconstateerd dat JUNGHUHN die meening was toegedaan, om vooral te doen uitkomen dat de uitdrukking „metamorphische rotsen uit het *overgangstijdperk*", die Prof. VETH in zijn *Java*, Deel I, blz. 53, gebruikt, niet gemotiveerd was. Want JUNGHUHN beweert juist het tegenovergestelde, en nieuwere onderzoekingen, die zijne opvatting als onjuist hadden doen kennen, ontbraken toen.

De zinsnede, die tot deze vergissing van LORIÉ aanleiding heeft gegeven, is waarschijnlijk de volgende; zij is te vinden in mijne bovengenoemde verhandeling over de geologie van Java in het tijdschrift van het *Aardrijkskundig Genootschap*, Band I, blz. 292:

„De uitdrukking „metamorphische rotsen uit het *overgangstijdperk*" is niet recht duidelijk. Overal waar JUNGHUHN van glimmerschiefer, talkschiefer, enz. spreekt, bemerkt hij uitdrukkelijk dat het gemetamorphoseerde tertiaire gesteenten zijn." Hier staat duidelijk dat JUNGHUHN die meening was toegedaan. Ik had er toen wel kunnen bijvoegen, dat ik die meening nog niet zoo geheel deelde, maar heb dit achterwege gelaten, omdat ik toen geen enkel direct bewijs voor mijne afwijkende opinie kon aanvoeren.

Ruim een maand geleden was de mijningenieur FENNEMA te Gombong, en deed een geologisch onderzoek in de omstreken, met het oog op artesische watervoorziening van die plaats. Hij maakte van die gelegenheid gebruik om een kort bezoek aan het zuid-Serajoegebergte te brengen, en het bleek hem reeds spoedig dat de „overgangen" van schiefers in tertiaire gesteenten, waarvan JUNGHUHN spreekt, in werkelijkheid niet bestaan; verder dat de schiefers geene versteeningen bevatten, maar wel talrijke kwartsaderen en zelfs kwartsporfiergangen. Hierdoor gelijkt deze formatie geheel op de oude schieferformatie van Sumatra; eene schieferformatie, die bovendien talrijke kwartsaderen en gangen van kwartsporfier bevat, is zeker niet tertiair. De onderste lagen der in de nabijheid voorkomende tertiaire formatie zijn conglomeraten en brecciën, die talrijke brokstukken van de oude schiefers bevatten.

Hier volgt verder woordelijk een kort verslag van hemzelven, waarbij ik een klein kaartje (fig. 1) ter oriënteering voeg; het is eene kopie van de topographische kaart op de schaal van 1 : 100.000.

In Augustus l.l. had de ondergeteekende gelegenheid, dat gedeelte van het zuid-Serajoegebergte in den omtrek van den berg Midangan te bezoeken, waar JUNGHUHN het voorkomen van glimmerschiefer, gabbro en dioriet aangeeft.

Zooals bekend is, geeft JUNGHUHN zich zeer veel moeite om te bewijzen, dat deze glimmerschiefers door metamorphose uit tertiaire lagen ontstaan zijn; dat ze dus van denzelfden ouderdom zijn als de niet veranderde tertiaire lagen uit den omtrek, en dat we dus niet hebben te denken aan ouder gebergte, dat als een eiland uit jongere lagen uitsteekt. De gabbro's en diorieten zouden dan bij die metamorphose eene groote rol gespeeld hebben.

Mijn onderzoek heeft mij tot een geheel tegenovergesteld resultaat geleid. Vooral de groote overeenkomst met het oudere gebergte van Sumatra heeft bij mij geen twijfel gelaten dat hier, op eenige vierkante palen oppervlakte, de oude Sumatraansche schieferformatie met verschillende schiefersoorten, kwartsieten en kwartsgangen aan den dag komt.

In de onderste lagen van het omringende tertiaire gebergte komen breccieën en conglomeraten voor van al de zooeven genoemde gesteenten. Ze bevatten het bewijs, dat wel degelijk dit oudere gebergte zich in vroegeren tijd als een eiland uit de tertiaire zee verhief. Die conglomeraten zijn kustvormingen, waarvan het materiaal door de verbrokkeling van de oudere gesteenten van dit eiland werd geleverd. In een voorloopig bericht als dit, is het de plaats niet de bewijsvoering van JUNGHUHN op den voet te volgen. Ik zal mij hier bepalen tot eene korte opgave van hetgeen op het bedoelde terrein werd waargenomen.

De oude schiefergesteenten komen slechts in een betrekkelijk klein gedeelte van het zuid-Serajoegebergte voor. Het is het gebergte, dat door JUNGHUHN Look-Oeloe-gebergte gedoopt is, en dat $14^1/_2$ paal ($21^3/_4$ kilometer) noordelijk van Keboemen, de waterscheiding tusschen de rivier Serajoe en den bovenloop van de rivier Loh Oeloe vormt. De hoofdrug loopt van Loh Kidang (zie het kaartje) eerst ongeveer W.Z.W.—O.N.O. en buigt ten noorden van Sadang naar het noorden om. Een weinig verder oostelijk loopt een andere rug eveneens naar het noorden; zij vereenigen zich in een smal juk, dat in den top Midangan (1039 meter boven zee) zijn hoogste punt bereikt.

Het gebergte is het gemakkelijkst te bereizen van den pasangrahan dicht bij Sadang uit. Volgt men den nieuwen weg, die van hier in noordelijke richting naar de koffietuinen van den Midangan leidt, dan vindt men voornamelijk de volgende gesteenten:

Glimmerschiefer, bestaande uit kwarts en muscoviet, gewoonlijk zeer verweerd, met talrijke gangen van vetglanzenden helderen kwarts. Naast het witte glimmer komt talk voor, die soms de overhand verkrijgt, waardoor het gesteente in *talkschiefer* verandert. Op andere punten wordt het glimmergehalte zeer gering, en heeft men *kwartsietschiefer*. Verder vindt men veel donkergroene zeer zachte serpentijnschiefers, die duidelijk laagsgewijs optreden.

Met deze schiefers wisselen banken af van rooden hoornsteen. Bij het slaan met den hamer vallen ze in de meest onregelmatige stukken uiteen, door talrijke splijtvlakken, die zich in allerlei richtingen uitstrekken. Vooral deze banken zijn rijk aan kwartssnoeren, die in de gesteentemassa gewoonlijk een samenhangend netwerk vormen.

Somtijds worden deze hoornsteenbanken meer schieferig; ze vormen dan dunne laagjes bruinrood *kwartsiet-* of *kiezelschiefer*, die transversale schiefering vertoonen, en bij het slaan in korte griffelvormige stukjes uiteenvallen.

Verder op het voetpad (meer noordelijk) krijgen *kwartsietlagen* de overhand; zij bevatten eveneens talrijke kwartsaderen, benevens hier en daar graphiet en vrij veel pyriet.

Tusschen al de opgenoemde schiefers liggen verder nog, duidelijk concordant, banken van *bruinroode en gele kalk*, met smalle witte calcietaderen.

Richting en helling zijn, als gewoonlijk in de oude schieferformatie, niet zeer constant. Op $^3/_4$ paal (ruim 1 kilometer) afstand ten noorden van Sadang werd afgelezen: Richting 86^0, helling 84^0 naar zuid; en 120 meter verder: Richting 65^0, helling 59^0 naar noord. Nog 1 paal ($1^1/_2$ kilometer) verder, in de bruinroode kwartsietschiefers, werd waargenomen: Richting 112^0, helling 60^0 naar het noorden. De helling is over het algemeen groot, de richting hier meestal de west-oostrichting naderende, ofschoon met talrijke afwijkingen.

Slaat men bij Segindit het voetpad in, dat oostelijk naar Samagoen leidt, dan vindt men op verschillende plaatsen *kwartsporfiergangen* van 4 tot 10 meter dikte in het glimmerschiefer. Tusschen Kedoeng-Gong en Pesangkalan komt zelfs over meer dan 1 paal afstand eene *samenhangende kwartsporfiermassa* aan den dag.

Dit gesteente, dat reeds onder de rolstukken in de Loh Oeloe de aandacht trekt, bestaat uit eene vleeschroode grondmassa, waarin talrijke groote blauwachtig-witte veldspaatkristallen (ten minste gedeeltelijk plagioklaas) en kleine kwartskorrels verspreid liggen.

De top van den Midangan bestaat uit een jonger eruptief gesteente, namelijk uit *andesiet*.

Langs den weg, die van Sadang westwaarts naar Poetjangan leidt, op den rechteroever van de Loh-Oeloe, vindt men dezelfde gesteenten als boven werden opgegeven Het gebergte is hier echter veel minder ontbloot. Op enkele punten is goed waar te nemen hoe onregelmatig richting en helling der lagen zijn. Op nog geen 20 meter afstand werd afgelezen:

Richting 20^0, helling 36^0 naar west.
Richting 29^0, helling 77^0 naar west.
Richting 14^0, helling 44^0 naar west;

de richting der schiefers wijkt hier belangrijk van de meer oostelijk voorkomende af.

Gaat men van Poetjangan noordwaarts, dan vindt men over meer dan 500 meter een lichtgroen *serpentijnschiefer* ontbloot.

Ongeveer 200 meter links (ten westen) van dit voetpad ligt eene geïsoleerde suikerbroodvormige kalkpartij, waarvan niet kon worden uitgemaakt of ze discordant op de schiefers, dan wel concordant er tusschen ligt. De kalk is donkerblauw van kleur. De helft van de massa bestaat echter uit breede en smalle aderen van kristallijn calciet.

Tusschen Sadang en Poetjangan vormt de Loh-Oeloe-vallei de grens tusschen

het oude gebergte en de jongere tertiaire lagen. Volgt men een van de voetpaden, die naar het zuiden loopen, dan klimt men tegen de koppen dezer lagen naar boven.

De tertiaire lagen bestaan *beneden* uit conglomeraatlagen en kalksteen met foraminiferen; *verder naar boven* uit mergels, zandsteenen en breccië, hoofdzakelijk van andesitisch materiaal.

De dieper liggende conglomeraatlagen zijn vooral verder westelijk goed te bestudeeren. Ze bestaan uit zeer vaste conglomeraten van afgeronde kwarts- en kwartsietstukken, en uit dikkere banken, waarin behalve de reeds genoemde, nog groote brokstukken glimmerschiefer, kwartsietschiefer, kwartsporfier en kalksteen voorkomen. De algemeene richting dezer tertiaire lagen is 40° tot 60°, het invallen 45° tot 10° naar het zuid-oosten, en dus *niet* overeenkomende met dat van de oude schiefers, die meestal naar het noorden of naar het westen hellen.

(*w. g.*) R. FENNEMA.

Aan deze beschrijving, die geen twijfel overlaat dat hier de oude schieferformatie aan den dag treedt, kan ik nog het volgende toevoegen.

Het *serpentijnschiefer ten noorden* van Poetjangan bestaat mikroskopisch uit eene lichtgroene fijnvezelige massa, die aggregraatpolarisatie vertoont. Daarin liggen zeer vele lichtergroen gekleurde vezels en blaadjes, die een weinig sterker polariseeren. De vezelige dwarsdoorsneden zijn meestal krom; zij schijnen donker te worden, als de lange kanten evenwijdig aan eene nicolhoofdsnede zijn. Men kan deze vezelige partijen tot chrysotil rekenen. Verder is veel octaëdrisch ijzererts voorhanden, waarschijnlijk chromiet. Dit erts is altijd opaak; enkele kleine scherpe octaëdertjes zijn bruin-doorschijnend; ik reken ze echter niet tot chromiet, maar liever tot picotiet; zij hebben ten minste eene groote gelijkenis met de bekende kristalletjes, die men zoo dikwijls ingesloten in olivien aantreft.

Een overschot van de mineralen, waaruit deze serpentijn kan zijn ontstaan, hetzij olivien, diallaag of bronziet, was in de tot nog toe vervaardigde mikroskopische plaatjes niet met zekerheid aan te wijzen.

Het *kwartsporfier*, dat gangvormig in de schiefers optreedt, doet in mikroskopische plaatjes de volgende bestanddeelen zien: groote doffe plagioklazen, die allen nog duidelijke veellingsstreping vertoonen; zij bereiken eene grootte tot 7 millimeter. Orthoklaas kon niet met zekerheid aangetoond worden en schijnt geheel te ontbreken. Heldere kwartsen, dikwijls met kristal-omgrenzing, zelden

grooter dan 3 millimeter. Zij bevatten talrijke, maar kleine, vloeistof-insluitingen met bewegelijk belletje. Verder een weinig pyriet en enkele grootere zeer lichtgeelgroen gekleurde glimmerdoorsneden, die hier niet in de doffe veldspaten liggen, maar talrijk in de grondmassa voorkomen.

De genoemde kristallen liggen porfirisch in een zeer fijnkorrelig kristallijn mengsel van kleine kwartskorrels en lichtgele glimmerblaadjes en vezels; veldspaat is hier niet goed te herkennen; wellicht is dit omgezet in de talrijke lichtgele glimmerdeeltjes, die mij hier van secundairen oorsprong schijnen te zijn. Eene isotrope basis kon niet met zekerheid ontdekt worden. Dit is dus een kwartsporfier met mikrokristallijne grondmassa: volgens ROSENBUSCH een mikrograniet.

Wat de tertiaire gesteenten betreft, zoo komt het mij waarschijnlijk voor, dat de onderste breccien en conglomeraten, benevens de kalk met foraminiferen, tot de *eoceene*, daarentegen de opliggende mergels, zandsteenen en breccien van andesitisch materiaal tot de *mioceene* periode behooren; en wel omdat de oudste andesiet-eruptie in den archipel overal aan het einde der eoceene periode schijnt plaats gehad te hebben. Het is te hopen dat later in deze zandsteenen en breccien duidelijke versteeningen zullen aangetroffen worden, ten einde den ouderdom dezer sedimentaire gesteenten, zoowel als die van het andesiet, nader te kunnen vaststellen.

Het zuidelijk gedeelte van het Serajoegebergte, dat hier het Loh-Oeloe-gebergte is genoemd, kan men naar de twee hooge toppen Midangan (1039 meter) en Paras (519 meter) indeelen in:

1. Een noordelijk gedeelte, ten noorden van de rivier Loh-Oeloe, het *Midangan-gebergte*. Dit bevat de oude schiefers met kwartsporfier, benevens het andesiet van den Midangan zelf.

2. Een zuidelijk gedeelte, ten zuiden van de rivier Loh-Oeloe, het *Paras-gebergte*. Dit bestaat uit tertiaire gesteenten, waarschijnlijk beneden uit eoceene, boven uit mioceene lagen.

II. OUDE SCHIEFERS OP ENKELE EILANDEN IN STRAAT SOENDA.

In de straat Soenda (fig. 2), die Java van Sumatra scheidt, liggen verscheidene eilanden, die meest allen uit eruptief materiaal bestaan. Eene uitzondering hierop maken drie der Zutphenseilanden, en het dicht bij Java's wal gelegen Brabandshoedje. Zij werden door mij in de maand Julij van dit jaar bezocht.

Dicht bij den Varkenshoek, zijnde de oostelijkste van de drie zuidelijke punten, waarin Sumatra uitloopt, ligt eene groep eilanden, die den naam „Zutphens-eilanden" draagt.

Zij bestaat uit de eilanden:

1. Rimau besar.
2. Rimau ketjiel (op de Engelsche zeekaarten Fatal Island).
3. De Boompjes-eilanden.
4. De Gebroeders.
5. Hout-eiland.
6. Hoog-eiland.
7. Een eilandje zonder naam, ten zuiden van Hoog-eiland, door mij „Klein-eiland" genoemd.
8. Het eiland Kandang.

Van deze acht bestaan alleen de drie laatsten uit schiefergesteenten. Op het eiland Kandang vindt men grijze schiefers, gedeeltelijk zeer dun geschilferd, gedeeltelijk in dikke banken afgezonderd. Het zijn harde kiezelschiefers, bruingrijs tot lichtgrijs van kleur; richting 145°, invallen naar het Z. W. Hoog-eiland bestaat uit lichtbruingrijze dunschilferige kiezelschiefers. Op Klein-eiland komt een hard chocoladebruin kiezelschiefer voor.

Dezelfde kiezelschiefers komen ook noordelijk van den vulkaan Radja Bassa, op den vasten wal van Sumatra voor, ten oosten van de Lampongbaai, tusschen Tarahan, en Teloeg Betoeng. De schiefers van de Zutphenseilanden zijn als de zuidelijke verlenging van de schiefers bij Teloeg Betoeng te beschouwen, die tusschen Tarahan en den Varkenshoek door de vulkanische producten van den Radja Bassa worden bedekt. Opmerking verdient het dat zij geen van allen kwartsgangen bevatten.

Dicht bij Anjer, niet ver van den vasten wal van Java verwijderd, ligt een zeer klein eilandje, het Brabandshoedje (fig. 2), op de Engelsche zeekaarten „Cap" geheeten. Daar het zeer rotsachtig is en gedeeltelijk ook door koraal is omgeven, is het moeijelijk dit eilandje met eene sloep te naderen, want overal staat vrij hevige branding; het best kan men nog landen aan de N. of N. O. zijde. Het Brabandshoedje bestaat uit verweerde witte kiezelschiefers, waarin voor het bloote oog verweerde veldspaten en biotietblaadjes te zien zijn. Richting der lagen ± 135°, dus N. W. naar Z. O., helling ongeveer 60° naar het N. O. Zij komen dus in richting nog overeen met de lengteas van Sumatra. Door de tamelijk dunne ($^1/_4$ tot 2 en 3 centimeter) lagen loopen dunne kalkspaatsnoeren, maar ook hier ontbreken kwartsgangen. Volmaakt dezelfde zonderlinge kiezelige schiefers met veldspaat en biotiet komen ook in de omstreken

van Teloeq Betoeng voor. Het groote gehalte aan veldspaat en biotiet maakt het niet onwaarschijnlijk, dat het materiaal dezer schiefers voor een groot gedeelte van granietgesteenten afkomstig is, met andere woorden, dat deze schiefers als verkiezelde graniettuffen zijn te beschouwen. Versteeningen zijn nergens in deze vreemde schiefers gevonden.

III. Oude schiefers en dioriet aan den berg Gedéh bij Djasinga.

In 1837 deelde Rigg mede dat aan den berg Gedéh bij Djasinga *graniet* voorkwam, en kort vóór hem had reeds Horner melding gemaakt van granietrolstukken in de Tji Madoer en de Tji Ara aan de zuidkust van Bantam *.

Ofschoon het geschrift van Rigg aan velen bekend was, schijnt niemand zich ooit de moeite te hebben gegeven op de plaats zelve na te gaan, in hoeverre dit bericht waarheid bevatte.

Op blz. 3 van zijne „Bijdrage tot de kennis der Javaansche eruptiefgesteenten" vermeldt Lorié dat door Zöllinger (Petermann's geographische Mittheilungen 1858) gewaagd wordt van de aanwezigheid van graniet op de helling van den Goenoeng Gedéh, hetgeen hij (Zöllinger) ontleent aan Rigg. Dit is echter niet de bekende vulkaan Gedéh bij Buitenzorg, maar het veel kleinere en veel minder bekende bergje Gedéh, ten zuiden van Djasinga. Djasinga ligt nog in de assistent-residentie Buitenzorg, maar niet ver van de grens van Bantam.

Het bergje Gedéh is, volgens de nieuwe topographische kaart, 1020 meter hoog.

Junghuhn heeft de plaats zelf niet bezocht en vermeldt alleen op blz. 8, Band II, van zijn *Java*, duitsche vertaling, dat het voorkomen van graniet hem zeer mogelijk voorkomt, aangezien graniet op het naburige eiland Sumatra bekend is, en hij zelf syeniet op Java gevonden had in den krater van den vulkaan Keloet. Wat intusschen dezen „syeniet" betreft, zoo heeft Lorié bewezen, dat dit hoogst waarschijnlijk kristallijne vulkanische gesteenten, hoornblende-augietandesieten zijn (zie zijn boven aangehaald geschrift, blz. 197—205).

Mocht dus het voorkomen van graniet bij Djasinga ook zeer onzeker zijn, het optreden van oudere eruptiefgesteenten op Java in het algemeen kwam mij veel

---

* L. Horner, Verslag van eene mineralogische reis in de residentie Bantam. *Verhandelingen van het Bat. Genootschap,* Deel XVII, 1ste gedeelte, blz. 29—60. Jonathan Rigg, Sketch of the geology of Jasinga. *Verhandelingen v. h. Bat. Genootschap,* Deel XVII, 2de gedeelte, blz. 121—135.

minder onwaarschijnlijk voor, nadat de oude sedimentaire formatiën van Sumatra, namelijk oude kristallijne schiefers met kwartsgangen en kwartsporfiergangen, op Java zelf, en kiezelschiefers zonder kwartsgangen op de eilanden van straat Soenda waren gevonden.

Ik besloot daarom zoo spoedig mogelijk de plaats bij Djasinga, waar graniet door Rigg was aangegeven, te bezoeken, en volvoerde dit plan in de laatste dagen van Augustus, te zamen met de mijningenieurs Hooze en Fennema.

Een uitvoerig onderzoek kon echter niet plaats hebben, aangezien voor de reis slechts 3 dagen konden besteed worden. De excursie had dan ook alleen ten doel om voorloopig te constateeren of er werkelijk graniet voorkwam. De eerste dag werd besteed voor de reis van Batavia over Buitenzorg naar Nangoeng, waar wij met de meeste gastvrijheid werden ontvangen door den heer P. van Motman, eigenaar van het prachtige landgoed Nangoeng (eigenlijk Tjoeroek Bitoeng geheeten) en van het daaraan grenzende land Sadieng Djamboe; de tweede dag werd besteed voor eene excursie van Nangoeng naar den berg Gedéh en terug, terwijl de derde dag diende voor de terugreis van Nangoeng naar Batavia.

Van Buitenzorg (zie kaartje fig. 3) volgt men in westelijke richting over Dramaga, Tjampéa, Lewiliang en Sadieng Djamboe tot aan Penjawoengan den grooten weg naar Djasinga, slaat dan in zuidwestelijke richting af, en bereikt weldra het landhuis Nangoeng.

Bij Tjampéa begint eene (eoceene?) kalkreeks, de Goenoeng Tjibodas, die rechts van den weg blijft; de weg zelf loopt steeds op de uiterste, zeer flauwe helling van den vulkaan Salak, tot aan Penjawoengan toe. Bij deze plaats beginnen grijze en grauwe mergels en zandsteenen, welke laatsten duidelijk uit andesitisch materiaal bestaan, en waarschijnlijk van mioceenen ouderdom zijn.

Nagenoeg het geheele terrein tusschen Penjawoengan, Nangoeng, Tjisoesoe en Djasinga, schijnt uit deze mioceene gesteenten en verschillende soorten van oudere andesieten (oud mioceene) te bestaan, terwijl jongere vulkanische gesteenten ontbreken. Daarentegen komen bij den berg Gedéh enkele oudere gesteenten aan den dag, zooals hieronder nader blijken zal.

Van Nangoeng (zie fig. 3) loopt eerst in westelijke, dan in noordelijke, richting een rijpad over Tjisoesoe naar Djasinga. Het dorp Tjisoesoe ligt aan de Tji (rivier) Manguntun (ook Mangeunteung geschreven), die aan den berg Gedéh ontspringt. In deze rivier, benevens in haar rechterzijtakje de Tji Rempaq, moesten volgens Rigg de granietblokken voorkomen; aanstaande is het gesteente door hem niet gevonden.

In de bedding der Tji Manguntun vonden wij als aanstaand gesteente, dichte

donkerzwarte en lichtgrijze, zeer harde kiezelschieferlagen; bij de monding van de Tji Rempaq hebben zij eene richting van 51° en eene helling van 23° naar N.W.—Kwartsgangen bevatten zij, zoo het schijnt, niet, slechts een enkel vuistgroot rolstuk van witte kwarts werd gevonden, maar in de schiefers zelven bemerkten wij geen kwartsgangen. Volgens RIGG, moeten deze schiefers in het bed van de Tji Seroea, een hooger gelegen rechter zijtak van de Tji Manguntun, nog vrij hoog tegen den Gedéh te vervolgen zijn.

In de bedding van de Tji Manguntun vindt men, behalve rolblokken van kiezelschiefer, groote losse blokken van een gesteente, dat werkelijk zeer op hoornblendegraniet gelijkt; het kwartsgehalte is echter geringer dan in de meeste granieten, en daarbij doet zich de veldspaat door de fijne streping duidelijk als plagioklaas kennen. Het gesteente behoort dus tot de *kwartsdiorieten.*

De diorietrolblokken komen in de Tji Manguntun zelve voor, van Tjisoesoe tot aan de monding van de Tji Rempaq; boven dit punt houden zij in de hoofdrivier op, maar zijn daarentegen verder te vervolgen in het zijtakje de Tji Rempaq. De tijd was te kort om dit riviertje tot aan den oorsprong te vervolgen, hetgeen bovendien niet mogelijk is zonder voorafgaand open kappen van het struikgewas, want de geheele berg Gedéh is zwaar begroeid. Uit het onderzoek van RIGG blijkt dat de kwartsdioriet in ieder geval niet over groote uitgestrektheid kan voorkomen, en daarom is het waarschijnlijk dat de kwartsdioriet aan den Goenoeng Gedéh alleen voorkomt als één of meer breede gangen in den kiezelschiefer.

Mikroskopisch bevat de kwartsdioriet de volgende bestanddeelen: *plagioklaas* in talrijke grootendeels heldere kristallen met fraaije veellingsstreping. Slechts een klein gedeelte van sommige kristallen is troebel. Ingesloten zijn hoofdzakelijk lichtgroene kristalkorrels van augiet en opaak ijzererts *Kwarts* in zeer heldere talrijke korrels zonder kristalomgrenzing, met zeer veel vloeistof-insluitingen. *Hoornblende*, gedeeltelijk in compacte bruine kristallappen, de dwarsdoorsneden met de bekende stompe hoeken; daarbij ook veel vezelige groene hoornblende, die waarschijnlijk uit augiet is ontstaan *Augiet* in tamelijk groote, uiterst lichtgroen gekleurde, doorsneden; zij zijn steeds voor een gedeelte omgezet in lichtgroene hoornblendenaaltjes (uraliet), welke bij verdere omzetting overgaan in een aggregaat van groene chlorietvezels en bruine glimmerblaadjes. Of het tusschenstadium van uraliet bij de omzetting van alle augietkristallen in chloriet heeft plaats gehad, is niet zeker Mogelijk schijnt het dat de augiet soms direct in chloriet werd omgezet. De heldere augietpartijen zijn optisch, door haar grooteren uitdoovingshoek, van de hoornblende, die daarmede vergroeid voorkomt, gemakkelijk te scheiden. Tamelijk veel waterheldere *apatiet* in korte dikke zuiltjes,

vooral dwars door hoornblende heen. Enkele uiterst licht-rozerood gekleurde korte heldere zuiltjes, eenigszins ruw aan de oppervlakte, houd ik voor zirkoon; ik kon echter geene kwadratische dwarsdoorsneden vinden. *Titaanijzererts* in talrijke zonderling uitgehakte, meer of minder regelmatig hexagonale, kristallen, dikwijls met witten titanomorphiet (leukoxeen) rand *Epidoot*, als omzettingsproduct van hoornblende. Verder uraliet, chloriet en glimmer, als omzettingsproducten van augiet.

Het gesteente is derhalve een *kwartsaugietdioriet.*

Het onderzoek van den berg Gedéh bij Djasinga deed ons dus niet één, maar zelfs *twee* oudere (vóórtertiaire) gesteenten ontdekken. Het is hier nu de plaats, met een enkel woord te spreken over den waarschijnlijken ouderdom dezer gesteenten, waartoe ik even in herinnering moet brengen, wat van dezelfde gesteenten op Sumatra bekend is.

Op Sumatra komen twee schieferformatiën voor; de oudste, die door ons gewoonlijk „de oude schieferformatie” genoemd wordt, bestaat uit kleischiefers, kwartsieten, grauwackenzandsteenen en nog eenige andere gesteenten, *zonder* petrefacten, maar *met* zeer talrijke *kwartsgangen*, die niet zelden een gering goudgehalte bezitten. Hun ouderdom is silurisch of devonisch, of wel misschien gedeeltelijk het eene en gedeeltelijk het andere. Tot deze oude schieferformatie met kwartsgangen reken ik de hierboven opgenoemde, door den mijningenieur FENNEMA ontdekte, oude schiefers van het Midangangebergte.

Een andere schieferformatie bestaat uit mergel- en kiezelschiefers, die concordant bedekt worden door de kolenkalk en daarom door mij tot de culmschiefers zijn gerekend, ofschoon in de schiefers zelven geen petrefacten zijn gevonden, wel in den opliggenden kalksteen. Deze jongere schieferformatie onderscheidt zich van de oudere door het geheel ontbreken van kwartsgangen. Dat echter elders, niet in verband met kolenkalk, voorkomende schiefers, niet altijd met zekerheid tot de eene of andere formatie kunnen gerekend worden, ligt hieraan, dat ook de oude schiefers somtijds zeer weinig of geen kwartsaderen bevatten, en petrographisch ook nu en dan groote gelijkenis met de jongere kiezelschiefers vertoonen. Eene dergelijke onzekerheid heerscht onder anderen ten opzichte van den ouderdom der meermalen genoemde schiefers in de omstreken van Telocq-Betoeng, evenzoo van de schiefers der Zutphenseilanden, van het Brabandshoedje, en nu ook van de kiezelschiefers van den berg Gedéh.

Ten opzichte van de diorieten van Sumatra valt mede te deelen, dat een ge-

deelte overgangen vormt in de oude granieten, die stellig ouder zijn dan de kolenkalk. Een ander gedeelte der dioricten treedt gangvormig in de granietieten op; zij zijn dus jonger dan deze, en sommigen misschien zelfs nog jonger dan de kolenkalk. Tot deze jongere diorieten behooren onder anderen juist de augiethoudende kwartsdiorieten, die mikroskopisch de grootste overeenstemming vertoonen met ons gesteente van Djasinga.

Alles wat wij dus over den ouderdom der schiefers van de Tji Manguntun kunnen zeggen is, *dat zij bijna zeker niet jonger zijn dan de Sumatraansche culmschiefers, maar misschien nog wel ouder kunnen wezen.* Dat zij tot de tertiaire periode zouden behooren, is ten eenenmale onwaarschijnlijk, omdat op Sumatra in de talrijke eoceenafzettingen nergens kiezelschiefer over grootere uitgestrektheid, en evenmin dioriet, voorkomt.

De nieuwe ontdekkingen van allerlei oudere gesteenten op Java werpen nu een geheel ander licht op de geologische samenstelling van dat eiland. Vroeger meende men altijd dat er een zeer groot onderscheid tusschen Java en Sumatra bestond, terwijl nu de overeenstemming langzamerhand begint te blijken, vooral wanneer men zich herinnert dat gabbrogesteenten en serpentijn aan de Tjiletoekbaai en bij Tjiboelakan moeten voorkomen; ik had nog geene gelegenheid deze punten te bezoeken. Het eenige onderscheid, dat tusschen die eilanden werkelijk schijnt te bestaan, is: *dat op Sumatra, en voornamelijk in de Padangsche Bovenlanden, meer oude gesteenten en minder tertiaire lagen, op Java daarentegen veel minder oud gesteente en betrekkelijk meer tertiaire sedimenten aan de oppervlakte voorkomen.*

IV. Perliet en sphaerolietgesteente van Java's eerste punt.

In straat Soenda (fig. 2) liggen verscheidene eilanden achter elkaar op ééne lijn, die uit vulkanisch materiaal bestaan. Verlengt men die lijn ten noorden, dan stuit men op den Radja Bassa, op den vasten wal van Sumatra; ten zuiden wijst die lijn op het Prinseneiland en op den berg Pajoeng, die geheel geïsoleerd aan het zuidwestelijk uiteinde van Java verrijst.

De bedoelde eruptiepunten zijn:

1. *De Radja Bassa*, niet ver van den Varkenshoek; volgens de zeekaart is

deze berg, die als een steile kegel uit zee oprijst, 1341 meter hoog; hiertoe zijn ook te rekenen eenige van de Zutphenseilanden, die uit jong vulkanisch materiaal bestaan (sommigen bestaan uit kiezelschiefers, zie boven).

2. *Poeloe Tiga.* Drie zeer kleine eilandjes ten westen van Ketiembang.

3. *Het eiland Seboekoe* heeft geen vulkaanvorm, maar bestaat uit jong-vulkanische conglomeraten.

4. *Het eiland Sebesi* is een fraaije steile kegel, volgens de zeekaart 859 meter hoog. Het is niet onwaarschijnlijk dat Seboekoe en Poeloe Tiga gedeelten van brokkenstroomen van den Sebesi-vulkaan zijn, die door latere uitspoeling van de zee tot afzonderlijke eilanden werden. In dat geval zijn zij natuurlijk geen afzonderlijke eruptiepunten.

5. *Het eiland Rakata*, bij de zeelieden Krakatau genaamd, bestaat uit vier eilanden: het eigenlijke Rakata, een zeer fraaije, steile, 822 meter hooge kegel; het Verlaten eiland ten N. W.; het Lang eiland ten N. O. en de Poolsche hoed ten N. van Rakata. De laatste drie zijn gedeelten van lavastroomen van den Rakata-piek, nu door de zee daarvan gescheiden.

6. *Het eiland Panah Itam* (*Prinseneiland*), een groot eiland ten noorden van Java's Eerste Punt. Het bestaat waarschijnlijk uit vulkanische gesteenten, maar is tot heden nog door geen geoloog bezocht.

7. *De berg Pajoeng op Java.* Volgens JUNGHUHN is deze berg 1450 parijsche voeten = 471 meter hoog. Hij bezit kegelvorm zonder krater. Ook van dezen berg zijn nog geen gesteenten bekend.

Tot dezen berg kan ook gerekend worden de bijna 40 meter hooge rots bij Java's Eerste Punt (de zuidwestelijke uithoek van Java) waarop de 60 meter hooge vuurtoren is gebouwd *.

Tusschen den berg Pajoeng en Java's Eerste Punt ligt echter sedimentair gesteente; het schijnt dus geen lavastroom te zijn, die in onmiddellijk verband staat met dien berg, maar waarschijnlijk eene gangvorming. Het terrein langs de zuidkust is daar echter nog niet onderzocht. Van de rots bij Java's Eerste Punt had ik gelegenheid eenige gesteentemonsters te onderzoeken, die van daar door den mijningenieur HOOZE waren medegebracht. Het zijn fraaije donkere glasgesteenten, waarin makroskopisch slechts enkele glinsterende veldspaten te zien zijn.

De genoemde 7 punten liggen op ééne lijn, die noch met de lengteas van Sumatra, noch met die van Java overeenkomt; ten opzichte van beide eilanden

---

* Weinige dagen geleden, den 1sten September, heeft die vuurtoren door eene aardbeving zeer zwaar geleden.

is die vulkaanreeks als eene dwarsspleet te beschouwen; zij kan geologisch met hetzelfde recht tot Java als tot Sumatra gerekend worden. Men zal eene beschrijving van deze eruptiepunten en hunner gesteenten vinden in mijne „Topographische en Geologische Beschrijving van Zuid-Sumatra", die met talrijke kaarten en profielen weldra in het Jaarboek van het Mijnwezen in Nederlandsch Oost-Indië zal verschijnen.

De gesteenten van de genoemde eruptiepunten bestaan meestal uit augietandesiet en bazalt. Op Rakata komen ook glasachtige modificatiën van augietandesiet voor. Zij onderscheiden zich weinig van de bekende uiterst eentoonige eruptieproducten, die men aan de overige vulkanen van Sumatra en van Java vindt, en die bijna altijd uit augietandesiet en bazalt bestaan.

Alleen de gesteenten van Java's Eerste Punt verdienen hier eene bijzondere vermelding, daar dergelijke gesteenten tot nog toe op de eilanden van den Indischen Archipel niet zijn aangetroffen.

De hoofdmassa van de rots bestaat uit een donker glasgesteente, waarin voor het bloote oog alleen enkele glinsterende veldspaten te zien zijn.

Mikroskopisch is dit een zeer interessant gesteente. In eene lichtkleurige grondmassa liggen porfirische kristallen van plagioklaas, augiet, hoornblende en een weinig magnetiet. De veldspaat is hier van buitengewone helderheid, meest in brokstukken van kristallen voorhanden, en duidelijke plagioklastische streping vertoonende. Sanidien werd niet zeker gevonden. De augiet is lichtgroen; van barsten, loodrecht op de as ć, gaat eene vezeling evenwijdig aan de as ć zelve uit; deze vezels zijn pleochroïtisch, grasgroen als het licht evenwijdig aan ć, en bruingroen als het loodrecht daarop doorgaat. Ik houd deze vezels voor hoornblendesubstantie; daar vele sneden uit den gordel $o P : \infty P \frac{1}{\infty}$ voorhanden zijn, herinneren deze augieten zeer aan enstatiet, dat, door omzetting in bastiet, dezelfde vezeling vertoont. Intusschen vindt men hier ook verscheidene doorsneden met de vezeling, die scheef uitdooven, en dus monoklien moeten wezen.

De hoornblende, bruingroen van kleur, is in tamelijk talrijke kristalstukken en dwarsdoorsneden voorhanden.

Het merkwaardigste van dit gesteente is de grondmassa, die in overvloed voorhanden is. Zij bestaat uit een waterhelder glas, waarin vooreerst duizenden van de allerfijnste stokjes, niet langer dan 0.015 en niet dikker dan 0.001 millimeter. De kleur is uiterst lichtgroen, maar door de fijnheid schijnen zij bijna ongekleurd, en alleen aan de grootste stokjes is de kleur bemerkbaar. Zij liggen in stroomen achter elkaar, met de lange assen in dezelfde richting en geven aan dit gesteente eene buitengewoon fraaije fluidaalstruktuur. Verder vindt men overal in dit glas *perlitische sprongen*; soms loopen zij cirkelvormig rond en sluiten zich, soms

loopen zij spiraalsgewijs verder, en vormen ongeslotene kromme lijnen. De mikroliethen der glasbasis loopen ongehinderd door deze sprongen voort; het zijn blijkbaar sprongen, die bij de bekoeling van het glas ontstonden.

Tusschen gekruiste nicols ziet men langs de barsten eene flauwe polarisatie, die wel niet alleen als buigingsverschijnsel is op te vatten, maar samen schijnt te hangen met eene uitscheiding van kristallen, misschien van zeoliethische natuur, waardoor ook reeds bij gewoon licht de sprongen troebel zijn. Door deze uitscheiding is de glasmassa in de kleinere perlitische sprongen reeds geheel troebelgeel geworden; de polarisatie blijft echter uiterst zwak. De doorsnede van de groote perlieten is 0.25 millimeter gemiddeld. Het gesteente is derhalve een *perlietporfier*, en wel een *andesietperlietporfier*.

Als *onregelmatig begrensde massa* in het hoofdgesteente komt een bruinachtig, ook witachtig grijs gesteente voor, dat mikroskopisch een ander beeld geeft dan het zooeven beschrevene. Men ziet dezelfde porfirische kristallen in de mikroskopische plaatjes, alleen is zeer weinig augiet voorhanden. De grondmassa is hier op sommige plaatsen gelijk aan die in het vorige gesteente, echter zonder de perlitische sprongen, en verder met dit onderscheid, dat de kleine mikroliethen hier zwartkorrelig zijn omgezet. Op andere plaatsen ziet men waterheldere, onregelmatig begrensde vlekken, waarin concentrische strooken en sectoren, door hunne lichtgele kleur, bemerkbaar worden. Tusschen de nicols ziet men dat de waterheldere partijen vooreerst uit *grootere* kwartskorrels bestaan, die in groot aantal naast elkaar liggen, maar hoofdzakelijk uit een *uiterst fijn* aggregaat van kwartsdeeltjes, die mosaiekpolarisatie geven. Op enkele plaatsen worden de deeltjes zoo klein, dat ze moeielijk nog als kwarts te bepalen zijn; de grondmassa gaat daar van mikrokristallijn in kryptokristallijn over.

De lichtgele sectoren en segmenten, ook wel cirkels, doen zich kennen als zeer fraaije *felsosphaeroliethen*, bestaande uit vezels, die zich om een centrum radiaal hebben gegroepeerd. Bovendien ziet men aan hen dikwijls nog eene ringvormige afzondering, die bemerkbaar wordt door eene afwisseling van gele met lichter gekleurde ringen, en welke waarschijnlijk ontstaan door eene tijdelijke onderbreking der gele vezels. Perlitische sprongen schijnen het niet te zijn.

Andere deelen van de grondmassa zijn bruinachtig troebel, er hebben zich daar veel zwarte korrelige deeltjes en ijzeroxydhydraat afgezet, welk laatste ook als bruine vlekken rondom den magnetiet voorkomt.

Dit gesteente maakt den indruk van zeer aan de werking van vloeistoffen onderhevig te zijn geweest, die het tot in zijn kleinste deeltjes doordrongen en veranderden. De bruine vlekken om het ijzererts en in de grondmassa, het zwartkorrelige der mikroliethen in de grondmassa en gedeeltelijk misschien ook de

afzetting van de kwarts in mikrokristallijne en kryptokristallijne aggregaten, zal wel alles toe te schrijven zijn aan vloeistoffen, die in den peksteen eerst na de vastwording circuleerden. Het is een *andesietpeksteenporfier met spaerolietheen.*

Deze gesteenten zijn iets zuurder dan de meeste augietandesieten en glasgesteenten van Sumatra, die gewoonlijk niet meer dan 61 pCt. $Si\,O_2$ bevatten.

Volgens de analyse van Dr. CRETIER te Batavia bevatten zij:

De *perliet*: 69.80 pCt. $Si\,O_2$, 1.43 pCt. $Ca\,O$, 2.00 pCt. $Na_2\,O$, geen $K_2\,O$, maar niet minder dan 7.37 pCt. $H_2\,O$.

Het *sphaeroliethgesteente* bevat nog meer kiezelzuur, ongeveer 72 pCt., maar daarentegen slechts 3 pCt. water.

De perliet is tot nog toe het eenigste *waterhoudende* glasgesteente van den Indischen Archipel; al de overige peksteenen en obsidianen zijn *watervrij.* Het hooge watergehalte schijnt aan de perlietstructuur bevorderlijk te zijn, en dat die structuur bij geen der andere glasgesteenten is waargenomen, hangt misschien juist daarmede samen dat zij allen watervrij zijn.

Tot nog toe staan de gesteenten van Java's eerste punt, zoowel wat hunne mikroskopische als wat hunne chemische samenstelling betreft, geheel alleen onder de vulkanische gesteenten van den Indischen Archipel.

V. LEUCIETGESTEENTEN VAN DEN VULKAAN MOERIAH EN VAN DEN BERG PATTI AJAIN IN DE RESIDENTIE DJAPARA.

Kort geleden werden mij door den mijningenieur FENNEMA verscheidene slijpmonsters ter onderzoeking afgestaan van gesteenten, door hem verzameld op een verkenningstocht door midden-Java.

Voor het verzamelen van handstukken en het doen van nauwkeurige geologische waarnemingen was op die reis niet veel tijd, aangezien de tocht ten behoeve der artesische waterverzorging plaats had. Intusschen werd hierin zooveel mogelijk te gemoet gekomen door het verzamelen van onverweerde gesteentescherven, ten einde daarvan mikroskopische praeparaten te vervaardigen.

De verzamelde monsters zijn afkomstig van den vulkaan Moeriah, met het voorgebergte Patti-Ajam, Merbaboe, Merapi, Lawoe en Ardjoeno, benevens van den vulkaan Lassem in Rembang aan de noordkust van Java *. Alle monsters,

* De vulkaan Lassem is, volgens de topographische kaart, 806 meter hoog.

met uitzondering van de gesteenten van den Moeriah, bleken bij onderzoek te bestaan uit *augietandesiet* en *bazalt.*

Deze gesteenten schijnen in den Indischen Archipel de hooge vulkaankegels voor het allergrootst gedeelte samen te stellen. Op Sumatra's Westkust en in de residentiën Benkoelen, Palembang en de Lampong'sche distrikten, vond ik de vulkanen ten minste bijna uitsluitend uit die gesteenten samengesteld, en volgens de onderzoekingen van LORIÉ (Bijdrage tot de kennis van de Javaansche eruptiefgesteenten) bestaan de door JUNGHUHN verzamelde jong vulkanische gesteenten van Java, met slechts weinig uitzonderingen, ook uit bazalt en augietandesiet.

Volgens mijne onderzoekingen zijn nu deze twee gesteenten hier in den Archipel geenszins scherp gescheiden, maar moeten veeleer als *olivienvrije* en *olivienhoudende leden* van de groote *augietandesietfamilie* beschouwd worden, welker uitersten in scheikundige samenstelling wel is waar tamelijk ver uit elkaar kunnen staan, maar die door zoo talrijke en geleidelijke overgangen met elkaar verbonden zijn, dat men dikwijls in verlegenheid is of men een gesteente augietandesiet of bazalt zal noemen. Dezelfde moeielijkheid deed zich ook voor bij het onderzoek der Java-gesteenten door LORIÉ, die zelfs enkele gesteenten bazalt noemt, welke in het geheel geen olivien bevatten.

Gaat men echter zoover, dan is eene grens tusschen augietandesiet en bazalt in het geheel niet meer te trekken, want de hoedanigheid der grondmassa en de mikrostruktuur in het algemeen zijn niet voldoende om daarnaar eene classificatie te maken. Daarom komt het mij het beste voor alleen die gesteenten *bazalt* te noemen, waarin het olivien een werkelijk samenstellend bestanddeel van het gesteente uitmaakt, en dus in tamelijk groote hoeveelheid aanwezig is. Voor de gesteenten zonder olivien kan men dan, evenals vroeger, den naam *augietandesiet* bezigen, en voor die gesteenten, welke slechts weinig olivien bevatten, den naam *olivienhoudende augietandesiet* gebruiken.

Dat er ook dan bij sommige gesteenten nog twijfel kan blijven bestaan, of men ze tot deze laatste groep, dan wel tot de bazalten moet stellen, is wel duidelijk, maar doet voor die grensgesteenten weinig ter zake.

Mikroskopisch bezitten de vulkanische gesteenten van Sumatra met die van Java eene zeer groote overeenkomst; intusschen schijnt het mij dat de gesteenten van de Java-vulkanen, vooral die van Midden- en Oost-Java, *hoofdzakelijk bazaltisch,* die van Sumatra daarentegen *hoofdzakelijk augietandesitisch* zijn.

LORIÉ vond bijv. onder de JUNGHUHN'sche Javagesteenten 34 augietandesieten

en 80 bazalten, van welke laatsten er echter verscheidene met evenveel of meer recht tot de augietandesieten gesteld kunnen worden *.

In het gedeelte van Sumatra's Westkust, begrepen tusschen het meer van Maniendjoe ten noorden en den vulkaan Talang ten zuiden, liggen 11 vulkanen. Onder 97 gesteentemonsters van die vulkanen, welke mikroskopisch werden onderzocht, vond ik 70 augietandesieten, 11 olivienhoudende augietandesieten, 7 bazalten en 9 glasgesteenten, wat dus eene geheel andere verhouding dan voor Java geeft.

Ook onder de gesteenten van de vulkanen, gelegen in het terrein tusschen Fort de Kock en Padang Sidempoean, komen meer augietandesieten dan bazalten voor, ofschoon het verschil niet zoo groot is als het zooeven genoemde.

In Zuid-Sumatra vond ik onder 113 gesteenten der vulkanen 88 augietandesieten en slechts 25 bazalten, zoodat ook hier de olivienrijke gesteenten zeer op den achtergrond staan.

Merkwaardig is echter dat, volgens de tot nog toe verkregen resultaten, in den zoo bij uitstek vulkanischen Indischen Archipel *echte trachieten geheel ontbreken*, of *in ieder geval eene hoogst onbelangrijke rol spelen.*

Van de door den ingenieur Fennema verzamelde gesteenten kwamen ter onderzoeking:

	Augietandesieten.	Bazalten.
van den vulkaan Lassem	2	—
„ „ „ Merbaboe en omgeving. . .	—	8
„ „ „ Merapi.	3	—
„ „ „ Lawoe en omgeving	15	6
„ „ „ Ardjoeno en omgeving. . .	3	3
Te zamen	23	17

dus 23 augietandesieten en 17 bazalten, te samen 40 gesteenten.

* Lorié geeft niet alleen in de andesieten, maar zelfs in de bazalten, sanidien aan. Ofschoon ik niet beweer dat in de Java-andesieten nooit sanidien voorkomt, moet ik er toch opmerk-

De monsters van den vulkaan Moeriah en van den daarbij behoorenden berg Patti Ajam bleken echter eene geheel andere samenstelling te bezitten, en wel te behooren tot de *leucietgesteenten*, die, zooals men weet, tot nog toe slechts als hooge zeldzaamheid onder de vulkanische gesteenten van den Indischen Archipel zijn aangetroffen.

VOGELSANG vond de eerste leucieten in buiten-Europeesche gesteenten, en wel in een gesteente van den berg Bantal-Soesoem op het eiland Bawean (medegedeeld door Prof. F. ZIRKEL, in het *Neue Jahrbuch für Mineralogie*, 1875, Seite 175).

Ook in andere buiten-Europeesche gesteenten werden leucieten gevonden, namelijk in de gesteenten der Leucite-hills in Wyoming (F. ZIRKEL, „Ueber die kristallinischen Gesteine längs des 40 Breitegrades in Nordwest-Amerika." *Berichte der k. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften*, 1877); maar dit neemt niet weg, dat het optreden van leuciet in buiten-Europeesche gesteenten eene groote zeldzaamheid gebleven is.

Van het eiland Java zelf waren tot heden alleen leucietgesteenten bekend van den vulkaan Ringgit. Deze werden gevonden bij mikroskopisch onderzoek van de door JUNGHUHN verzamelde gesteenten van dezen berg door LOIRÉ (zie zijn bovengenoemd geschrift, blz. 247—252).

De nieuwe leucietgesteenten zijn afkomstig van den Patti Ajam, een voorgebergte van den vulkaan Moeriah in de residentie Djapara, en van de helling van den Moeriah zelven. De Patti Ajam ligt ten noorden van den grooten postweg, die van Koedoes naar Patti voert, op de zuid-oostelijke helling van den Moeriah; heeft, volgens de topographische kaart, hoefijzervorm, met opening naar het noorden, en verheft zich slechts 348 meter boven zee, terwijl de top van den Moeriah zelven 1595 meter hoog is.

Behalve aan den Patti Ajam, komen ook nog leucietgesteenten voor in het eigenlijke massief von den Moeriah zelven, zooals blijkt uit het bijschrift van het

---

zaam op maken, dat LORIÉ alle ongestreepte veldspaat tot sanidien rekent; het optisch bewijs dat werkelijk sanidien aanwezig is, heb ik echter te vergeefs in zijne verhandeling gezocht. Even goed kan dit plagioklaas zijn, dat zeer dikwijls in ongestreepte enkelvoudige doorsneden en in tweelingen voorkomt. Ik geloof daarom dat een groot gedeelte van de door LORIÉ voor sanidien gehouden veldspaat bij nader onderzoek tot plagioklaas zal blijken te behooren, te meer omdat het voorkomen van sanidien in de bazalten (ook vroeger door ZIRKEL aangegeven) zeer onwaarschijnlijk is. In de andesieten van Sumatra komt wel veel ongestreept veldspaat, maar zelden sanidien voor; de analysen geven dan ook bijna steeds zeer weinig potasch aan.

hieronder beschrevene gesteente N°. 9 „vulkaan Moeriah, Z. W. helling boven Tambaq."

Slechts 7 monsters konden tot heden van deze leucietgesteenten mikroskopisch onderzocht worden; zij zijn afkomstig van den Patti Ajam zelven, van de Moeriah-helling ten noorden van den Patti Ajam en van de Z. W. helling van den Moeriah. Wellicht dat later met verbeterd materiaal nog enkele wijzigingen in de beschrijving der gesteenten zal gebracht worden. De onderzochte monsters bleken tot de *leucitieten* te behooren, daar zij hoofdzakelijk uit leuciet en augiet bestaan. Door het spaarzaam optreden van veldspaat worden overgangen naar de *tephrieten*, en door het optreden van een weinig olivien, overgangen naar de *leucietbazalten* gevormd.

Voor het bloote oog zijn deze leucitieten donkere gesteenten, waarin porfirisch groote donkergroene augietkristallen liggen, die niet zelden van $2^1/_2$ tot 4 millimeter lang zijn; daar de leucieten slechts bij uitzondering 0.5 tot 0.7 millim. groot zijn, en meestal de grootte van 0.05 tot 0.1 millim. niet te boven gaan, zoo zijn de leucieten voor het ongewapend oog in het gesteente moeielijk te ontdekken.

Ik ga nu over tot de mikroskopische beschrijving, en geef daarbij de nommers en bijschriften aan, zooals zij door mij van den mijningenieur FENNEMA ontvangen werden.

N°. 4. Zie hierachter.

N°. 5. *Berg Patti Ajam.*

Porfirisch zijn alleen uitgescheiden groene augiet, ijzererts en enkele zwartkorrelige doorsneden, die hier van phlogopiet afkomstig schijnen te zijn, en door eene omzetting van dit mineraal zijn ontstaan. De *augieten* zijn zeer fraai scherp begrensd, en slechts zeer zwak pleochroïtisch tusschen geelgroen en grasgroen. Dikwijls wisselen grasgroene met uiterst lichtgroene strooken af, waardoor zij eene fraaije gordelstruktuur vertoonen. De meeste augieten zijn enkelvoudige kristallen, maar somtijds bevatten zij één tot vier dunne lamellen in tweelingsstelling. De augieten zijn meest rijk aan interpositie's; voornamelijk een groot aantal apatieten zijn steeds aanwezig in zeszijdige doorsneden en lange stokjes, die dikwijls loodrecht op de hoofdas herhaaldelijk gebarsten zijn. De meeste apatieten zijn waterhelder, enkele echter stofachtig, bruin, door lange smalle interposities, die evenwijdig aan de hoofdas zijn gesteld.

De apatieten liggen soms geheel zonder regel, in alle richtingen, in de augieten; soms liggen zij regelmatig evenwijdig aan de omtrekken der augietdoorsneden. Is het augiet tusschen gekruiste nicols door draaiing van het praeparaat op donker gesteld, dan ziet men de meeste apatietstokjes met fraaije kleuren in

den donkeren augiet liggen; de regelmatig zeszijdige apatietdoorsneden zijn natuurlijk donker, en blijven dit ook bij alle standen van het praeparaat, als zij de geheele dikte van het plaatje innemen.

Verder sluiten de augieten enkele bruine magnesiaglimmerblaadjes in, die zwartkorrelig worden omgezet.

Het *ijzererts*, dat in niet zeer talrijke groote korrels aanwezig is, vertoont dikwijls zeszijdige, echter ook octaedrische doorsneden, en schijnt uitsluitend regulair te zijn, dus tot *magnetiet* te behooren. Apatietkristallen steken niet zelden dwars door het ijzererts heen.

De grondmassa, waarin deze grootere kristallen liggen, is in dit gesteente ruimschoots voorhanden. Zij bestaat uit eene waterheldere massa, die zich geheel voordoet als een isotroop glas, en waarin zeer veel augietkristalkorrels, ertskristalletjes en plagioklaaslijstjes liggen. De augietjes zijn hier zelden grooter dan 0.04 millim., de ertskorrels slechts 0.006 millim. groot. De veldspaatjes zijn allen smal, hoogstens 0.09 millim. lang, en meestal uit vier tot zes lamellen opgebouwd. Sanidien heb ik niet met zekerheid kunnen vinden.

De waterheldere massa eindelijk, die de hoofdmassa van het gesteente uitmaakt, heb ik overal op dubbelbreking onderzocht, maar nergens, zelfs niet met de gevoelige tint van het kwartsplaatje, eenige polarisatie kunnen waarnemen, zoodat men zeer geneigd is, die heldere grondmassa voor glasbasis te houden.

Intusschen komt dit gesteente voor met de hieronder beschrevene gesteenten, waarin duidelijke leucieten aanwezig zijn, maar die overigens met N°. 5 geheel overeenstemmen. Bovendien vond ik in enkele gedeelten van de heldere massa zeer kleine mikroliethen, die zich kransvormig hadden gegroepeerd (evenals in en om leucietkristallen); maar ook deze plaatsen polariseerden niet. Toch houd ik hier de heldere massa voor leuciet, door het verband met de volgende gesteenten. Zooals bekend is, vertoonen doorsneden van kleine leucietkristalletjes ook dikwijls geen spoor van dubbelbreking. En was de heldere massa hier geen leuciet, maar glasbasis, dan zouden wij een augietandesiet van zeer bijzonderen habitus voor ons hebben, namelijk een augietandesiet met zeer veel glasbasis, die alleen porfirische augieten en een weinig glimmer, maar geen porfirische plagioklazen bevatte: een type van augietandesiet, dat mij onder de vele honderden mikroskopisch onderzochte Indische augietandesieten, nog nooit is voorgekomen.

Ofschoon in dit geval de leucietnatuur der schijnbaar isotrope massa zeer waarschijnlijk is, moet men niet vergeten dat het werkelijke optische bewijs, dat men leuciet voor zich heeft, niet kan geleverd worden, en dat in deze en dergelijke gevallen de bepaling als leuciet dikwijls slechts de waarde van eene

subjectieve meening hebben kan; iets waarop ROSENBUSCH te recht opmerkzaam maakte (Mikrosk. Physiographie der massigen Gesteine, blz. 514).

Nog bemerkt men in de grondmassa hier en daar kleine troebel-witte of geelwitte, zwak polariseerende, zeolietachtige deeltjes, die, hetzij uit omzetting van leuciet, hetzij van nephelien, ontstaan zijn. Nephelienkristallen komen hier wel is waar niet voor, maar dikwijls is nephelien, moeielijk herkenbaar, in de grondmassa voorhanden, en alleen op scheikundigen weg te vinden. Behandelt men namelijk een nephelien bevattend plaatje met zoutzuur, dan gelatineert de massa, en na indroging der gelei zijn hierin talrijke chloornatriumkristalletjes waar te nemen. Daar ik echter van dit en de volgende gesteenten slechts zeer weinig plaatjes bezit, kon er geen opgeofferd worden.

Het plagioklaas komt in dit gesteente alleen in zeer kleine kristalletjes in de grondmassa voor; het veldspaatgehalte is zeer ondergeschikt, en lang niet aanzienlijk genoeg om het gesteente tot de tephrieten te stellen. Het is een *leucetiet.*

N⁰. 6. *Vulkaan Moeriah ten noorden van den Patti Ajam.*

Dit gesteente levert zeer fraaije mikroskopische praeparaten. Reeds met de loupe zijn in de dunne plaatjes, naast de groene, tot 4 millimeter groote augieten, een tal van waterheldere, ronde en achthoekige leucietkorrels zichtbaar, die echter slechts zelden $^1/_2$ millim. in doorsnede bereiken, maar meestal kleiner zijn.

Onder den mikroskoop ziet men porfirische kristallen van augiet, leuciet, ijzererts, enkele apatiet- en olivienkristallen, in eene donkere grondmassa.

De *porfirische augieten* gelijken geheel op die in N⁰. 5, bezitten gordelstruktuur met verschillend gekleurde strooken, en sluiten weder buitengewoon veel apatieten in, benevens magnetietkorrels. De meesten zijn enkelvoudige kristallen; echter komt eene merkwaardige gekruiste vergroeiing voor, die in fig. 4 is afgebeeld; het kristal *A* is in gekruiste stelling doorgroeid door het kristal *B*; het kristal *C* is slechts een brokstuk, dat tegen *A* gedrongen is.

Het kristal *A* bevat twee driehoekige stukken *a a*, die evenwijdig aan de korte kristalkanten gestreept zijn, terwijl het gedeelte *b b* evenwijdig aan de lange kanten gestreept is, zooals in de figuur is aangegeven. De drie stukken *a a* en *b b* worden bij draaiing tusschen gekruiste nicols *te gelijk* donker, en wel als de lange kristalkanten 42⁰ met een der nicolhoofdsneden maken. De scherpe kristalhoek bedraagt 67⁰, de doorsnede is dus niet geheel evenwijdig aan het symmetrievlak. Ook het kristal *B* heeft een dergelijk driehoekig stuk *a'* en twee zijstukken *b' b'*, die verschillend gestreept zijn, maar toch allen te gelijk donker worden; hier bedraagt de uitdoovingshoek met de lange kant 45⁰, en de scherpe kristalhoek 73⁰; de doorsnede van *B* is dus ook nog niet geheel

evenwijdig aan het symmetrievlak. Wanneer men *A* op donker heeft ingesteld, moet men nog 20^0 verder draaien om het kristal *B* donker te zien. Het merkwaardigste is echter dat, wanneer men tusschen de gekruiste nicols het praeparaat draait, al de stukken *a a* groen, de stukken *b b* rood of geelrood gekleurd zijn; de driehoekige stukken *a a* steken nu niet alleen door de fijne streping, maar ook door de kleur zeer duidelijk en scherp af tegen de stukken *b b*. Bij verdere ronddraaing, altijd tusschen gekruiste nicols, blijven de stukken *a a* groen, evenzoo de stukken *b b* rood of geelrood, totdat zij tegelijker tijd weder donker worden. Ik heb soms gemeend te bemerken, dat er toch een klein verschil was in uitdoovingshoek van de stukken *a* en *b* van hetzelfde kristal, maar heb dit niet zeker kunnen beslissen. In ieder geval is het verschil dan niet grooter dan 1^0 of hoogstens 2^0.

Iets dergelijks beschrijft L. VAN WERVEKE, van kleine augieten uit een limburgiet van Palma (*Neues Jahrbuch für Mineralogie*, 1879, blz. 483), met dit verschil evenwel dat de 4 kwadranten daar niet allen te gelijk, maar twee aan twee uitdooven; het verschil in uitdooving in sneden, evenwijdig aan het symmetrievlak, bedraagt daar 10° (zie fig. 5), terwijl dat verschil bij het augietkristal uit onzen leuciticet N°. 6, óf nul, óf in ieder geval zeer gering is.

De *leucieten* zijn hier zeer talrijk, meestal 0.2 tot 0.5 millim. groot; slechts enkelen bereiken 0.6 tot 1 millim. in doorsnede. Zij zijn meest rond, echter ook meer of minder onregelmatig achthoekig in doorsnede, waterhelder en slechts met weinige interpositie's voorzien, die zich hier somtijds kransgewijze in de kristallen groepeeren. Deze kransjes, ook wel achthoekjes (fig. 6), bestaan voor een gedeelte uit zeer lichtgroene augietmikroliethjes; daarbij vindt men ronde insluitingen, gedeeltelijk met donkeren rand, luchtporiën waarschijnlijk, en enkele met smallen helderen rand, waarin een bewegelijk belletje, en dus vloeistofinsluitingen. De leucieten vertoonen tusschen gekruiste nicols zeer fraai en duidelijk de bekende tweelingsstreping, waardoor eene verwarring van dit mineraal met andere geheel onmogelijk wordt.

Door de leucieten loopen dikwijls sprongen, van welke uit eene troebeling der leucietsubstantie begint.

Het *magnetiet* is gedeeltelijk in zeshoekige, gedeeltelijk in octaëdrische doorsneden voorhanden, en wordt door apatietjes doorstoken.

Apatiet is niet alleen ingesloten in augiet, maar ook zelfstandig in waterheldere, en ook troebel bruine en grijze kristallen voorhanden. Deze zijn gewoonlijk evenwijdig aan *o P* gebarsten. De troebel stofachtig zeszijdige doorsneden kunnen zeer gemakkelijk met nephelien verward worden, vooral omdat het apatiet hier gedeeltelijk korte dikke zuiltjes vormt.

Olivien komt slechts in zeer enkele kleine spitsrhombische doorsneden voor, die niet grooter dan 0.3 millimeter worden. Zij zijn zeer lichtgroen van kleur, aan de kanten dikwijls met een bruinen omzettingsrand voorzien, op sprongen ook dofgroen veranderd. Zij sluiten kleine apatieten in.

De genoemde kristallen liggen in eene grondmassa, die samengesteld is uit:

1. Smalle augietstokjes, zeer talrijk, hoogstens 0.06 millim. lang, lichtgroen, tot kleine korrels afdalende.

2. Plagioklaaslijstjes, eveneens zeer talrijk, 0.08 millim. lang en kleiner, meestal smal; de grooteren uit 6 tot 8, de kleineren uit 2 tot 4 individuen samengesteld. Sanidien heb ik niet met zekerheid kunnen vinden.

3. Leuciet in weinig talrijke kleine korrels, soms nog met zeer duidelijke streping. De meeste leucieten komen in dit gesteente echter porfirisch voor.

4. Magnetietkorreltjes.

Glasbasis was niet waar te nemen.

Ofschoon dit gesteente onder de porfirische kristallen geen veldspaat bevat, is in de grondmassa toch vrij veel plagioklaas in kleine kristalletjes aanwezig. Het is een *leucitiet*, die hierdoor tot de tephrieten nadert.

N°. 7. *Vulkaan Moeriah, berg Patti Ajam.*

Het gesteente onderscheidt zich van het voorgaande, doordien het leuciet hier niet porfirisch voorkomt, maar geheel in de grondmassa is teruggedrongen. Alleen augiet en magnetiet, benevens zeshoekige bruin- en blauwstofachtige apatiet-doorsneden zijn hier in grootere kristallen voorhanden, en onderscheiden zich in niets van de reeds bij de vorige nommers beschrevene. De grondmassa bevat zeer veel leuciet in kleine korrels, die polarisatie vertoonen, ter grootte van 0.1 millim. en minder; enkelen bezitten mikroliethenkransjes. Maar ook als algemeene ondergrond is leuciet voorhanden, in eene waterheldere massa, die zich voordoet als isotroop. Ik acht het echter onwaarschijnlijk dat hier werkelijke isotrope glasbasis voorhanden is. Verder bevat de grondmassa plagioklaaslijstjes, augietkristalletjes, ertskorrels en enkele apatietzuiltjes, evenals in de vorige gesteenten. *Leucitiet.*

N°. 8. Zie hierachter.

N°. 9. *Vulkaan Moeriah, Z. W. Helling boven Tambaq.*

Een fraai gesteente. Porfirisch liggen groote grasgroene augieten, scherp acht-hoekig begrensde heldere leucieten met fraaie polysynthetische streping, tot 0.5 millim. grootte, nephelien in korte, dikke, ongekleurde, rechthoekige en zeszijdige doorsneden (fig. 7), die hier 0.3 millim. groot worden, en magnetiet, in eene grondmassa, die bestaat uit kleine leucietkorrels in groot aantal, meest met eene doorsnede van 0.03 millim.; augietkristalletjes, die hier tot zeer fijne

mikrolietbjes van 0.01 millim. en minder afdalen; magnetiet en apatiet. Plagioklaas ontbreekt.

Dit is het fraaiste van de onderzochte praeparaten. Het leuciet komt zoowel in groote porfirische kristallen, als zeer talrijk in de grondmassa voor, en de nephelienkristallen zijn hier zeer duidelijk. Zij zijn, behalve door hun vorm, ook gemakkelijk te herkennen aan talrijke barsten, waarvan eene troebele zeolietbiseering begint (zie fig. 7). *Leucitiet.*

N°. 10. *Vulkaan Moeriah, berg Patti Ajam.*

Porfirisch groote groene augieten met de bekende insluitingen van apatiet en ijzererts en een enkel glimmerblaadje; 0.8 millim. groote olivienen, in niet talrijke, meer of minder regelmatig langwerpige en rhombische doorsneden, die bijna ongekleurd zijn. Door de kristallen loopen enkele dofdonkergroene sprongen. De olivienen zijn zeer zuiver en sluiten alleen groenachtig-bruin-doorschijnende octaedertjes van picotiet of eenige andere spinelsoort in; zij zijn grooter dan ik ze tot nog toe in eenig gesteente van den Indischen Archipel vond, en bereiken doorsneden van 0.03 millim. Augiet en olivien zijn de eenigste porfirische kristallen in dit gesteente. De grondmassa bestaat uit leuciet in talrijke kleine korrels en ook als ondergrond; zeer veel augiet, dat hier weder in kleine kristalkorreltjes en mikrolietbjes voorkomt, magnetiet en weinig plagioklaas. De leucieten der grondmassa zijn hier meestal 0.05 millim. groot. *Leucitiet met enkele groote olivienen*; daardoor een overgang vormende naar de leucietbazalten.

N°. 11. *Vulkaan Moeriah, berg Patti Ajam.*

Grasgroene augieten, enkele nagenoeg ongekleurde oliviendoorsneden, magnetiet, apatiet en vrij talrijke bruinzwart-korrelig-omgezette phlogopietdoorsneden van onregelmatigen vorm, zijn hier de porfirische uitscheidingen.

De augieten leveren hier niets bijzonders; zij vertoonen fraaie gordelstruktuur, met verschillende kleuren der gordels; de olivienen zijn niet in talrijke, maar in groote individuen (tot 2 millim.) voorhanden. Zij zijn hier niet omgezet in serpentijn, maar bezitten een bruinen omzettingsrand van ijzeroxydhydraat. Langs barsten in de kristallen liggen zeer talrijke bruine interposities, gedeeltelijk rond met een vast blaasje, gedeeltelijk in den vorm van spitorhombische octaedertjes, die met de lange as loodrecht op de as $\bar{c}$ van het olivienkristal liggen. Daar zij niet overal in den olivien, maar alleen langs de barsten en scheuren voorkomen, zullen zij wel geen oorspronkelijke interposities zijn, maar waarschijnlijk door omzetting van de oliviensubstantie zelve ontstaan, door inwerking van vloeistoffen, die op die spleten circuleerden.

De magnetietkristallen vertoonen niets bijzonders. De apatieten zijn hier ge-

deeltelijk helder, gedeeltelijk bruin door fijne interposities, die evenwijdig aan de hoofdas loopen, en misschien uit eene aaneenvoeging van kleine korreltjes bestaan. De dwarsdoorsneden zijn daardoor troebel-korrelig. Zij bereiken de aanzienlijke lengte van 0.75 millim. bij 0.08 millim. dikte, en zijn herhaaldelijk loodrecht op de hoofdas, door barsten verdeeld.

Slechts op enkele plaatsen kon eene duidelijke, sterk absorbeerende glimmerdoorsnede opgespoord worden, te midden van onregelmatig begrensde korrelige doorsneden, die bestaan uit eene opeenhooping van ertskorrels, waartusschen bruin ijzeroxyd in dunne blaadjes en vlekken voorkomt. Deze korrelige doorsneden schijnen hier, evenals in N⁰. 5, door omzetting van phlogopiet te zijn ontstaan. In andere plaatjes is deze omzetting duidelijker te vervolgen (zie hieronder).

De grondmassa bestaat hier uit leuciet, plagioklaas, augiet en magnetiet, alles in kleine korrels en kristalletjes, het leuciet bovendien als isotrope ondergrond. De leucietkorrels zijn hier zelden goed optisch waar te nemen. Verder kleine bruine ijzeroxydvlekken en een tal van bruin-doorschijnende korreltjes, die dikwijls van de ertskristallen en van de zwartkorrelige glimmerdoorsneden uitgaan. Een *leucitiet*, door het oliviengehalte met de leucietbazalten verwant.

N⁰. 12. *Vulkaan Moeriah, berg Patti Ajam.*

Porfirisch: augiet, zeer weinig olivien, magnetiet, apatiet en zwartkorrelig omgezette glimmerdoorsneden, evenals in het vorige gesteente. Het bevat echter minder olivien dan N⁰. 11. De grondmassa bestaat hier uit leuciet, augiet tot in zeer kleine korrels, magnetiet en zeer weinig plagioklaas.

Het leuciet vormt hier niet alleen een isotropen ondergrond, maar komt ook in talrijke korrels voor, die tot 0.15 millim. grootte bereiken en dan nog zeer dikwijls de polysynthetische streping vertoonen. Een *leucitiet* met weinig olivien.

Dit zijn al de gesteenten uit de collectie, door den ingenieur Fennema verzameld, die leuciet bevatten. Kort geleden ontving ik van den mijningenieur van Heuckelom te Samarang nog enkele gesteenten, door hem op mijn verzoek verzameld van den vlakken zuidvoet van den Moeriah, tusschen dezen berg en den Patti Ajam. De Moeriah daalt namelijk in zuidelijke of zuidoostelijke richting eerst af tot eene flauwhellende vlakte, die bij het dorp Masin slechts 175 meter boven zee ligt, om zich dan nog eens te verheffen in den Patti Ajam tot eene hoogte van 348 meter; dit laatste gebergte daalt ten zuiden zeer snel

naar den grooten weg van Koedoes naar Patti, die slechts 20 meter boven zee ligt.

De mijningenieur VAN HEUCKELOM deelt mede dat op deze vlakte en ook aan den Patti Ajam geen lavastroomen, maar alleen klei met losse blokken, gedeeltelijk in conglomeraatlagen, voorkomen, en dat lavastroomen, indien zij er zijn, alleen kunnen voorkomen in het hooger gelegen gedeelte van den Moeriah, dat nog niet onderzocht is. De Patti Ajam is, volgens hem, *geen* zelfstandig eruptiepunt.

Van de 8 gezondene monsters zijn er 5 (N^0. 1 H.—5 H.) afkomstig van de dessa Kepangen, en wel van blokken uit de rivier Gilingan. N^0. 6 H. is van dessa Regoeling (Ngergoeling op de kaart), N^0. 7 H. van Masin en N^0. 8 H. van Soedo.

Bij het mikroskopisch onderzoek bleek, dat deze gesteenten wel tot de leucietgesteenten behooren, maar een geheel ander karakter hebben dan de hierboven beschrevene. Terwijl deze laatste toch leucietgesteenten zijn met een ondergeschikt gehalte aan plagioklaas, zijn de gesteenten van de collectie VAN HEUCKELOM *tephrieten*, of liever augiet- en hoornblendehoudende andesieten, met een afwisselend gehalte aan leuciet. Soms is de hoeveelheid leuciet belangrijk, soms zeer gering, en daarbij door de kleinheid der leuciet-individuen nog moeijelijk te ontdekken. Na het onderzoek dezer gesteenten ben ik tot de overtuiging gekomen dat twee gesteenten: N^0. 4 en N^0. 8 van de collectie FENNEMA, afkomstig van den vulkaan Moeriah, die ik tot de andesieten had gerekend — ofschoon hun habitus zeer van de overige andesieten afwijkt, en veel overeenstemming vertoont met de leucietgesteenten — waarschijnlijk ook tot de tephrieten behooren, welker leucietgehalte echter zeer gering is, en geheel in den isotropen ondergrond is teruggedrongen.

Ik geef hier daarom de beschrijving van deze twee gesteenten, die hierboven werden overgeslagen, en laat dan de beschrijving van de door VAN HEUCKELOM verzamelde gesteenten volgen, echter, om eindelooze herhalingen te vermijden, zoo kort mogelijk.

N^0. 4. *Vulkaan Moeriah* (collectie FENNEMA).

Porfirisch zijn de volgende kristallen uitgescheiden: zeer veel plagioklaas in frissche kristallen, misschien een weinig sanidien, augiet met veel apatiet, geheel overeenkomende met de augieten der leucietgesteenten; magnetiet, phlogopiet, lichtbruin, duidelijk tweeassig.

De grondmassa bestaat uit plagioklaas, kleine augietjes, magnetiet, en, overal tusschen de kristallen verspreid, een troebel geelwit zeolietachtig mineraal.

Ofschoon dit gesteente nergens herkenbaar leuciet bevat, is ten eerste opvallend

de groote overeenstemming der augietkristallen met die uit de leucitieten, die in fraaie scherpe vormen voorkomen en zeer talrijke apatieten insluiten; ten tweede het aanwezig zijn van phlogopiet, welk mineraal mij in de echte augietandesieten nog nooit is voorgekomen, maar wel in de leucietgesteenten (zie hieronder) is neêrgelegd; ten derde het zeolietgehalte, dat hier wel uit omzetting van leuciet ontstaan kan zijn. Dit alles te zamen genomen, meen ik dat dit gesteente niet tot de augietandesieten, maar tot de *tephrieten* behoort, welker gehalte aan leuciet hier echter gering, en alleen in de grondmassa aanwezig is.

N⁰. 8. *Vulkaan Moeriah, noordelijk van den Patti Ajam* (collectie FENNEMA).

Bevat porfirisch: augiet met apatiet ingesloten, plagioklaas, magnetiet, en enkele korrelig omgezette glimmerdoorsneden; de grondmassa bestaat uit plagioklaas, augiet, magnetiet en isotrope massa, waarin talrijke troebele zeolietdeeltjes. Leuciet is ook hier niet te zien, maar ik reken het gesteente, om dezelfde redenen als het vorige, tot de *tephrieten.*

N⁰. 1 H. *Vulkaan Moeriah, Z Z.O. helling dessa Kepangen, rivier Gilingan.* (Deze en de volgende nommers van de collectie VAN HEUCKELOM).

Geslagen van rolblokken in de rivier. In handstukken zijn het allen fijnkorrelige tot dichte groenachtig-grijze gesteenten, waarin voor het bloote oog alleen donkergroene porfirische kristallen van augiet en enkele zwarte hoornblendenaalden te zien zijn.

N⁰. 1 H. bevat in mikroskopische plaatjes:

Porfirisch: augiet met veel apatiet ingesloten, donkerbruine hoornblende in groote kristalstukken en dwarsdoorsneden, zeer sterk absorbeerend, aan den rand en op barsten zwartkorrelig omgezet, eveneens met veel ingesloten apatiet. Verder zwartkorrelig omgezette doorsneden van glimmer, waarschijnlijk phlogopiet (zie later); de kleine zijn gewoonlijk geheel donkerzwart korrelig geworden; zij komen geheel overeen met de zwart-korrelige doorsneden uit de hierboven beschreven N⁰. 5 en N⁰. 11 (collectie FENNEMA). Zeer veel plagioklaas in frissche kristallen met fraaie streping. Ook enkele waterheldere sanidienen in tweelingen en enkelvoudige doorsneden. Octaedrisch ijzererts. Enkele bruine apatieten. Deze kristallen liggen in eene grondmassa, die bestaat uit veel plagioklaas- en augietstokjes en magnetietkorrels. Daartusschen enkele waterheldere korrels ter grootte van 0.04 millim., die men wel tot leuciet mag rekenen, ofschoon geen streping of polarisatie kon waargenomen worden. Eindelijk eene ruimschoots voorhandene isotrope massa, waarvan het onbepaald moet blijven of het eene werkelijk isotrope glasbasis, dan wel leucietdeeltjes zijn.

Een *tephriet* met gering leucietgehalte.

N⁰. 2 H. *Zelfde vindplaats als* N⁰. 1 H.

Porfirisch zijn uitgescheiden: veel plagioklaas, weinig sanidien, augiet, weinig zwart-korrelige glimmer, magnetiet en tamelijk groote leucieten, die hier 0.4 millim. in doorsnede bereiken.

Grondmassa van zeer fijne augiet-magnetiet- en plagioklaasdeeltjes, benevens een weinig isotrope massa, waarin troebele zeolietdeeltjes. *Tephriet.*

N°. 3 H. *Zelfde vindplaats als* N°. 1 H.

Porfirisch: plagioklaas, minder sanidien, in zeer fraaie waterheldere kristallen tot 2 millim. grootte, met plagioklaaskristalletjes ingesloten; magnetiet, augiet, groote hoornblende met apatieten. Grondmassa van augietstokjes, ijzerertskorrels en zeer veel heldere schijnbaar isotrope massa, waarschijnlijk leuciet. In dit gesteente was nergens duidelijk leuciet te vinden. *Tephriet?*

N°. 4 H. *Zelfde vindplaats als* N°. 1 H.

Porfirisch: hoornblende, augiet, plagioklaas, magnetiet, apatiet. Grondmassa van plagioklaas, augiet, magnetiet en kleine ronde korrels van leuciet, die echter niet polariseeren; isotrope massa is hier niet, of zeer weinig, voorhanden. *Tephriet.*

N°. 5 H. *Zelfde vindplaats als* N°. 1 H.

Porfirisch: hoornblende, augiet, plagioklaas, zeer weinig sanidien, magnetiet. Grondmassa van plagioklaas, augiet, magnetiet en 0.05 millim. groote ronde leucietkorreltjes, echter weder zonder polarisatie. Ook isotrope ondergrond, hier waarschijnlijk leuciet. *Tephriet.*

N°. 6 H. *Vulkaan Moeriah bij de dessa Regoeling.*

Porfirisch: plagioklaas, weinig sanidien, augiet, hoornblende, zeer enkele bijna ongekleurde olivienen met smallen zwartkorreligen omzettingsrand; veel groote bruine phlogopietdoorsneden; de zeszijdige doorsneden, loodrecht op de as $\dot{c}$ blijven tusschen gekruiste nicols bij eene volle omdraaiing niet donker, maar worden dit slechts 4-maal; ook het assenbeeld kenmerkt dezen glimmer zeer duidelijk als optisch tweeassig; het phlogopiet wordt hier zeer merkwaardig omgezet: eerst vormen zich donkerbruine naaldjes, die duidelijk pleochroïtisch zijn en nagenoeg donker worden als het licht evenwijdig aan de lange as doorgaat; of dit hoornblende, dan wel eene glimmersoort, of eenig ander mineraal is, durf ik niet te beslissen; daarbij wordt korrelig erts afgescheiden; bij verder voortgaande omzetting worden ook deze naaldjes zwartkorrelig omgezet, zoodat men niets dan korrelige doorsneden ziet, zooals in de meeste der beschrevene gesteenten te vinden zijn, en hier wel met korrelig omgezette hoornblende verwisseld kunnen worden. Verreweg de meesten, zoo niet allen, schijnen echter van phlogopiet afkomstig te wezen. Magnetiet. Leuciet in korrels tot 0.2 millimeter doorsnede.

De grondmassa bestaat hier uit dezelfde bestanddeelen, zonder hoornblende en glimmer evenwel. Geen isotrope glasbasis. *Tephriet.*

N⁰. 7. H. *Vulkaan Moeriah bij Kebon Agoeng dessa Masin.*

Porfirisch: augiet, magnetiet, apatiet, fraai phlogopiet, lichtbruin, optisch duidelijk tweeassig; weinig plagioklaas en nog minder sanidien.

De grondmassa bevat hier zeer veel dofgroen, bruinrood-, en dofwit-omgezette olivienen, dikwijls aan de kristalvormen nog te herkennen, maar alle onverweerde oliviensubstantie is verdwenen. Verder augiet, ijzererts, veel leuciet tot 0.07 millim. grootte, en plagioklaas. Geen isotrope basis. *Leucitiet*, des noods een *leucietbazalt* te noemen.

N⁰. 8. H. *Vulkaan Moeriah bij Soedo* (*dessa Masin*).

Porfirisch: augiet, magnetiet, enkele korrelig omgezette phlogopietdoorsneden, weinig plagioklaas. De grondmassa bevat veel leuciet, tot 0.15 millim. grootte, plagioklaas, augiet, en apatiet. *Tephriet* *.

Overziet men nu de beschrijving van de leucièthoudende gesteenten van den Moeriah, dan valt het groote verschil in samenstelling in het oog. Sommige bevatten veel leuciet, andere weinig, sommige weinig plagioklaas, andere veel; enkele bevatten olivien, de meeste echter niet. Petrographisch behooren sommige tot de leucitieten, andere tot de leucietbazalten, nog andere tot de tephrieten, die somtijds een zeer gering, en zelfs geheel twijfelachtig, leucietgehalte bezitten

Wil men voor de Moeriahgesteenten een *collectiefnaam* hebben, dan doet men stellig het beste, ze tot de TEPHRIETEN te rekenen, die door terugtreden van leuciet in augiet-hoornblendeandesieten (echter met bijzonderen habitus), door terugtreden van plagioklaas in leucitieten, en door het optreden van olivien in leucietbazalten overgaan. Het sanidiengehalte schijnt in geen dezer gesteenten belangrijk te worden.

Daar het niet waarschijnlijk is dat de Ringgit en de Moeriah op Java de eenige punten zijn, waar leuciet voorkomt, zoo zijn nu ook op andere plaatsen, onder anderen tusschen de twee genoemde bergen in, nog leucietgesteenten te verwachten. De twee monsters van den berg Lassem intusschen, die oostelijk van den Moeriah, in de residentie Rembong, aan de noordkust van Java ligt, zijn gewone augietandesieten.

---

* Eene laatste bezending gesteenten van den mijningenieur VAN HEUCKELOM, van de Z. W. helling van den Moeriah boven Tambaq, bevat tephrieten met fraaie makroskopische leucieten, tot 10 millim. grootte.

BESLUIT.

Wanneer men in aanmerking neemt dat het mijnwezen nog niet begonnen is met eene geregelde geologische opneming van Java; dat dus de hier vermelde nieuwe ontdekkingen niet het resultaat zijn van een geregeld onderzoek, maar om zoo te zeggen ter loops zijn geschied en gedeeltelijk zelfs bij toeval plaats hadden; dan kan men zich eenig begrip vormen, hoe gering de geologische kennis is, die wij van Java bezitten.

JUNGHUHN's werk zal altijd waarde blijven behouden, maar was slechts een begin. Wij doen den vlijtigen natuuronderzoeker geen onrecht, wanneer wij beweren dat de geologische samenstelling van Java door zijne onderzoekingen slechts in zeer algemeene omtrekken, en, uit den aard der zaak, in veel opzichten onvolledig, bekend is geworden. Waar men den blik ook wendt, overal ontmoet de opmerkzame geoloog op Java iets nieuws, iets onverwachts en belangrijks, en zeker blijft er op geologisch gebied nog oneindig veel meer op Java te doen, dan er reeds gedaan is.

Kort geleden is door de Regeering de beslissing genomen dat eene geologische opneming van Java zal plaats hebben. Twee factoren zullen bij die opneming gunstig werken: ten eerste, dat van de meeste residentiën nieuwe topographische kaarten op 1 : 100.000, en ook op grooter schaal, 1 : 20.000, bestaan en voor het mijnwezen verkrijgbaar zullen wezen; ten tweede, dat de rijke geologische ervaring, in de laatste jaren op Sumatra opgedaan, nu aan de opneming van Java ten goede zal komen.

Met grond mag men dus verwachten, dat die opneming snel zal vorderen en belangrijke uitkomsten zal opleveren. Dat die uitkomsten niet alleen van wetenschappelijke waarde, maar ook van praktisch nut kunnen zijn, heb ik reeds vroeger meermalen uiteengezet.

Batavia, 16 September 1880.

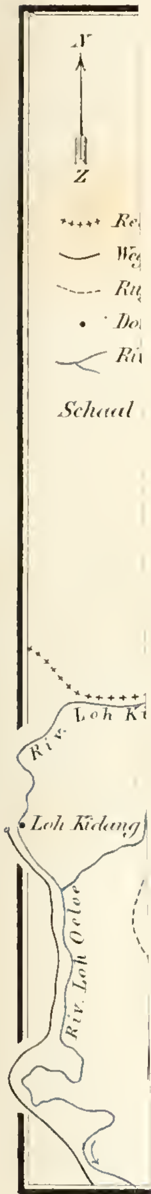


Fig. 1.

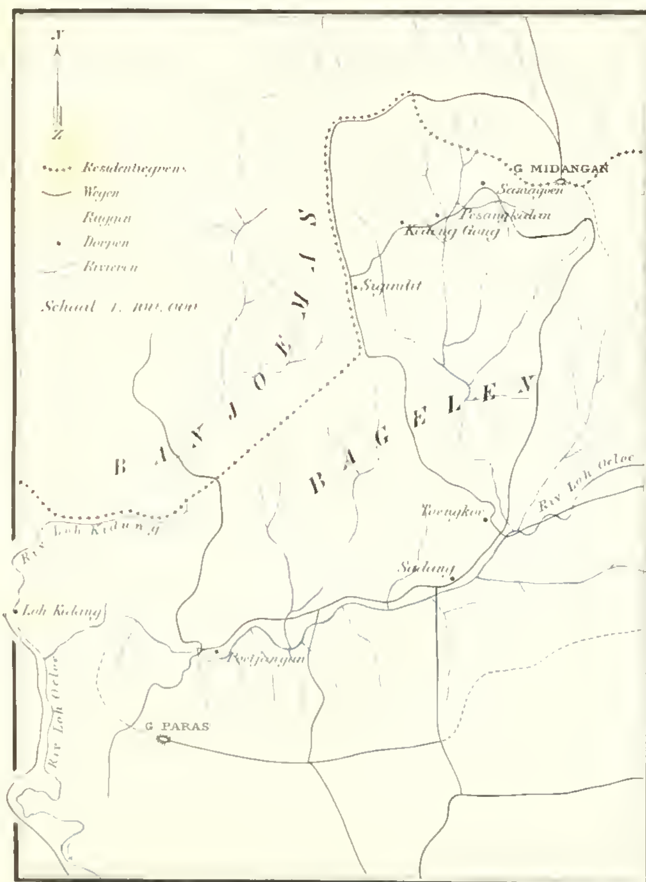


Fig. 1. Het oude schiefergebergte bij den berg Midangan
op de grens van Bagelen en Banjoemas.
Copy der topographische kaart 1 : 100,000.

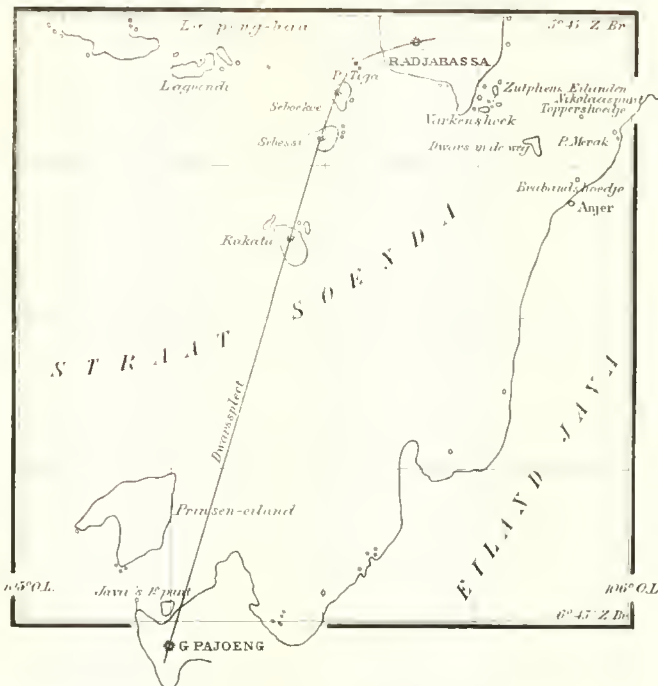


Fig. 2. Een gedeelte van Straat Soenda
Schaal 1: 1.000.000.

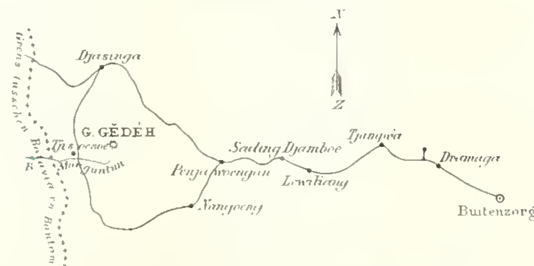


Fig. 3. Weg van Buitenzorg naar Djasinga
Schaal 1: 500,000.

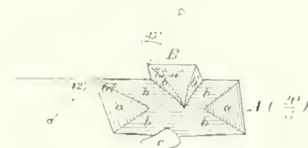


Fig. 4. Augietkristal
groot 4 millimeter,
uit leuciet No 6.



Fig. 5. Augietkristal
uit Limburgiet van Palma
volgens van Werveke.



Fig. 6. Leucietkristallen
groot ½ millimeter met
kransvormige insluitingen,
uit leuciet No 6.



Fig. 7. Nepheliekristallen
groot 3/10 millimeter
uit leuciet No 9.

GEOLOGISCHE AANTEEKENINGEN

OVER DE EILANDEN VAN DEN

NEDERLANDSCH-INDISCHEN ARCHIPEL IN HET ALGEMEEN,

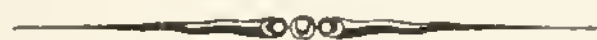
EN OVER DE

FOSSIELHOUDENDE LAGEN VAN SUMATRA IN HET BIJZONDER.

DOOR

R. D. M. VERBEEK,

Mijningenieur in Nederlandsch-Oost-Indië.



Slechts weinige jaren geleden was over den ouderdom der sedimentaire lagen van Sumatra en van Nederlandsch-Indië in het algemeen zeer weinig bekend.

Van Java wist men door JUNGHUHN dat de sedimenten van dat eiland „tertiair" zijn. In den kalksteen van Borneo waren in 1844 nummulieten gevonden, maar aangezien afbeeldingen en beschrijvingen ontbraken, was het voorkomen van deze versteeningen weder in twijfel getrokken. Van Sumatra wist men over den ouderdom der daar voorkomende zandsteenen en kalksteenen niets met zekerheid, alleen vermoedde men dat alles tertiair zoude wezen.

De geologische onderzoekingen op Borneo en Sumatra hebben in de laatste jaren veel bijgedragen tot opheldering dezer duisternis. De nummulieten van den kalksteen van Borneo werden aan een nauwkeurig microscopisch onderzoek onderworpen, en eene beschrijving met afbeeldingen dezer belangrijke versteeningen

geleverd *. De eoceene formatie van Borneo werd in 3 étages ingedeeld, van welke de onderste de kolen bevat †.

Ook op Sumatra werden 3 eoceene étages ontdekt en door mij het vermoeden uitgesproken, dat zij aequivalente vormingen zouden zijn van de 3 Borneo-étages §, een vermoeden dat later, door de fraaije onderzoekingen van mijn vriend Dr. OSCAR BÖTTGER te Frankfurt am Main, volkomen bevestigd werd.

De kolen komen op Sumatra eveneens in de onderste van de genoemde drie afdeelingen voor, maar op dit eiland is nog een 4de, oudere, étage voorhanden, die tot heden noch op Java noch op Borneo gevonden is. Verder is het uit de door JUNGHUHN geleverde beschrijving van het koolhoudende terrein aan de rivieren Siki en Sawarna (in het zuidelijk gedeelte der residentie Bantam op Java **) gebleken, dat daar eveneens eene drieledige formatie voorkomt, die zeer waarschijnlijk eoceen is, aangezien de kolen eveneens in de onderste étage voorkomen, en van dezelfde hoedanigheid zijn als de Borneokolen, terwijl alle jongere dan eoceene Indische kolen van veel geringere kwaliteit zijn.

Eene fraaije ontdekking van de geologische opneming van Sumatra was ook het vinden van eene uitgestrekte kolenkalkformatie in de Padangsche Bovenlanden. De aanwezigheid van kogelronde fusulinen alleen liet de ouderdomsbepaling eerst nog eenigen tijd min of meer onzeker; maar, toen in 1875 talrijke langwerpige fusulinen, te zamen met Productus-, Bellerophon- en Phillipsia-soorten in deze kalken ontdekt werden, was de carbonische ouderdom volkomen zeker. Deze formatie is tot nog toe in den maleischen Archipel alleen op Sumatra en op Timor gevonden. Verder werden, zoowel op het ten westen van Sumatra gelegene eiland Nias, als op verscheidene plaatsen van het zuidelijk gedeelte van Sumatra, namelijk van de residentiën Benkoelen en Palembang, fossielhoudende lagen ontdekt, die gedeeltelijk eoceen, gedeeltelijk echter stellig jonger zijn; en door de onderzoekingen van Dr. BÖTTGER is het gebleken, dat onder

---

* R. D. M. VERBEEK, Die Nummuliten des Borneo-Kalksteines. *Neues Jahrb. für Mineralogie* 1871, Seite 1 en volgende.

† R. D. M. VERBEEK, In het *Jaarboek van het Mijnwezen in Nederlandsch Oost-Indië* 1874, Deel II, blz. 135 en 1875, Deel I, blz. 48 e. v. Ook in de *Palaeontographica*. Supplement III. Cassel 1875.

§ R. D. M. VERBEEK, *Jaarboek van het Mijnwezen* 1875, I, blz. 126; 1875, I, blz. 135, met vergelijkende overzichtstabel der eoceene-etages op Borneo, Sumatra en Java; eveneens in GEINITZ und v. D. MARCK: »Zur Geologie von Sumatra", *Palaeontographica*, Band XXII en in het *Geological Magazine*, 1875, page 477 etc.

** F. JUNGHUHN, *Java*, Seine Gestalt etc. Deutsche Uebersetzung. Band III, Seite 163 und folgende.

deze jongere tertiaire afzettingen drie afdeelingen van verschillenden ouderdom te onderscheiden zijn, waarvan hij de oudste tot de *oud-mioceene*, de middelste tot de *jong-mioceene*, de jongste tot de *plioceene* formatie rekent.

Aangezien binnen kort de versteeningen van verschillende Sumatraansche tertiaire afzettingen door Dr. BÖTTGER uitvoerig beschreven zullen worden, mag het niet van belang ontbloot geacht worden, het geologische voorkomen der fossielhoudende lagen te beschrijven.

Dit kan hier echter slechts in korte trekken geschieden, daar mij op het oogenblik de tijd ontbreekt om uitvoerige verhandelingen te schrijven. Ik moet daarom voor meerdere bijzonderheden voorloopig verwijzen naar mijne geologische verslagen over de Westkust van Sumatra en het zuidelijk gedeelte van Sumatra, die met talrijke geologische kaarten en profielen spoedig in druk zullen verschijnen.

A. *De Padangsche Bovenlanden* (gouvernement Sumatra's Westkust).

Het profiel fig. 1 geeft eene ideale doorsnede van de Padangsche Bovenlanden van Solok tot Tandjoeng Ampaloe. Dergelijke profielen zijn te vinden in de verhandelingen:

R. D. M. VERBEEK, On the geology of Central-Sumatra. *Geological Magazine* 1875, page 477 etc.; R. D. M. VERBEEK, Over den ouderdom der steenkolen van het Oembilien-kolenveld in de Padangsche Bovenlanden, en van de sedimentaire vormingen van Sumatra in het algemeen. *Jaarboek van het Mijnwezen in Nederlandsch Oost-Indië*. Amsterdam, C. F. STEMLER 1875, Deel I, blz. 135 e. v. Ook in de verhandeling „Zur Geologie von Sumatra" door GEINITZ en VAN DER MARCK (*Palaeontographica*, Band XXII, Seite 399 etc.) en in O. HEER, „Fossile Pflanzen von Sumatra" (*Abhandl. der Schweizer pal. Gesellsch.*, Vol. I, 1874) vindt men korte opgaven over de sedimentairformatiën van de Padangsche Bovenlanden.

Nieuwere onderzoekingen hebben echter doen zien dat er in de genoemde geschriften verscheidene onvolledigheden en ook onjuistheden voorkomen, hetgeen mij aanleiding geeft om hier nog eens een volledig overzicht van al de formaties der Bovenlanden te geven.

De oudste afzettingen van Sumatra zijn *schiefers* (leigesteenten), hoofdzakelijk kleischiefer en kwartsieten. Ook graauwacken, hoornblendeschiefers, chlorietschiefers en talkschiefers komen voor, maar spaarzaam. In den hoornblendeschiefer zijn eenige granietietgangen gevonden, en op het contact van granietiet en kleischiefer worden hier en daar zeer harde kiezelrijke gesteenten, de zoogenaamde „Hornfelse" der Duitsche geologen, aangetroffen, waaruit de minder aanzienlijke ouderdom der granieten, vergeleken bij deze *oude schieferformatie*, wordt afgeleid

Versteeningen zijn in deze schiefers, niettegenstaande er ijverig naar gezocht werd, niet gevonden; zij zijn echter ouder dan de culmformatie en moeten dus devonisch of silurisch zijn. De kleischiefers bevatten goudhoudende kwartsgangen.

Dan volgen in ouderdom gesteenten der *granietgroep:* verschillende granietieten, hoornblendegranieten, kwartsporfieren en ook diorieten en kwartsdiorieten, welke laatsten gedeeltelijk overgangen in de granietgesteenten vormen, gedeeltelijk ook gangvormig in deze gesteenten voorkomen. De plagioklaasrijke gesteenten van deze groep, de diorieten en kwartsdiorieten, bevatten, naast plagioklaas, kwarts en hoornblende, dikwijls biotiet, en ook augiet, evenals de diorieten van het Odenwald en van Minnesota (zie BENECKE und COHEN: „Geologische Beschreibung der Umgegend von Heidelberg" 1879 en STRENG und KLOOS: „Ueber die krystallinischen Gesteine von Minnesota in Nordamerika". *Neues Jahrb. f. Min.* 1877, Seite 31, 113 und 225).

De *carbonische formatie* bestaat uit twee deelen. De onderste afdeeling is samengesteld uit mergelschiefers en kiezelschiefers; de bovenste afdeeling bestaat uit kolenkalk. De schiefers hebben nog geene versteeningen geleverd, de kolenkalk bevat echter karakteristieke versteeningen: eene langwerpige fusulina, eene kogelronde Schwagerina, verder Productus-, Orthis-, Rhynchonella-, Terebratula-, Pecten-, Conocardium-, Euomphalus-, Pleurotomaria-, Naticopsis-, Bellerophon-, Nautilus-, Orthoceras-, Goniatites- en Phillipsia-soorten.

Over deze versteeningen zijn tot nog toe slechts de volgende korte mededeelingen verschenen:

R. D. M. VERBEEK. De versteeningen in den kolenkalksteen van Sumatra. *Jaarboek Mijnwezen* 1875, II, blz. 186 e. v., en: Kort bericht in het *Neue Jahrbuch für Mineralogie* 1876, Seite 415.

FERD. RÖMER. Kort bericht in het *Neue Jahrbuch für Mineralogie* 1876, Seite 527; *Lethaea geognostica* 1880, Theil I, Seite 75 und 277.

Eene groote reeks van kolenkalkpetrefacten bevindt zich reeds geruimen tijd in handen van Professor F. RÖMER te Breslau, die ze zal beschrijven en afbeelden.

Ook heeft H. WOODWARD in het *Geological Magazine* van September 1879, blz. 385, eenige weinige petrefacten uit de kolenkalk van Sibelaboe beschreven en afgebeeld.

De gesteenten der carbonische formatie zijn doorbroken door diabasitische gesteenten, en in de nabijheid van deze laatsten zijn de mergelschiefers dikwijls in kiezelschiefers, en is de kalk in granaathoudende gesteenten omgezet. In deze veranderde gesteenten is dikwijls een weinig kopererts geïmpregneerd, echter helaas in te geringe hoeveelheid voor ontginning.

De gesteenten der *diabaasgroep* bestaan uit diabazen, gabbro's en spaarzaam

pikrieten en proterobazen. In veel gabbro's komt een weinig olivien, in sommige diabazen en gabbro's een rhombische pyroxeen (enstatiet, bronziet, hypersteen) nevens de overige bestanddeelen voor.

Op alle eilanden van den maleischen Archipel schijnen gesteenten der *mesozoïsche formatiegroep* te ontbreken.

Alleen van Timor noemt Prof. BEYRICH een ammoniet en twee atomodesmasoorten, die hij tot de Trias rekent (Zie: *Abhand. der königl. Akademie der Wissensch. zu Berlin* 1864, gedruckt 1865). Of deze weinig talrijke versteeningen voldoende zijn om den triassischen ouderdom der lagen vast te stellen, schijnt mij niet voldoende zeker, vooral ook omdat Dr. WAAGEN in carbonische gesteenten van den Salt-Range in Pendjab (Engelsch-Indië) een ammoniet (Phylloceras Oldhami) te zamen in dezelfde laag met ceratieten en goniatieten vond, die eenigszins gelijkt op den Timoreeschen ammoniet (zie *Memoirs of the geol. Survey of India*, Vol. IX, 1872, page 351—358, met afbeelding) *. De genoemde versteeningen van den Salt-Range komen te zamen voor met talrijke petrefacten, die gedeeltelijk carbonisch zijn, gedeeltelijk overeenstemmen met permische fossielen, om welke reden Dr. WAAGEN de laag, die de cephalopoden bevat, als eene grens- of overgangslaag tusschen Carbon- en Perm-formatie beschouwt. De geheel afwijkende petrographische hoedanigheid van sommige lagen van Timor, die Prof. BEYRICH beschrijft, maakt het echter in het geheel niet onwaarschijnlijk, dat op dit eiland, naast de kolenkalkformatie, ook werkelijke mesozoïsche lagen voorkomen.

Timor buitengesloten, zijn gesteenten der Trias-, Jura- en Krijtformatie tot nog toe in den Maleischen Archipel niet aangetroffen. Als eerstvolgende jongere afzettingen vinden wij daarom in de Padangsche Bovenlanden dadelijk tertiaire gesteenten.

De *eoceene formatie* is op Sumatra in te deelen in de volgende 4 étages:

ETAGE I. *Onderste of z. g. Breccie-étage.*

Zij bestaat uit brecciën en conglomeraten der oudere gesteenten, arkosen, roode en gele zandsteenen, mergelschiefers en mergelkalk. In profiel fig. 1 is deze étage met het teeken e_1 aangegeven. De dikte is niet overal even groot, maar op verscheidene plaatsen 5.00 meter. De mergelschiefers, en sedert kort ook de mergelkalklagen van deze étage, hebben fraaie versteeningen geleverd, en wel op de volgende plaatsen:

Vindplaats a. In de nabijheid van de plaats *Boekiet Kandoeng* in mergel-

---

* Later heeft MOJSISOVICS deze ammonieten tot *Arcestes* gebracht, en kort geleden verhief WAAGEN (Salt-Range-fossils, Calcutta 1879) den Phylloceras Oldhami tot een nieuw geslacht: *Cyclolobus.*

kalklagen van de vallei der Katealo, zijrivier der Oembilien. De lagen wisselen af met zandsteenen en breccïen der 1ste étage, en deze worden door zandsteenen der 2de étage bedekt.

Vindplaats b. In harde blaauwgraauwe mergelkalklagen van de rivier *Tambang*, niet ver van het kolenkalkheuveltje Boekiet Bessi. De mergelkalk ligt hier onder conglomeraat- en zandsteenlagen der 1ste étage. Beide vindplaatsen hebben in den laatsten tijd tamelijk veel versteeningen geleverd, gedeeltelijk van zeer opvallenden vorm.

Vindplaats c. De mergelschiefers in de nabijheid van het dorp *Telaweh*, die met zandsteenen en arkosen der 1ste étage afwisselen, hebben fraaije afdrukken van visschen en planten geleverd, en wel in het bed van de rivier Sangkarewang; in de nabijheid van de plaats Kollok en dicht bij de plaats Tandjoeng Baliet. De fossielen van deze vindplaatsen zijn reeds beschreven in de volgende verhandelingen:

O. Heer. Ueber fossile Pflanzen von Sumatra. *Abhandl. der Schweiz. palaeontolog. Gesellsch.*, Vol. I, 1874. Mit 3 Tafeln; en: Beiträge zur fossilen Flora von Sumatra. *N. Denkschriften der Schweiz. naturf. Gesellsch.* 1879. Met 6 Tafeln.

A. Günther. Contributions to our knowledge of the fishfauna of the tertiary deposits of the highlands of Padang. *Geological Magazine* 1876, page 433 etc. With 5 plates.

Zoowel de planten als de visschen hebben een jonger, meer mioceen dan eoceen karakter, wat niet te verwonderen is, omdat de verandering van het klimaat, sedert den eoceenen tijd, in een nog tropisch gewest niet zoo groot geweest zal zijn als in de streken der gematigde en koude gordels.

Etage II. *Tweede of z.g. Kwartzandsteenétage.*

De zandsteenen dezer 600 meter dikke afdeeling der eoceene formatie zijn geel tot bruingeel van kleur, en bestaan bijna geheel uit kwartskorrels, die door een kleiachtig bindmiddel samengehouden worden. De zandsteenen zelven zijn vrij van animale versteeningen, maar bevatten soms enkele bladafdrukken. Maar tusschen de zandsteenen komen kleisteenen met dikke koollagen en koolschiefer voor, die behalve plantafdrukken ook enkele dierlijke versteeningen geleverd hebben. In het noordelijk gedeelte van het groote Oembilienkolenveld, dat 200 millioen ton (à 1000 kilo's) steenkolen bevat, zijn 7, in het zuidelijk gedeelte 3 dikke koollagen bekend *.

---

* Zie mijne zeer uitvoerige beschrijving met kaarten, profielen, etc. van dit zeer belangrijke kolenveld in *Jaarboek Mijnwezen* 1875, II, blz. 1—96.

De dikte der lagen van deze étage in de nabijheid van de plaats Soengei-Doerian, van beneden naar boven, is:

Zandsteenen zonder kolen	175	meter	
Eerste (*onderste*) *koollaag*	6	„	45 meter.
Zanddsteenen en kleisteenen	20	„	
Tweede (*middelste*) *koollaag*	2	„	
Koolschiefer	½	„	
Zandsteenen en kleisteenen	15	„	
Derde (*bovenste*) *koollaag*	2	„	
Zandsteenen en conglomeraten zonder kolen	350	„	
Totale dikte der étage	570	meter	
Totale dikte der koollagen	10	„	

De kolen zijn compacte, zwarte, sterk glanzende, niet afgevende steenkolen van uitmuntende kwaliteit; het zijn de beste kolen van den Nederlandsch Oost-Indischen Archipel, en zij staan, niettegenstaande hun tertiairen ouderdom, gelijk met de beste Engelsche kolen.

De gemiddelde samenstelling is, volgens de analysen van Dr. VLAANDEREN te Batavia:

$$
\begin{aligned}
C &= 76.80 \\
H &= 5.80 \\
O\,(+\,N) &= 12.76 \\
S &= 0.45 \\
H_2O &= 3.49 \\
Asch &= 0.70 \\
\hline
&\ 100.—
\end{aligned}
$$

Het theoretische absolute warmtegevend vermogen van de kool is, volgens deze samenstelling, $A = 7500$.

De dofzwarte koolschieferlaag van ½ meter dikte, die op de middelste koollaag ligt, is in dunne platen splijtbaar en opgevuld met de afdrukken van kleine Melaniaschelpjes, en met ruggestekels en tanden van visschen; ook enkele plantafdrukken komen daarin voor, en eene vrucht, die Dr. WOODWARD tot Sparganilithes spec. stelt. (Zie *Geological Magazine* 1879, page 391, Plate X, fig. 4). Vischtanden (Hexapsephus spec.) uit deze koolschieferlaag zijn afgebeeld op plaat IV in bovenvermelde verhandeling van Dr. GÜNTHER in het *Geological Magazine* van 1876.

ETAGE III. *Derde of z. g. Mergelzandsteenétage.*

Het gesteente, dat in deze derde étage, die minstens 500 meter dik is, de overhand heeft, is een zachte klei- of mergelachtige zandsteen, die gewoonlijk minder vast is dan de kwartszandsteen der tweede étage, en meestal graauwe kleuren bezit. Behalve zanderige gesteenten, komen, in geringere mate, zuivere mergels, kleisteenen en ook wel mergelschiefers voor.

Nog kort geleden waren uit deze afdeeling slechts eenige brokstukken van Ostrea, Pecten en Serpula bij Tandjoeng Ampaloe, en enkele Operculinen: O. granulosa Leym. (Zie BRADY in het *Geological Magazine* 1875, page 352) bij Moeara Bodi, bekend; thans echter zijn in blaauwgraauwe mergels aan de rivier Sinamar, in de nabijheid van het dorp Auer (vindplaats *d*) betere versteeningen gevonden, waaronder vele telliniden en eenige krabben vooral de aandacht verdienen.

ETAGE IV. *Vierde of z. g. kalkétage.*

In de nabijheid van het dorp Batoe Mendjoeloer ligt op den mergelzandsteen der 3de étage eene kalkbank van ongeveer 80 meter dikte, die buitengewoon veel orbitoïden bevat; de geelwitte kalksteen bevat verder veel gasteropoden en conchiferen, dikwijls als steenkern, en koralen en echiniden. Enkele versteeningen uit deze kalksteen (vindplaats *f*) zijn reeds beschreven en afgebeeld door H. WOODWARD in het *Geological Magazine* van September en October 1879. WOODWARD noemt de volgende fossielen:

1. *Cardita* sp. 2. *Lucina* sp. 3. *Pecten.* 4. *Cidaris* sp. Stekels.	Afgebeeld op plaat X, *Geol. Magazin* 1879.
5. *Conus* sp. 6. *Conus substriatellus* WOODW. 7. *Cypraea subelongata* WOODW. 8. *Cerithium* sp. 9. *Turbo borneensis* BÖTTGER 10. *Turbo* sp. 11. *Phasianella Oweni* D'ARCH. 12. *Trochus* sp. 13. *Prenaster* sp.	Afgebeeld op plaat XII, *Geol. Magaz.* 1879.

Onder de orbitoïden uit dezen kalksteen onderscheidt H. B. BRADY twee soorten (zie *Geol. Magazine* 1875, page 535).

O. dispansa Sow, 5 à 6 millim. groot.

O. papyracea Bonbee (= *O. Pratti* Mich. = *O. Fortisi* d'Arch. = *O. discus* Rütim.) 15 millim. groot.

De kleinste soort is de talrijkste en komt in milliocnen exemplaren voor. Nummulieten bevat deze eocene kalksteen *in het geheel niet*.

Aan het einde van de eocene periode had eene groote opheffing plaats, waardoor het gedeelte van Sumatra, dat wij nu de Padangsche Bovenlanden noemen, droog werd gelegd. In den post-eocenen tijd hadden wel belangrijke zeeafzettingen plaats in andere gedeelten van Sumatra (Benkoelen, Palembang) en op Java, op Nias, enz., maar in de Padangsche Bovenlanden komen noch miocene, noch pliocene afzettingen voor. Wel is waar werden ook daar in een na-eoceen tijdperk nog sedimenten gevormd, die door rivieren of in binnenmeren tot afzetting kwamen, maar deze behooren allen reeds tot de kwartaire en de recente perioden.

Daarentegen hadden in den jong-tertiairen tijd belangrijke eruptiën plaats van oudere vulkanische gesteenten, terwijl de opbouwing der groote vulkanen in hoofdzaak eerst in de kwartaire periode valt, en tot heden werd voortgezet.

Onder deze eruptiefgesteenten zijn de volgende groepen te onderscheiden:

1. *Eene oudere augietandesiet-eruptie*, die aan het einde der eocene periode plaats had, en waarschijnlijk samenvalt met de algemeene opheffing van de Padangsche Bovenlanden boven den zeespiegel.

Deze oudere augietandesieten beginnen reeds in Zuid-Sumatra. Een gedeelte van het gebergte, dat de grens tusschen de residentiën Benkoelen en Palembang vormt, bestaat uit deze gesteenten. Zij zijn tot Padang te vervolgen, houden dan voor korten tijd op, maar treden in de omstreken van Sibogha weder te voorschijn; hoe ver zij nog noordelijker doorloopen, is onbekend. Blijkbaar heeft hier eene eruptie langs eene zeer lange spleet plaats gevonden, welker richting met de lengteas van Sumatra — N.W.—Z.O. — samenvalt. Deze andesieten vormen dus lange gebergteruggen, en treden niet in vulkaanvorm, hetzij met of zonder krater, op.

De tijd van deze eruptie komt overeen met die der oudste andesieteruptie op Borneo, die eveneens, na afzetting van het bovenste eocene lid, plaats had; en hetzelfde schijnt op Java het geval te wezen. Daaruit volgt dan verder, dat de oudste sedimenten, die uit werkelijke andesiettuffen bestaan, *hoogstens een oud-miocenen ouderdom* kunnen bezitten.

2. *Eene groep van plagioklaas-hoornblende gesteenten.* Plagioklaas heeft de overhand, sanidien schijnt geheel of bijna geheel te ontbreken, ofschoon veel doorsneden in de mikroskopische plaatjes geen streping vertoonen. Daarbij hoornblende,

augiet en kwarts. De gesteenten zijn dus *kwartshoudende hoornblendeandesieten*. Ook eene glasachtige modificatie, een peksteen, komt voor. Deze gesteenten worden slechts spaarzaam aangetroffen in een kleinen geïsoleerden berg, en als een zeer klein embryonisch vulkaantje. Maar ook in het binnenste van een der grootere vulkanen, de Sago, zijn zij als oudste product gevonden, zoodat zij misschien nog op meer plaatsen aanwezig zijn, bedekt door jonger vulkanisch materiaal.

3. *Eene bazalteruptie.* In de Padangsche Bovenlanden vindt men 4 zeer kleine kegelbergjes, waarvan twee met goedbewaarden kraterrand, allen gelegen op één-zelfde lijn, die uit bazalt bestaan. Om de merkwaardigheid werden twee dezer vulkaantjes, de vulkaan Atar en de vulkaan Koeliet Manies, in bijzonderheden door mij beschreven (zie: *Jaarb. Mijnwezen* 1877, I, blz. 51; 1879, II, blz. 173 en 1879, II, blz. 179).

De augietandesieten van de 1ste groep zijn *oud-mioceen*, de hoornblendeandesieten en de bazalten van groep 2 en 3 zijn waarschijnlijk ook nog tertiair (jongmioceen en plioceen), ofschoon dit uit gebrek aan jongtertiaire sedimenten in de Bovenlanden niet zeker is uit te maken. Alles wat verder volgt is jonger, en voor het allergrootst gedeelte wel jonger dan tertiair (kwartair en novair).

4. *Eene groep van gesteenten, die de groote vulkanische kegelbergen van Sumatra samenstellen.*

De vulkanen van Sumatra, die niet zelden 7000—10.000 voet hoogte bereiken, bestaan slechts voor een klein gedeelte uit vaste lavabanken van augietandesiet en bazalt, doch voor het allergrootst gedeelte uit losse uitwerpselen: asch, zand en losse blokken, die, met water vermengd, als *slikstroomen* den berg afzakten. Aan de oppervlakte bestaan daarom de vulkanen bijna altijd uit roodbruine klei, het verweringsproduct van het fijnere materiaal, waarin grootere en zelfs zeer groote blokken verspreid liggen.

Het materiaal is voor het grootst gedeelte *augietandesiet*, terwijl bazalt, augietandesietpeksteen, puimsteen en obsidiaan slechts eene ondergeschikte rol spelen. De augietandesieten bevatten dikwijls een weinig olivien, zonder daarom tot de eigenlijke bazalten te behooren. Puimsteen komt aan de vulkanen zelven slechts weinig voor, maar wordt in des te grootere hoeveelheid aangetroffen in de kwartaire puimsteentuffen, die aan den voet van sommige vulkanen en binnenmeren werden afgezet. Ook de *recente uitwerpselen* der nog werkzame vulkanen bestaan bijna uitsluitend uit augietandesietmateriaal, dat zoowel in groote blokken als in het fijnste stof, als z. g. asch, wordt uitgeworpen.

Voor de *Padangsche Bovenlanden* verkrijgen wij dus het volgende geologische schema:

Silurisch of Devonisch. Oude schiefers.

Gesteenten der Graniet- en Diorietgroep. Granietieten, hoornblendegranieten, kwartsporfieren, diorieten, kwartsdiorieten.

Carbonisch.
- Onderste afdeeling: Culmschiefers; mergel en kiezelschiefers.
- Bovenste afdeeling: Kolenkalk.

Gesteenten der Diabaasgroep. Diabaas, Gabbro, Pikriet, Proterobaas.

Eoceen.
- Étage I. Brecciën, conglomeraten, zandsteenen, mergelschiefers, mergelkalk.
- „ II. Kwartszandsteenen, kleisteenen en steenkolen.
- „ III. Mergel- en klei-zandsteenen.
- „ IV. Orbitoïdenkalk.

Gesteenten der Vulkanische groep.
- *a.* Oude augietandesieten. Ouderdom: oudmioceen.
- *b.* Hoornblendeandesieten. } jongtertiair; (jongmioceen en plioceen);
- *c.* Bazalten. } jongtertiair; (jongmioceen en plioceen);
- *d.* Groote vulkanen, (hoofdzakelijk augietandesiet). } kwartair en recent.

Kwartair. Tuffen van vulkanische gesteenten, afgezet in binnenmeren door rivieren, en in de Padangsche Benedenlanden ook door de zee.

Novair. Rivieralluvium, zeealluvium, koraalkalk.

B. *Zuid-Sumatra* (residentiën Palembang, Benkoelen en de Lampongsche districten).

In de jaren 1876 en 1877 werd het zuidelijk gedeelte van Sumatra door mij, met een opziener van het Mijnwezen, bereisd en werden, tot verbetering van de bestaande kaarten, eenige opmetingen verricht. Er moest namelijk eene geologische overzichtskaart samengesteld worden, die, ten minste in hoofdtrekken, een juist geologisch beeld van dit gedeelte van Sumatra geven zoude. Als basis hiervoor bleken de bestaande kaarten, vooral die van Palembang, te onnaauwkeurig te zijn; en dat het doen der nieuwe opmetingen geen luxe was, blijkt o. a. hieruit, dat een van de grootste plaatsen, Lahat, op de oude kaarten niet minder dan 30.000 meter foutief aangegeven is. Evenzoo ligt de vulkaan Dempo, de hoogste berg van het zuidelijk Sumatra, 17.000 meter van zijne plaats; geheele landstreken zijn aan den verkeerden kant van den Dempo aangegeven, enz.

De nieuwe geologische en topografische kaart met hoogtelijnen is nu in bewerking.

Eene naauwkeurige opneming van deze zeer uitgestrekte landstreek kon in de 12 maanden, die aan de reis besteed konden worden, natuurlijk niet plaats hebben; maar de tijd was toch voldoende om een in hoofdtrekken juist geologisch beeld te verkrijgen. Dit wensch ik hieronder in korte trekken te schetsen.

De ons uit de Padangsche Bovenlanden bekende *oude schieferformatie* met kwartsgangen, maar zonder versteeningen, vinden wij in het noordelijk gedeelte van Palembang, in de onderafdeeling Rawas, weder terug. Tusschen de kleischieferlagen komt, in de nabijheid van het dorp Napal-litjin, eene dikke kalklaag voor, richting 270°, helling 50° naar noord, evenals de kleischieferlagen. Deze kalksteen, die dus bepaald tot de oudste schieferformatie behoort, is zeer fijn kristallijn, en bevat helaas geen versteeningen. De berg Karang Nata, tegenover Napal-litjin, bestaat uit dezen kalksteen en verheft zich 164 meter boven het omliggend terrein.

Ook in de nabijheid van Teloek Betoeng aan de Lampongbaai, vindt men graauwe kiezelschiefers zonder versteeningen, die zonderling zanderig wit verweren; of deze eveneens tot de oude schieferformatie behooren, of jonger zijn, was niet uit te maken; even zoo onzeker is de ouderdom van den kiezelschiefer, die in de rivier Langkajap, niet ver van Batoe Radja, voorkomt.

Gesteenten der Granietgroep, hoofdzakelijk granietieten, komen voor in de landstreken Semindo Oeloe Loeas en Pasemah Oeloe Manna, tot Benkoelen behoorende, en in de Lampongsche Districten in den bovenloop der Sepoetih-rivier. In Palembang wordt slechts zeer weinig graniet, in de nabijheid van Moeara-Doea, gevonden.

Gesteenten der carbonische formatie zijn in Zuid-Sumatra niet voorgekomen, maar het is niet onmogelijk dat sommigen der bovengenoemde kiezelschiefers tot deze formatie behooren.

Evenzoo *ontbreken alle gesteenten der diabaasgroep.*

De *eocene formatie* is voorhanden, en wel in Palembang in de nabijheid van de plaatsen Batoe-Radja en Moeara-Doea, en in de Lampongsche Districten aan de Sepoetih-rivier.

Aan de Sepoetih-rivier komen onder bedekking van horizontaal diluvium (roodbruine klei met rolsteenen), en daarom alleen in de rivierbeddingen ontbloot, zandsteenen en conglomeraten voor, die hun materiaal van het aangrenzende graniet en de daarin voorkomende kwartsgangen ontvingen. Zij liggen onmiddellijk op graniet en sluiten, niet ver van het dorp Segala-midar, kleilagen en twee koollagen in, waarvan de onderste 1 meter dik is. (Deze koollagen zijn door mij beschreven in het *Jaarboek Mijnwezen* 1877, II, blz. 176 e. v.). De kolen zijn van dezelfde uitstekende hoedanigheid als de Oembilienkolen, en zoowel hare kwaliteit als de ligging onmiddellijk op graniet, maken het waarschijnlijk, dat deze formatie eoceen is, en tot de onderste 1ste étage behoort. Versteeningen werden hier niet gevonden.

In de nabijheid van Batoe-Radja en Moeara-Doea komt, in het stroomgebied der rivieren Saka, Kommering en Ogan, eene tamelijk uitgestrekte kalk- en

mergelformatie te voorschijn, welker ligging aan duidelijkheid zeer te wenschen overlaat, omdat alles door puinsteentuffen bedekt wordt en de kalksteenen uit dit tuf gewoonlijk slechts hier en daar als klippen uit komen kijken. Aan de rivier Saka, in de nabijheid van het dorp Saoeng-Naga I, ligt in dezen kalksteen eene beroemde vogelnestgrot, „Renah" genaamd. De kalksteen is geelwit en fijnkorrelig kristallijn; de mergels van Batoe-Radja bezitten meer graauwe en blaauwe kleuren. De in deze gesteenten gevondene versteeningen (vindplaats *g*) zijn volgens Dr. BÖTTGER *eoceen*, en behooren bepaald tot de bovenste, 4[de] étage. De kalksteenen van Batoe Mendjoeloer in de Padangsche Bovenlanden, van Batoe Radja aan de rivier Ogan, en van de rivier Riam-Kiwa in het zuidelijk gedeelte van Borneo, welke laatste eveneens tot de bovenste afdeeling van de eoceene formatie behooren (zie verder beneden), bevatten verscheidene gemeenschappelijke soorten.

Aan de rivier Ogan, en wel bij de plaatsen Toeboean en Batoe-Radja wordt deze eoceene kalk- en mergelformatie door eene jongere formatie bedekt, die uit zachte zanderige blaauwgraauwe mergels bestaat, en dikke lagen dofbruine bruinkolen bevat. Dezelfde bruinkoolhoudende formatie komt ook verder noordelijk, aan de rivier Enim bij Darmah, en aan de rivier Lematang, tusschen Lahat en Moeara-Enim, te voorschijn. Bijna overal is deze jongere vorming door kwartaire afzettingen bedekt, en daarom alleen aan de randen der rivierbeddingen duidelijk waar te nemen.

Bij de plaats Saoeng-Naga II, niet ver van Batoe-Radja, alwaar zich de rivier Langkajap met de Ogan vereenigt, heeft de eoceene kalksteen ongeveer eene helling van 20^0 naar het noorden; de jongere bruinkoolhoudende lagen vallen eveneens naar het noorden in, maar zeer vlak, hoogstens met 5^0 tot 8^0, en hetzelfde is bij Toeboean het geval. Eene discordante ligging is dus duidelijk merkbaar; of deze jongste lagen echter mioceen of plioceen genoemd moeten worden, is onzeker, daar geene versteeningen gevonden zijn. Te oordeelen naar de hoedanigheid der doffe bruinkolen en der zachte mergels, ben ik geneigd deze lagen voor zeer jong tertiair, *plioceen*, te houden, te meer daar lagen en kolen groote gelijkenis bezitten met eene bruinkoolhoudende formatie in Benkoelen (zie verder beneden), die jonger dan oud-mioceen is.

Van de lagen aan de rivier Ogan werd het profiel fig. 2 samengesteld.

Eoceene lagen zijn in Benkoelen niet bekend, maar verscheidene jongere tertiaire afzettingen komen daar voor. Daar intusschen ook hier het hinderlijke roode diluvium (roodbruine klei met rolstukken) bijna overal de tertiaire lagen geheel of gedeeltelijk bedekt, is hare ligging slechts op enkele plaatsen duidelijk te zien. Het profiel fig. 3 geeft eene doorsnede van Benkoelen, tusschen de plaatsen

Benkoelen en Kepahiang. Het grensgebergte tusschen Benkoelen en Palembang, de z. g. Barisan, bestaat hier uit den ouden augietandesiet van oud-mioceenen ouderdom, dien wij reeds van de Padangsche Bovenlanden kennen. Dit gebergte is hier te gelijk waterscheiding tusschen Oost- en Westkust van Sumatra en heeft op den wegpas tusschen Benkoelen en Kepahiang eene hoogte van 791 meter boven zee.

Naar den kant van Benkoelen liggen tegen en gedeeltelijk ook op dezen augietandesiet, zanderige, mergelige en kleiachtige lagen met donkerzwarte compacte glanzende bruinkolenlagen; het poeder dezer kool, met potaschloog gekookt, geeft eene donkerkoffijbruine oplossing, en deze, met zoutzuur, een rijkelijk bruin praecipitaat van organische zuren: eene eigenschap, waardoor deze kolen, ofschoon uitwendig geheel gelijk, zich zeer scherp onderscheiden van de eoceene steen- en pekkolen, aangezien deze laatsten óf in het geheel geene (Oembilienkolen), óf slechts uiterst weinig (Pengaronkolen) organische zuren bevatten.

In de rivier Kamoemoe is het profiel fig. 4 ontbloot. De andesietheuvel *a* is aan alle kanten omringd door de mergels en zandsteenen, die daar met 10^0 tot 20^0 naar West hellen. Op den vasten andesiet volgen eerst brecciën van andesietbrokstukken; dan wordt, naar het Westen, het materiaal langzamerhand fijner, maar al deze lagen zijn als tuffen van den augietandesiet te beschouwen. Aangezien nu de oudste augietandesiet-eruptie op Borneo, en, zooals het schijnt, in den geheelen archipel, eerst aan het einde van den eoceenen tijd plaats had, en de Kamoemoelagen blijkbaar jonger dan deze andesiet zijn, zoo kwam het mij hierdoor hoogst waarschijnlijk voor, dat deze koolhoudende lagen niet eoceen — waarvoor zij vroeger altijd gehouden waren — maar *mioceen* zouden wezen; en dit werd later bevestigd door Dr. BÖTTGER, die de fossielen der Kamoemoelagen (vindplaats *k*) naauwkeurig onderzocht. De petrefacten zijn mioceen, maar ouder dan de eveneens mioceene lagen van het eiland Nias (zie beneden) en ook ouder dan die mioceene afzettingen van Java, waarin JUNGHUHN de versteeningen vond, die kort geleden Professor MARTIN te Leiden heeft beschreven. Daarom brengt Dr. BÖTTGER de Kamoemoelagen tot de *oud-mioceene* formatie. De versteeningen zijn aangetroffen in eene kalkmergellaag *k*, profiel fig. 4, die tusschen mergels en zandsteenen voorkomt; de laatsten hebben geene fossielen geleverd. Al de Kamoemoe-lagen hebben, met hare andesietische onderlaag, sterke verstoringen geleden, door latere opheffingen.

Verder naar het Westen dat is dus altijd meer naar Benkoelen, volgen tufgesteenten, eveneens van andesietische natuur, zonder versteeningen, die wellicht *jongmioceen?* zijn, en dan komt eene formatie van zachte blaauwgraauwe zanderige mergels en kleisteenen met doffe bruinkolen, gelijkende op die van de

Ogan-rivier in Palembang; ook in deze jongste tertiaire lagen, die ik geneigd ben voor *plioceen* te houden, zijn geen versteeningen aangetroffen. De doffe bruinkolen bevinden zich in de onderafdeelingen Lais en Ketaun, beide *ten noorden* van Benkoelen gelegen. Wenden wij ons nu naar het *zuidelijk* gedeelte van de residentie Benkoelen.

In de onderafdeeling Seloema vinden wij weder op verschillende punten fossielhoudende lagen. Aan den weg van Benkoelen naar Loeboeq Lintang, en wel tusschen Prioekan en Loeboeq Lintang, aan den rechteroever van het riviertje Konkai, komen zachte blaauwe en graauwe mergels, onder dilivium, te voorschijn (fig. 5), die zeer talrijke versteeningen insluiten (vindplaats *c*). Dezelfde mergels treft men ook aan bij het dorpje Kampai, niet ver van het dorp Maas-Mambang (vindplaats *m*), waar alle heuvels uit deze gesteenten bestaan, en deze gaan voort tot aan de zeekust. Bij paal 65, aan het strand, zijn blaauwe mergels ontbloot, bedekt door rood diluvium (vindplaats *n*) en hetzelfde vindt men iets meer zuidelijk tusschen de plaatsen Selalie en Pino. De kust wordt daar gevormd door een 6 tot 10 meter hoogen, vertikalen wand van blaauwgraauwe mergellagen, die zeer flaauw naar het Westen hellen, en bedekt worden door roodbruine klei met andesietrolstukken: het gewone diluvium van Benkoelen (fig. 6). Nog verder naar het zuiden komen bijna overal zware diluviale afzettingen, tufzandsteenen, enz., voor, maar in de beddingen der rivieren, die deze kwartaire lagen diep hebben uitgespoeld, heeft men dikwijls gelegenheid, de blaauwe mergels onder de dikke diluviale bedekking waar te nemen; zij hebben altijd eene geringe helling naar het Westen of Zuid-Westen, terwijl diluviale lagen bijna zuiver horizontaal liggen.

Deze blaauwe mergels zijn zoo zacht, dat zij met een mes gemakkelijk te krabben en te snijden zijn; de versteeningen kan men met een spits mes zeer gemakkelijk uit de lagen krijgen; vele schelpen vertoonen nog duidelijk den paarlemoerglans; de lagen behooren blijkbaar tot eene zeer jonge, *plioceene* formatie. Dr. Böttger ontdekte onder de versteeningen der vindplaatsen *l*, *m* en *n*, soorten van het geslacht Eburna, om welke reden hij deze plioceene mergels „Eburna-mergels" noemt.

In het bed van de rivier Seloema, in de onmiddellijke nabijheid van de reeds bovengenoemde plaats Loeboeq-Lintang (onderafdeeling Seloema), zijn kleisteen-, mergel- en kalkmergellagen ontbloot, die andere fossielen bevatten dan de Eburna-mergels. Op het terrein was niet duidelijk te zien welke samenhang deze lagen met de plioceene mergels bezitten, maar het waarschijnlijkst is dat zij onder de mergels liggen, en dus ouder zijn. Dr. Böttger houdt deze lagen (vindplaats *o*), naar de versteeningen, voor *mioceen*, maar jonger dan de Kamoemoe-

lagen. Het is waarschijnlijk dat deze lagen dezelfde stelling innemen als de tufgesteenten uit profiel fig. 3, en dat de Eburna-mergels in ouderdom overeenkomen met de zachte mergels met doffe bruinkolen van de afdeelingen Lais en Ketaun (profiel fig. 3); maar dit is palaeontologisch nog niet vastgesteld.

In het zuidelijk gedeelte van Benkoelen ligt de plaats *Kroë* aan de zeekust. Op den weg van deze plaats naar de Ranau-Distrikten in Palembang, vindt men eerst eenig alluvium, dan diluvium; dan komt, over korte uitgestrektheid ontbloot, een weinig koraalkalk te voorschijn, en 6 paal (9 kilometer) van Kroë verwijderd treft men graauwe mergels met versteeningen aan, die spoedig door vulkanisch materiaal bedekt worden. Over de ligging liet zich niets anders met zekerheid bepalen, maar de koraalkalk is waarschijnlijk jonger dan de mergels. De door den mijnopziener DE CORTE in deze mergels verzamelde versteeningen (vindplaats *p*) zijn volgens Dr. BÖTTGER even oud als die van de Loeboeq-Lintanglaag (vindplaats *o*), derhalve jong-mioceen.

Over mijne reizen door het zuidelijk gedeelte van Sumatra zijn tot heden slechts twee korte mededeelingen verschenen:

R. D. M. VERBEEK. Voorloopig verslag over een geologischen verkenningstocht door Benkoelen en Palembang in het jaar 1876. *Jaarboek Mijnwezen* 1877, II, blz. 111 e. v.; Voorloopig verslag over een geologischen verkenningstocht door de Lampongsche Districten en een gedeelte van Palembang in het jaar 1877. *Jaarboek Mijnwezen*, 1878, I, blz. 185 e. v.

C. *Het eiland Nias* (Gouvernement Sumatra's Westkust).

Ten westen van Sumatra ligt eene reeks van eilanden, welke allen uit jongtertiaire lagen schijnen te bestaan. Het grootste van deze eilanden is Nias. Toen ik in het jaar 1873 op dat eiland eenige koollagen onderzoeken moest, was ik gedurende korten tijd in de gelegenheid aldaar eenige geologische onderzoekingen te doen en petrefacten te verzamelen. Op Nias komen twee formaties voor: eene onderste mergel-, en eene bovenste kalkformatie. De kalksteen is een koraalkalk met onduidelijke fossiele overblijfselen; hij is zeer onduidelijk in lagen afgezet, maar ligt, zooals het schijnt, discordant op de onderliggende mergels. Aangezien de mergels *jongmioceen* zijn, is de kalk waarschijnlijk niet ouder dan *plioceen*; wij hebben hier dezelfde combinatie van mioceene mergels en waarschijnlijk plioceenen kalksteen, als bij Kroë (zie boven). Op de heuvels van de omstreken van Goenoeng Sitoli, de hoofdplaats van het eiland Nias, vindt men kalksteen, terwijl in de rivierbeddingen mergels van blaauwe en graauwe kleuren, maar ook kleisteenen en kalkmergels ontbloot zijn. In het dal van de rivier Glora komt tusschen mergellagen een koollaag van $^1/_3$ meter dikte voor; de kolen zijn zwart en glanzend, maar behooren toch, evenals de

Kamoemoe-kolen, tot de bruinkolen, daar zij met potaschloog eene donkere koffijbruine oplossing geven.

Onderafdeelingen in de verschillende mergels heb ik niet kunnen herkennen.

In deze mergels zijn versteeningen gevonden bij Hiliberoedjoe en bij Hiligara (vindplaats *q*). De eerste plaats ligt noordelijk, de tweede zuidelijk van Goenoeng Sitoli. Een gedeelte dezer versteeningen werd naar Engeland gezonden; zij zijn kort geleden beschreven door den Heer H. Woodward in het *Geological Magazine* van 1879. Sommige etiquetten schijnen echter verloren gegaan of verwisseld te zijn. Zoo is bijv. N°. 12 *Cardita Sumatrensis*, Pl. X, fig. 5, ook afkomstig van Nias, en niet uit eene kleilaag van de koolhoudende zandsteenétage (étage II Eoceen), want deze lagen bevatten geen fossielen. Al de versteeningen, die de Heer Woodward in het *Geological Magazine* beschrijft, met uitzondering van N°. 1—4, welke tot de kolenkalk behooren, van de 13 hierboven opgenoemde fossielen uit de kalk van Batoe-Mendjoeloer (étage IV Eoceen) en van N°. 18 (Sparganilithes) uit de koolschiefer (étage II Eoceen), dus 65 van de 83 beschreven soorten, zijn afkomstig uit de mergels van Hiliberoedjoe en Hiligara op Nias. De afbeeldingen zijn te vinden op plaat X, XI, XIII, XIV en XV, *Geological Magazine* 1879.

Onder deze Nias-versteeningen zijn ongeveer 30 pCt. nog levende soorten, wat op een *mioceenen* ouderdom wijst. Dr. Böttger, die insgelijks een reeks van petrefacten van Nias ontving, houdt ze eveneens voor mioceen, maar stellig jonger dan de oud-mioceene Kamoemoe-lagen, zoodat men ze ter onderscheiding van deze laatsten *jongmioceen* noemen kan. Zij schijnen even oud te zijn als de meeste door Dr. Martin beschreven versteeningen van Java. Ook zijn in de Nias-mergels enkele foraminiferen gevonden, die door Brady in het *Geological Magazine* van 1875 beschreven zijn. Hij noemt *Orbitoides dispansa* Sow., welke versteening echter ook aangegeven wordt uit de mergels der 4de étage Eoceen van Batoe-Mendjoeloer.

De plioceene? kalksteenen, die op de mergels liggen, bevatten onduidelijke koraaloverblijfselen en eenige kleine nummulieten en operculinen. De Heer Brady, die ook deze foraminiferen in zijn bovengenoemd geschrift beschrijft, noemt:

Nummulina Variolaria Sow.

Nummulina Ramondi Defr.

Nummulina Ramondi var. *Verbeekiana*, en

Operculina granulosa Leym., welke laatste versteening echter ook in de 3de étage Eoceen bij Moeara Bodi aangegeven wordt.

Over Nias zijn de volgende verhandelingen verschenen:

R. D. M. Verbeek. Eerste verslag over een onderzoek naar kolen op het eiland Nias, *Jaarb. Mijnwezen* 1874, I, blz. 157 e v.; Geologische beschrijving van het eiland Nias, *Jaarb. Mijnwezen* 1876, I, blz. 1 e. v.; On the geology of Central Sumatra, *Geol. Magazine* 1875, page 484.

D. *Het Zuid-Oostelijk gedeelte van Borneo.*

Het resultaat van mijne geologische onderzoekingen in het Zuid-Oostelijk gedeelte van Borneo, is nedergelegd in de volgende geschriften:

R. D. M Verbeek. Die Nummuliten des Borneo-Kalksteines, *Neues Jahrb. für Mineralogie* 1871, Seite 1 etc.; De nummulieten uit den eoceenen kalksteen van Borneo (Is eene verbeterde bewerking van het vorige geschrift, en bevat bovendien een kort overzicht der eoceene formatie van Borneo), *Jaarb. Mijnw.* 1874, II, blz. 133 e. v.; Geologische beschrijving der districten Riam Kiwa en Kanan in de Zuider- en Ooster-Afdeeling van Borneo, *Jaarb. Mijnw.* 1875, I, blz 1 e v.; R. D. M. Verbeek, O. Böttger, Th. Geyler und K. von Fritsch. Die Eocänformation van Borneo und ihre Versteinerungen. *Palaeontograghica*, Supplement III, Lieferung 1. Mit XIX Tafeln. Cassel 1875, 1877 und 1878.

Ik zal hier mijne vroegere beschrijvingen niet herhalen, maar wil alleen de eoceene afzettingen met die van Sumatra vergelijken.

In het zuidoostelijk gedeelte van Borneo zijn de eoceene afzettingen in 3 étages aanwezig, die door mij met α, β en γ onderscheiden zijn.

Étage α. Kwartszandsteenen zonder dierlijke versteeningen, harde kleisteenen en pekkoollagen. Dikte 160 meter.

" β. Zachte kleisteenen en mergels, met enkele nummulieten en *Orbitoides papyracea* Boubée. Veel telliniden en overblijfselen van krabben. Dikte 250 meter.

" γ. Nummulietenkalk met millioenen nummulieten, ook orbitoïden. Dikte 20 tot 90 meter.

Volgens de onderzoekingen van Dr. Böttger, is de étage IV Sumatra het volkomen aequivalent van den nummulietenkalk van Borneo. De volgende versteeningen komen in beide formatiën voor: *Cerithium filocinctum* Boettg.; *Turbo obliquus* Jenk.; *Phasianella Oweni* d'Arch.; *Pecten Bouéi* d'Arch.; *Spondylus rarispina* Desh.; terwijl de kalksteen van Batoe Radja in Palembang onder anderen de volgende soorten bevat: *Teredina annulata* Boettg.; *Pecten multiramis* Boettg., waarvan de eerste in étage γ Borneo, de tweede in étage IV Sumatra te voorschijn komt.

Deze drie kalkafzettingen zijn dus stellig als even oude vormingen te beschouwen, ofschoon de kalksteenen van Sumatra *geen enkelen nummuliet* bevatten.

Ook de versteeningen van β Borneo en étage III Sumatra vertoonen veel

overeenstemming. In beide formatiën komen veel telliniden en krabben voor, maar voor zoo ver de slecht bewaarde toestand van de versteeningen van AUER dit liet beoordeelen, schijnen er geen overeenstemmende soorten in aanwezig te zijn.

De onderste étage I van Sumatra is door mij op Borneo niet gevonden.

E. *Java.*

De ligging en het onderling verband van de tertiaire sedimenten op Java zijn door JUNGHUHN in zijn groot werk (*Java*, seine Gestalt, etc.) helaas tamelijk onvolledig, en, zooals Prof. VON HOCHSTETTER het eerst bewees, zelfs niet altijd juist, beschreven.

Van den ouderdom der jongere afzettingen weten wij nog zeer weinig, ofschoon deze gewoonlijk rijk aan versteeningen schijnen te zijn; en de eocene afzettingen van het eiland zijn zoo goed als geheel onbekend.

Uit de beschrijving van JUNGHUHN in zijn *Java*, duitsche uitgave, Band III, blz. 163—179, is bekend dat aan de zuidkust van de residentie Bantam, in het stroomgebied der rivieren Siki, Madoer en Sawarna, eene koolhoudende formatie voorkomt.

De koollagen in de zandsteenen der bergen Gompol en Patat (blz. 163—167) staan bijna vertikaal; daarop volgen zachte kleilagen, waarin de Tji-Karang zijn bed heeft uitgespoeld, ook nog met kolen; dan volgen fijne zandsteenen en mergels, en ten slotte kalksteen van den berg Karang of Tanggil, met eene helling van 60° tot 65°. Hier zijn dus de kalksteen en de tusschenliggende mergels bijna even steil opgericht als de onderliggende koollagen.

Op blz. 176 wordt gezegd dat het terrein aan den berg Madoer zeer verworpen is, en dat daar slechts enkele grootere kalkbrokstukken uit den grond steken.

Dan volgt, blz. 178, dat aan de rivier Sawarna veel kalksteen aan de oppervlakte is te zien, en dat hier de onderliggende koollagen slechts geringe helling bezitten. Uit deze beschrijving kan men opmaken dat de zandsteenen en kleisteenen met kolen, de mergellagen en de kalksteen, concordant op elkaar volgen; de kalksteen is volgens JUNGHUHN dikwijls mergelachtig, afwisselend in karakter, en dit gesteente sluit verder oostelijk aan de rivier Kaso nummulieten in (JUNGHUHN *Java* III, Seite 64, 87 und 203). Of deze versteeningen werkelijke nummulieten zijn, dan wel tot Orbitoides of tot eenig ander foraminiferengeslacht behooren, moet intusschen nog nader worden bewezen.

Deze formatie openbaart zich dus in drie étages. De onderste bestaat uit kwartszandsteenen zonder dierlijke versteeningen, en bevat de koollagen; de middelste is uit mergels samengesteld, de bovenste uit kalksteen. Ieder zal hier de groote gelijkenis met de eocene formatie van Borneo herkennen, en daar de kolen van dezelfde goede hoedanigheid zijn als de Borneo-kolen, komt het mij

zoo goed als zeker voor, dat deze drieledige formatie in Zuid-Bantam *eoceen* is. Ik heb de lagen tot heden zelf nog niet kunnen bezoeken.

In het jaar 1879 was ik eenige dagen in de Preanger Regentschappen, en bezocht Soekaboemi, Tjandjoer, Radja-Mandala en Bandoeng. Mijn verblijf te Soekaboemi was te kort om er een duidelijk geologisch overzicht te verkrijgen; er komen daar koolhoudende zandsteenen en orbitoïdenhoudende kalksteenen voor, die waarschijnlijk eoceen zijn, en, iets meer naar het zuiden, jongere mergel en zandsteenen, die waarschijnlijk mioceen zijn. Beide formatiën gaan oostwaarts voort tot in de omstreken van Radja Mandala.

Hier, in de nabijheid van het kleine dorp Goeha *, is de beroemde plaats, waar een dikke kalkbank bijna vertikaal is opgericht, en naar het zuiden door eveneens zeer sterk hellende zanderige en mergelachtige gesteenten bedekt wordt: dezelfde gesteenten die ten zuiden van Soekaboemi gevonden worden. JUNGHUHN meende nu dat de kalksteen het *bovenste* lid was van de bijna loodrecht staande lagen; maar v. HOCHSTETTER, die deze plaats in het jaar 1858 bezocht, bewees dat de kalksteen de onderste van de aldaar ontbloote lagen is, en bedekt wordt door de zandsteenen en mergels, die brokstukken kalksteen insluiten, en dus stellig jonger zijn.

De helling der lagen neemt van het zuiden naar het noorden toe, is echter steeds naar het zuiden gericht; de kalkbank, als de noordelijkste laag, heeft de grootste helling. v. HOCHSTETTER houdt de kalk voor *eoceen*, de zandsteenen voor *mioceen* (zie *Novara-Reise*, Seite 137—147).

In het vorige jaar bezocht ik Goeha, en moet erkennen dat de beschrijving van Prof. v. HOCHSTETTER volkomen juist is. De zandsteenen, welke de kalk bedekken, sluiten niet alleen brokstukken van kalk, maar ook zeer veel andesietbrokstukken in, en zijn, ten minste gedeeltelijk, als zanderige andesiettuffen te beschouwen. Deze lagen moeten nog ver naar het zuiden doorloopen. Waarschijnlijk behoort ook de aan versteeningen zoo rijke Goenoeng Séla in het Tji-Lanangdal tot dit terrein, maar ik had toen geen gelegenheid die plaats te bezoeken. De kalksteen bevat zeer veel orbitoïden, maar, voor zoo verre ik in microscopische plaatjes heb kunnen ontdekken, geen nummulieten. De eoceene ouderdom van deze orbitoïdenkalk is uit de ligging echter waarschijnlijk genoeg; ter zijner bepaling is het voorkomen van nummulieten in het geheel niet noodzakelijk, want de orbitoïdenkalken van Sumatra bevatten in het geheel geen nummulieten

* Goea, of, zooals het uitgesproken wordt, Goeha, beteekent grot. In den kalksteen komen holen voor, bewoond door zwaluwen, die eetbare nesten bouwen.

en zijn toch volkomen even oud als de nummulietenkalk van Borneo, die deze versteeningen bij millioenen bevat.

De kalksteen van Gocha is naar mijne meening gelijk te stellen met de étage IV van Sumatra of γ van Borneo; de diepere étages der eocene formatie zijn niet ontbloot, daar ten noorden van de kalkbank alles door gerold vulkanisch materiaal en horizontale tuflagen bedekt is.

Maar ten noorden van Radja Mandala, tusschen deze plaats en het basaltheuvelreeksje Gedieg, komen zachte mergellagen met harde kalkmergelbanken voor, die zeer herinneren aan de β-lagen van Borneo. De in de kalkmergel voorkomende foraminiferen waren te klein en te onduidelijk om bepaald te worden; er schijnen echter kleine nummulieten onder te wezen. Van de lagen ten zuiden en ten noorden van Radja Mandala stelde ik profiel fig. 7 samen.

In de residentie Djokdjakarta zijn reeds lang nummulieten uit mergels bekend door de onderzoekingen van den mijningenieur P. van Dijk (Geologische beschrijving der residentie Djokdjakarta, *Jaarb. Mijnw.* 1872, I, blz. 149 e. v.). Daar deze nummulieten in grooten getale aanwezig waren, had ik deze lagen altijd voor eoceen gehouden, tot mij in de beschrijving opviel dat de mergels op trachiet (waarschijnlijk andesiet) liggen, en waarschijnlijk jonger zijn dan het andesiet. Aangezien nu, zooals ik hierboven reeds gelegenheid had op te merken, in den archipel de oudste andesiet-eruptie waarschijnlijk overal eerst in eene *na-eoceene* periode plaats vond, zoo begon ik aan den eoceenen ouderdom te twijfelen, omdat lagen, die jonger dan andesiet zijn, in dit geval niet eoceen kunnen wezen. Ik besloot daarom de gesteenten van Djokdjakarta, die in het museum van het mijnwezen te Batavia liggen, en voornamelijk de mergels in kwestie, nader te onderzoeken.

Uit dat onderzoek is gebleken dat de mergels van de rivier Bawang graauw van kleur en zeer zacht zijn, zoodat ze met de hand gemakkelijk verbrokkeld kunnen worden, en geheel opgevuld zijn met foraminiferen en enkele uiterst kleine gasteropoden en conchiferen. De foraminiferen behooren, volgens een door mij ingesteld microscopisch onderzoek van dunne plaatjes bij doorvallend, en bij de nummulieten ook van gespletene helften *, bij opvallend licht, tot de volgende soorten:

Nummulites Lamarcki d'Arch. et Haime.

Tamelijk stompe regelmatige lens, op de oppervlakte met duidelijke puntjes en aan den rand ook met minder duidelijke kromme stralen voorzien. Diameter

* De Djokdjakarta-nummulieten laten zich door verhitten en bekloppen zeer fraai splijten zoodat het slijpen van dunne plaatjes gewoonlijk onnoodig wordt.

gewoonlijk 4½, slechts zelden 6, dikte 2 millimeter; 6 omgangen, centrale kamer zeer groot, een volwassen exemplaar heeft ongeveer 100 kamers. Wijkt in geen belangrijk punt van den *N. Lamarcki* D'ARCH. et HAIME af. Komt in duizenden exemplaren voor.

Nummulites laevigata LAM.

Stompe, eenigszins onregelmatig gekromde schijf, met zeer fijne puntjes bezet. Diameter 16, dikte 4 millim., 16 omgangen. Slechts zeer zelden vindt men grootere exemplaren van 18½ bij 5 millim., en met 18 of 19 omgangen. Centrale kamer zeer klein. De eerste 6 omgangen staan dicht bij elkaar, de 7de omgang is breeder, de 8ste tot 10^den^ omgang zijn de breedste van allen, maar vertoonen veel onregelmatige verbuigingen, waardoor de kamers soms bijna geheel samengedrukt worden; de laatste 6 (in de grootere exemplaren de laatste 8), en vooral de 4 buitenste omgangen, staan weder dichter bij elkaar, en zijn dikwijls verbogen en samengedrukt. Een volwassen exemplaar heeft ongeveer 400 kamers. Laat zich zeer goed met den door D'ARCHIAC beschreven *N. laevigata* LAM. vereenigen. Komt in de mergels in minder talrijke exemplaren voor dan de *N. Lamarcki.*

Orbitoides papyracea BOUBÉE, *nova var.*

Groote schijf, 40 tot 50 millim. in doorsnede, met eene eenvoudig ronde verhooging, of met eene tepelvormige verdikking in het midden. Deze versteeningen zijn vroeger door mij voor O. discus (= O Fortisi = O. papyracea) gehouden (*Jaarb Mijnw.* 1875, I, blz. 119), en de mergels van Djokdjakarta hoofdzakelijk om deze versteening tot de étage β Borneo (= étage 3 Sumatra) gerekend. Een microscopisch onderzoek der versteeningen deed echter zien dat ze wel tot het genus Orbitoides behooren, maar waarschijnlijk tot eene andere soort dan O. papyracea, of ten minste tot eene bijzondere variëteit, omdat de mediaanlaag zeer dun is, en veel dunner dan ik die tot nog toe in de eigenlijke O. papyracea vond. Daardoor heeft onze Orbitoïd meer gelijkenis met den O. Fortisi van SCINDE, afgebeeld door CARPENTER in het fraaije werk: „Introduction to the study of the foraminifera". *Ray-Society* 1862, Plate XX, Fig. 10; en het komt mij nog altijd zeer twijfelachtig voor of alles wat door verschillende schrijvers onder de namen O. papyracea, Fortisi, Pratti, discus, etc. beschreven is, wel tot dezelfde soort mag gerekend worden. Ten minste vat men dan hier als verschillende variëteiten van dezelfde soort versteeningen samen, die onderling evenveel verschil opleveren als sommige nummulieten, die als verschillende soorten beschreven worden. Ik heb ons fossiel *O. papyracea* var. *Javana* genoemd.

De *kolen*, die onder de lagen met nummulieten en orbitoïden voorkomen (zie het bovengenoemde geschrift van den mijningenieur P. VAN DIJK), zijn doffe

zwartbruine bruinkolen van slechte hoedanigheid, en gelijken niets op de eoceene Indische kolen. De geheele formatie heeft een zeer jong uiterlijk; de slechte kwaliteit der kolen, verbonden met de zachte brokkelige hoedanigheid der mergels, en de ligging van die formatie op andesiet, maken het waarschijnlijk dat men hier met eene *mioceene* formatie te doen heeft, ofschoon de lagen talrijke nummulieten en orbitoïden bevatten. Zooals hierboven reeds gezegd is, bevatten de mioceene mergels van Nias ook orbitoïden, en de plioceene kalk van Nias zelfs nummulieten, zoodat het voorkomen van de genoemde versteeningen geenszins tot de eoceene formatie beperkt is. De ouderdom der Djokdjakarta-mergels moet voorloopig nog eene opene vraag blijven, totdat andere versteeningen gevonden zijn.

De door JUNGHUHN verzamelde versteeningen zijn eindelijk bepaald geworden, wat in het belang der wetenschap zeer te prijzen is. De beschrijving, voorzien van fraaije afbeeldingen, door Professor K. MARTIN te Leiden (*Die Tertiairschichten auf Java*, Leiden 1879) is gedeeltelijk reeds in druk verschenen.

De JUNGHUHN'sche petrefacten schijnen voor het allergrootste deel uit *mioceene* lagen afkomstig en even oud te zijn als de Nias-versteeningen. Maar, indien er in de JUNGHUHN'sche collectie ook geen enkele eoceene versteening te vinden ware, mag daaruit nog geenszins besloten worden tot het ontbreken van de eoceene formatie op geheel Java. De mergels van Djokdjakarta, die toevallig juist nummulieten en orbitoïden bevatten, reken ik nu *niet* meer tot de eoceene formatie, maar de orbitoïden-kalksteen van Goeha en de kwartszandsteenen met kolen, benevens de concordant daarop liggende mergels en kalksteenen der rivieren Siki en Sawarna, in het zuidelijk gedeelte van Bantam, behooren hoogst waarschijnlijk *wel* tot de eoceene formatie.

De slotaflevering van het werk van Prof. MARTIN heb ik nog niet ontvangen. De Heer MARTIN heeft echter reeds verscheidene korte mededeelingen over de Java-fossielen gedaan (zie *Zeitschr. d. d. geol. Gesellsch.* 1878, Band XXX, Seite 539; *Neues. Jahrb. f. Min.* 1879, Seite 557; *Neues Jahrb. f. Min.* 1879, Seite 850), en ons daarbij telkens met eene nieuwe, of ten minste gewijzigde, opinie over den ouderdom der lagen verrast. Eerst werden alle lagen voor „zeer jong tertiair" verklaard. Later werd opgegeven „dat de versteeningen tot twee scherp gescheiden formaties behooren: eene oudere, die uit vulkanische tuffen bestaat, rijk is aan nummulieten en voor eoceen gehouden wordt, en eene jongere, uit zandsteenen, kalken, mergels en klei bestaande, welker fossielen ± 27 pCt. nog levende soorten bevatten, en die voor mioceen gehouden wordt". Nog later wordt medegedeeld „dat de voor nummulieten gehoudene foraminiferen der vulkanische tuffen geen nummulieten, maar orbitoïden zijn; dat echter in de door

VON HOCHSTETTER beschrevene kalksteenen werkelijke nummulieten voorkomen en dat de orbitoïdenhoudende vulkanische tuffen in ieder geval ouder zijn dan de lagen, die door Prof. MARTIN voor mioceen gehouden worden". Hierboven heb ik reeds vermeld, dat de oudste andesieteruptie waarschijnlijk eerst na beeindiging der eoceene formatie plaats had, en dat derhalve tuffen van deze andesieten hoogstens *oud-mioceen*, maar niet eoceen kunnen zijn. Daar nu de meeste Javaansche versteeningen even oud schijnen te wezen als de Nias-petrefacten, die BÖTTGER *jong-mioceen* noemt, in tegenoverstelling van de *oud-mioceene* Kamoemoelagen, die eveneens gedeeltelijk uit andesiettuffen bestaan, zoo komt het mij niet onwaarschijnlijk voor, dat de oudste formatie van den Heer MARTIN *oud-mioceen*, de jongste *jong-mioceen* is.

Wanneer met „de door VON HOCHSTETTER beschrevene kalken", de kalksteen van Goeha bedoeld wordt, zoo kan ik mij, zooals uit het bovengezegde blijkt, met den *eoceenen* ouderdom geheel vereenigen, ofschoon ik in dezen kalksteen alleen orbitoïden en geen nummulieten vond.

Dan hebben wij echter reeds *drie* verschillende formatiën, en, zooals ik reeds opmerkte, in het zuidelijk gedeelte van Bantam is de eoceene formatie waarschijnlijk zelfs in drie étages voorhanden. Wel waarschijnlijk zullen dus op Java, evenals op Sumatra, door voortgezette onderzoekingen, tertiaire afzettingen, van het oudste eoceen tot aan het jongste plioceen, ontdekt worden, maar daartoe is een veel naauwkeurig kennis van de ligging der sedimenten ten opzichte van elkander en van de tertiaire eruptiefgesteenten volstrekt noodig. Want de bepaling van den ouderdom der lagen naar de versteeningen alleen, zonder ondersteund te worden door de kennis van de stratigraphische opeenvolging der lagen, kan gemakkelijk aanleiding tot vergissingen geven. Zoo is bijv. niet te veel gewicht te hechten aan het voorhanden zijn van nummulieten en orbitoïden alleen, en vooral niet dadelijk te besluiten tot een eoceenen ouderdom van de lagen, welke die versteeningen bevatten. Want, zooals wij gezien hebben, komen beide versteeningen ook in jongere lagen voor; en omgekeerd vindt men eoceene lagen, die ze in het geheel niet bevatten. En verder is in een nu nog tropisch gewest de ouderdomsbepaling der jongere tertiaire lagen naar het procentgehalte van de onder de fossielen nog levend voorkomende soorten natuurlijk eenigszins onzeker, en slechts met groote voorzichtigheid mogelijk.

Prof. MARTIN meent verder uit zijne onderzoekingen het gevolg te kunnen trekken:

„dat op het einde van de eoceene periode eene door geweldige erupties vergezelde opheffing van de vulkaanreeks van Java, die tot dien tijd als eene reeks van geïsoleerde kegels boven de oppervlakte der zee uitstak, plaats had; dat

daarop het eiland een tijd lang, gedurende de oligoceene periode, boven den zeespiegel verheven bleef, om zich ten tijde der mioceene periode nog eens voor het grootste gedeelte met water te bedekken, waardoor de mogelijkheid bestond tot afzetting van het meerendeel der Javaansche tertiaire lagen" (*Neues Jahrb.* 1879, S. 559).

Met deze zinsnede kan ik mij in het geheel niet vereenigen. Reeds in mijne verhandeling „Over de geologie van Java" in het *Tijdschrift van het Aardrijksk. Genootschap*, Jaargang I, 1876, blz. 291—299, heb ik eene geheel andere geologische ouderdomstabel voor Java gegeven, die Prof. MARTIN in het geheel niet noemt.

Laten wij daarom nog eens in het kort samenstellen wat wij tot nog toe over de tertiaire geologie van den Archipel weten. Gedeelten van de verschillende eilanden zijn sedert het begin van de eoceene periode tot aan het einde van de tertiaire formatie onder water geweest. Na afzetting van het bovenste lid der eoceene periode, hadden de *eerste* tertiaire eruptiën plaats, massa-eruptiën, hoofdzakelijk van augietandesieten, ook van hoornblendeandesieten en misschien nog andere gesteenten. Tuffen van deze gesteenten zijn in Benkoelen oud-mioceen. In den jongeren tertiairen tijd schijnen slechts *kleinere* eruptiën van andesieten en van bazalten plaats gehad te hebben, terwijl de opbouwing der groote vulkaankolossen eerst in den allerjongsten tertiairen tijd, misschien zelfs eerst aan het einde van de tertiaire periode, begon. Daarom zijn de eigenlijke vulkanische tuffen (puimsteentuffen, etc.) hier altijd diluviaal.

Vergelijkt men nu deze opgaven met de boven opgegeven zinsnede van Prof. MARTIN, zoo is het duidelijk „dat eene opheffing der vulkaanreeks van Java, die tot dien tijd als eene reeks van geïsoleerde kegels boven de oppervlakte der zee uitstak", aan het einde van den eoceenen tijd niet mogelijk is, omdat de vulkanen toen nog niet bestonden. Ik geloof dat de opvatting van Prof. MARTIN zich het eenvoudigst laat verklaren door eene verwisseling der *oude andesiet-tuffen* met de *jongere vulkanische tuffen*, wat hem aanleiding gaf, den opbouw der vulkanen reeds aan het einde van den eoceenen tijd te laten beginnen. Wel hadden er toen belangrijke eruptiën plaats, doch het waren massa-eruptiën, die met de veel latere opbouwing der vulkaankegels niets te maken hebben. Reeds JUNGHUHN onderscheidde deze twee tertiaire eruptiegroepen van verschillenden ouderdom, en noemde de gesteenten der oudste groep Dioriet, Hornblendeporphyr, Augitporphyr, Basalt etc. Het schijnen meest andesieten te zijn.

In de volgende tafel heb ik de verschillende tertiaire sedimenten van de eilanden van den Nederlandsch-Oost-Indischen Archipel, naar hun ouderdom gerangschikt, samengesteld.

	JAVA.	PADANGSCHE BOVENLANDEN.	ZUID-SUMATRA.	NIAS.	BORNEO.
EOCEEN 1e ETAGE.	Onbekend.	Breccieën, conglomeraten, zandsteenen, mergelschiefers met visschen en planten, mergelkalksteen met veel petrefacten.	Conglomeraten en zandsteenen met kolen der Sepoetih-rivier. Lampongsche Districten.	Ontbreekt.	Onbekend.
EOCEEN IIe ETAGE. (Pek en Steenkolen.)	Kwartszandsteenen zonder dierlijke versteeningen, met kolen der rivieren Siki en Sawarna. Zuidkust van Bantam.	Kwartszandsteenen zonder dierlijke versteeningen, met dikke steenkoollagen. Oembilien-kolenveld, etc.	—	Ontbreekt.	Kwartszandsteenen zonder dierlijke versteeningen, kleisteenen met petrefacten en pekkoollagen. Etage α (Verbeek): Riam Kiwa, Koetei, Kapoeasrivier.
EOCEEN IIIe ETAGE.	Mergel- en kleisteenen, die de koolhoudende formatie in Zuid-Bantam concordant bedekken.	Mergel- en kleizandsteenen met Telliniden en Krabben. Tandjoeng Ampaloe, Auer, etc.	—	Ontbreekt.	Mergel- en kleigesteenten met Telliniden en Krabben. Enkele nummulieten en orbitoïden. Etage β (Verbeek): Riam Kiwa-rivier.
EOCEEN IVe ETAGE.	Orbitoïdenkalk van Goeha, Preanger Regentschappen. Kalksteen uit Zuid-Bantam, die de koolhoudende formatie concordant bedekt.	Orbitoïden-kalksteen van Batoe Mendjoeloer, van Auer en van Soelikie.	Kalksteen van de rivier Ogan bij Batoe Radja en van de rivier Saka bij Moeara-Doea. Palembang.	Ontbreekt.	Nummulietenkalk van de rivier Riam Kiwa. Etage γ (Verbeek).
OUD-MIOCEEN.	Waarschijnlijk eenige tuffen met orbitoïden.	Ontbreekt.	Andesiettuffen; zandsteenen en mergels met glanzend zwarte bruinkolen van de Kamoemoerivier. Benkoelen.	Ontbreekt.	Andesiettuffen (zandsteenen) en mergels van de rivier Riam Kanan. ?
JONG-MIOCEEN.	Zeer veel zandsteenen, mergels en kleisteenen, met talrijke petrefacten. Misschien ook de mergels van Djokdjakarta, met talrijke nummulieten en orbitoïden en met bruinkolen.	Ontbreekt.	Mergelkalk en mergellagen van de rivier Seloema bij Loeboeq Lintang, en mergels bij Kroë. Benkoelen.	Mergels met talrijke versteeningen bij Hiligara, Hiliberoedjoe, etc., orbitoïden, bruinkolen.	—
PLIOCEEN.	—	Ontbreekt.	Kalksteen bij Kroë? Eburnamergels in de afdeeling Seloema. Mergels en zandsteenen met bruinkolen der afdeelingen Lais en Ketaun in Benkoelen. Zandsteenen met bruinkolen der rivieren Lematang, Enim, Ogan. Palembang.	Kalksteen van Goenoeng-Sitoli. Kleine nummulieten.	—

Dr. O. Böttger zal weldra verschillende collectiën versteeningen van Sumatra beschrijven, afkomstig van de volgende vindplaatsen:

Vindplaats a. Eoceen I. Mergelkalksteen van Boekiet Kandoeng. Padangsche Bovenlanden.

" *b.* Eoceen I. Mergelkalksteen van de rivier Tambang. Padangsche Bovenlanden.

" *d.* Eoceen III. Mergels van Auer. Padangsche Bovenlanden.

" *f.* Eoceen IV. Orbitoïdenkalk van Batoe Mendjoeloer. Padangsche Bovenlanden.

" *g.* Eoceen IV. Kalksteen en mergelkalk van de rivier Ogan bij Batoe Radja. Palembang.

" *k.* Oud-Mioceen. Kalkmergel van de rivier Kamoemoe. Benkoelen.

" *o.* Jong-Mioceen. Kalkmergel van de rievier Saloema te Loeboeq-Lintang. Benkoelen.

" *p.* Jong-Mioceen. Mergels bij Kroë. Benkoelen.

" *q.* Jong-Mioceen. Mergels van Hiliberoedjoe en Hiligara op het eiland Nias.

" *l.* Plioceen. Eburnamergels van de rivier Konkai.

" *m.* Plioceen. Eburnamergels bij het dorp Kampai bij Maas Mambang.

" *n.* Plioceen. Eburnamergels bij paal 65 aan de zeekust.

(*l*, *m*, *n*: Onderafdeeling Seloema. Benkoelen.)

Batavia, 25 April 1880.

Andesiet
Solok
Graniet
S.
k₂
Diabaas
k₁
e₁
e₂
e₃
e₄
Koollagen
Tandjoeng Ampaloe

Fig. 1. Profiel van Solok tot Tandjoeng Ampaloe, Padangsche Bovenlanden, Sumatra.



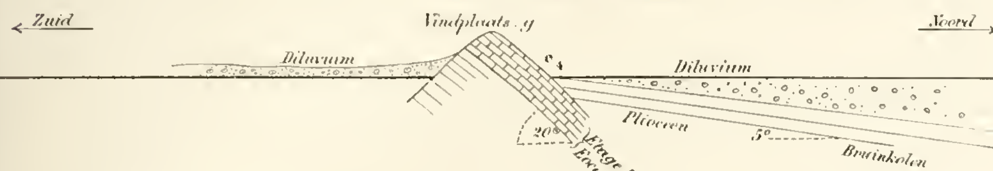


Fig. 2. Profiel van de tertiairelagen aan de Ogan-rivier bij Batoe Radja, Palembang, Sumatra.

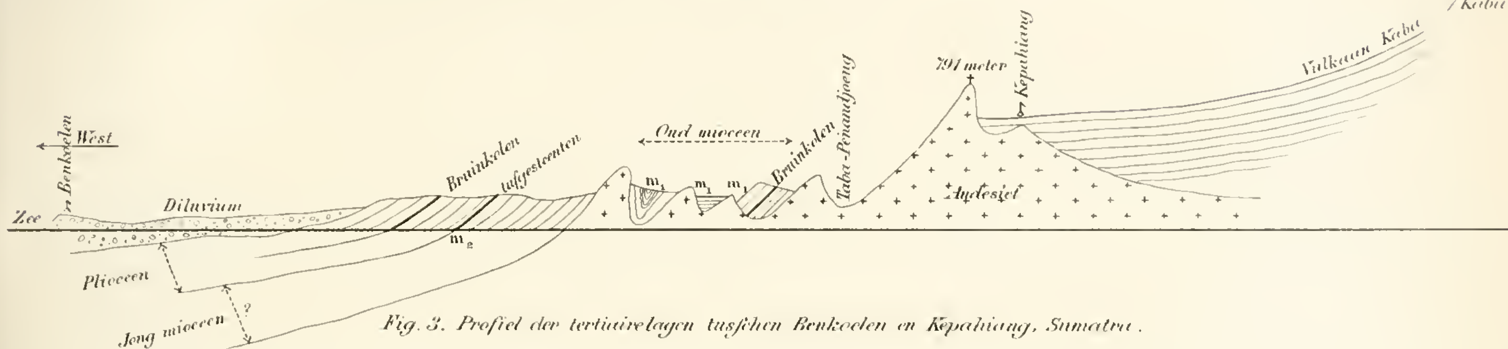


Fig. 3. Profiel der tertiairelagen tusschen Benkoelen en Kepahiang, Sumatra.

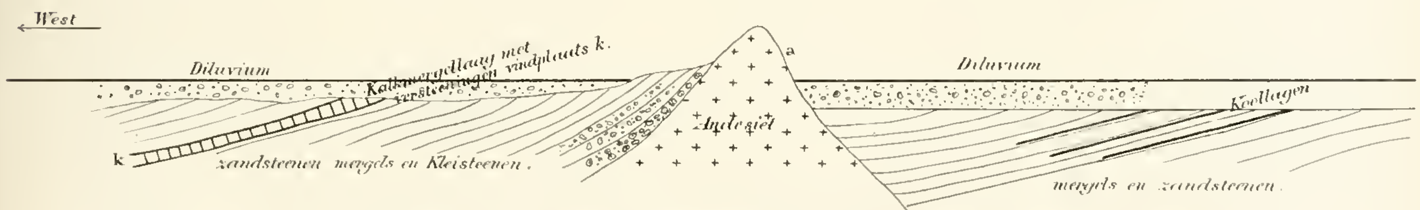


Fig. 4. Profiel der Koolhoudende oud-mioceene formatie aan de Kamoemoe-rivier, Benkoelen, Sumatra.

Diluvium
Vindplaats ⊕ l
Plioceene
mergels

Fig. 5. Profiel der lagen aan den rechter oever van de rivier Konkai. Onderafdeeling Seloema, Benkoelen, Sumatra.

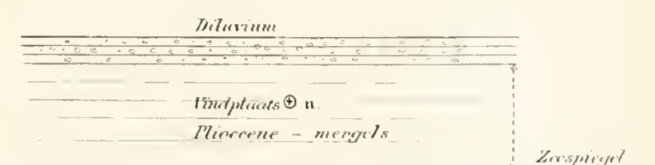


Fig. 6. Profiel der lagen aan de Zeekust bij paal 65, en tusschen Selalie en Pino, Benkoelen, Sumatra.

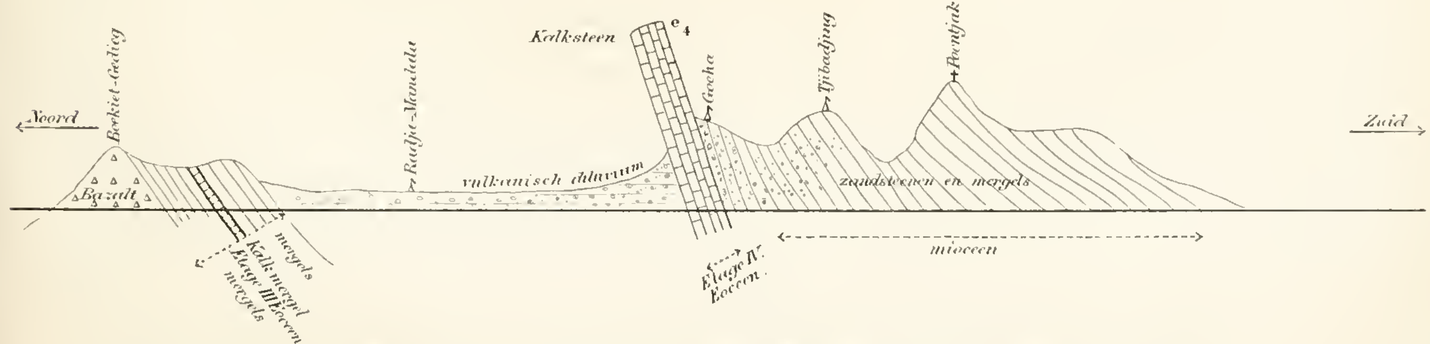


Fig. 7. Profiel der lagen in de nabijheid van Radja-Mandala, Preanger Regentschappen, Java.

ALGEMEENE THEORIE DER VLOEISTOFFEN,

DOOR

H. KAMERLINGH ONNES.

EERSTE STUK.

De beschouwingen, in dit opstel ontwikkeld, hebben tot grondslag de onderstelling, dat de moleculen van alle vloeibare of gasvormige stoffen, die men in 't algemeen vloeistoffen kan noemen, *gelijkvormige* elastische lichamen van niet merkbaar veranderende afmetingen zijn, die elkander aantrekken met krachten, welke herleid kunnen worden tot eene drukking in het oppervlak, bij verschillende dichtheid derzelfde stof evenredig met het vierkant der dichtheid. Verder wordt de stelling der mechanische warmteleer aangenomen, volgens welke de levende kracht van de progressieve beweging der moleculen de maat is van de temperatuur der stof.

Het eerste gedeelte van onze onderstelling kan wellicht zeer gewaagd en daardoor onvruchtbaar schijnen. Ter rechtvaardiging van het door ons gekozen standpunt moge de herinnering strekken, dat bij de afleiding van de formule van Prof. van der Waals, waaruit zoovele belangrijke wetten voortvloeiden, niet alleen dezelfde hypothese tot grondslag wordt genomen, maar bovendien de invloed van de afmetingen der bolvormig onderstelde moleculen op het aantal harer botsingen op eene eigenaardige wijze in rekening wordt gebracht, tengevolge waarvan in de formule het volume van de vloeistof met een standvastig bedrag b wordt verminderd. Zoolang het volume van de vloeistof, ten opzichte van het volume door de moleculen zelve ingenomen, niet zeer groot is, is deze onderstelling zeer gewaagd. Prof. van der Waals zelf beschouwt haar slechts als eene eerste benadering en zegt dan ook, dat streng genomen voor volumina kleiner dan $2b$ op de ver-

anderlijkheid van b moet gelet worden. Het doel van dit onderzoek is, in dezen gedachtengang van Prof. VAN DER WAALS eene schrede verder te gaan en te onderzoeken, wat men in 't algemeen voor het verband tusschen volume, druk en temperatuur van vloeistoffen kan afleiden, wanneer men de onderstelling dat aan b eene standvastige waarde mag worden toegeschreven, laat varen en den invloed van de afmetingen der moleculen op het aantal der botsingen streng in rekening gebracht denkt.

Bij het weinige wat wij van de moleculaire theorie der vloeistoffen weten, kan het zijn nut hebben deze enkel op den door ons aangevoerden grondslag op te bouwen en aan de waarneming te toetsen, om te zien in hoeverre onze grondstelling zelve gewijzigd moet worden.

Het zal daardoor blijken hoe de algemeene vloeistofwet, door Prof. VAN DER WAALS afgeleid uit de door hem opgestelde vergelijking der isothermen, nog gelden kan voor vloeistofvolumen, die niet meer met deze isotherme overeen zijn te brengen, wanneer men daarin aan b de standvastige waarde toekent, die voor den kritischen toestand geldt. De toepassing van het beginsel der gelijkvormigheid in de beweging zal ons verder doen zien, dat die algemeene vloeistofwet als 't ware de onmiddellijke vertolking van onze grondstelling is.

Overigens kan de stabiliteit van zeer zwakke chemische verbindingen in dampvorm als een belangrijke steun voor het aannemen van slechts geringe vorm- en afmetingsveranderingen der moleculen bij onderlinge botsing worden aangevoerd.

---

§ 1. DE VERGELIJKING DER ISOTHERMEN.

Wij zullen ons eerst zooveel mogelijk houden aan de afleiding van Prof. VAN DER WAALS *. Wij vervangen met hem de werking der moleculaire krachten door een moleculairen druk N_1, die afhangt van eene aan elke stof eigene constante a en van het volume v, dat een bepaalde gewichtshoeveelheid van die stof inneemt, volgens de betrekking:

$$N_1 = \frac{a}{v^2}\,.$$

Deze drukking en de buitendrukking N moeten te zamen evenwicht maken

* Bij onze afleiding hadden wij even goed den weg kunnen volgen door Prof. H. A. LORENTZ ingeslagen in het opstel voorkomende in WIEDEMANN's *Annalen* 1881, N°. 1, bl. 127.

met den druk door de botsingen der moleculen ontstaan. Hadden deze geen afmetingen, zoo zoude

$$\Sigma \frac{1}{2} M_0 V^2 = \frac{3}{2} (N + N_1) v$$

zijn; wanneer M_0 de massa, V de snelheid van elk molecuul is. Nemen wij als eenheid van massa, die van een kilogram, als eenheid van lengte de meter, als eenheid van tijd de seconde, dan wordt de druk van éen atmosfeer in krachtseenheden per oppervlakte eenheid gelijk 10334 × 9,806 of 101335.

Het gezamenlijk volume, ingenomen door het aantal moleculen, dat in de volume-eenheid aanwezig wordt gesteld wanneer wij daarvoor den moleculairen druk door a voorstellen, zullen wij m noemen. De verhouding van het aantal botsingen der moleculen tegen de wanden tot het aantal dat geleverd zou worden door moleculen van dezelfde snelheid, maar van onmerkbaar kleine afmetingen, kan dan aangeduid worden door:

$$\psi(m, v) : 1,$$

waarin ψ eene functie is, van welke alleen bekend is dat zij afhangt van het volume v, dat de aangenomene vloeistofhoeveelheid, en van het volume m, dat de moleculen dier vloeistofhoeveelheid innemen.

Men vindt dan (VAN DER WAALS *Continuiteit van den gasvormigen en vloeibaren aggregaatstoestand*, bl. 52):

$$\Sigma \frac{1}{2} M_0 V^2 = \frac{3}{2} (N + N_1)\, v \,.\, \psi\, (m, v)$$

of (bl. 55)

$$\Sigma \frac{1}{2} M_0 V_0^2 (1 + \alpha t) = \frac{3}{2} \left(p + \frac{a}{v^2}\right) v \,.\, \psi\, (m, v),$$

waarin V_0 de snelheid van progressieve beweging derzelfde moleculen bij 0°, $\alpha = \frac{1}{273}$ en t de temperatuur is, terwijl voor den buitendruk nu is geschreven p. Voor $\Sigma \frac{1}{3} M_0 V_0^2$ zal men mogen schrijven eene andere constante R; zoodat

$$R (1 + \alpha t) = \left(p + \frac{a}{v^2}\right) v \,.\, \psi\, (m, v).$$

Wij zullen nu aantoonen, dat $\psi(m, v)$ niet anders kan zijn dan eene functie van de verhouding $\frac{v}{m}$.

Daartoe merken wij in de eerste plaats op, dat bij een zelfde m, en een zelfde aantal moleculen de verhouding van het aantal botsingen, die werkelijk plaats vinden tot die, welke plaats zouden vinden, wanneer de moleculen geen afmetingen hadden, onafhankelijk is van de gemiddelde snelheid, waarmede deze moleculen zich bewegen. Laten wij daartoe voor een bepaalde, in beide gevallen gelijke, gemiddelde snelheid de plaatsen van de zwaartepunten der moleculen in het eerste en van de zonder afmetingen gedachte moleculen in het tweede geval voor iedere waarde van t gegeven denken. Schrijft men in de hiervoor gegevene uitdrukking $s\,t = \tau$, d. i. voert men in deze bekend gedachte functiën van den tijd t eene nieuwe tijdseenheid in, zoo krijgt men dezelfde plaatsen bij opvolgend s-maal kleinere waarden van den tijd, dus ook na een s-maal kleineren tijd dezelfde botsingen; d. i. in beide gevallen blijft het aantal botsingen in dezelfde verhouding.

Dit vastgesteld hebbende, kan men nu gemakkelijk aantoonen, dat ψ (m, v) voor gelijkvormige moleculen van n-maal grooter volume in n-maal grootere ruimte dezelfde is. Want, denkt men zich twee gevallen, alleen hierin verschillende, dat in het eerste alle afmetingen en snelheden $\sqrt[3]{n}$-maal grooter zijn dan in het tweede, dan is duidelijk, dat in beide gelijkvormige toestanden het aantal botsingen dat plaats vindt, in dezelfde verhouding moet staan tot dat hetwelk plaats zou vinden, wanneer het volume der moleculen zoo klein ware, dat het op het aantal botsingen geen invloed zou hebben. Maar blijkens het vorige betoog blijft die verhouding nog dezelfde, hoe ook in een van beide gevallen de snelheid veranderd wordt, zoodat ψ (v, m) in twee verschillende gevallen slechts verschillende waarden kan hebben, doordien $m : v$ verschilt.

Wij mogen dus in plaats van ψ (v, m) schrijven

$$\psi\left(\frac{m}{v}\right)$$

en kunnen nu nog opmerken, dat voor kleine waarden $\frac{m}{v}$, ψ tot één nadert, zoodat men daarbij in 't algemeen mag stellen

$$\psi\left(\frac{m}{v}\right) = 1 - r\frac{m}{v} + B\left(\frac{m}{v}\right)^2 + C\left(\frac{m}{v}\right)^3 + \text{enz.}$$

of ook

$$\psi\left(\frac{m}{v}\right) = \left(1 - r\frac{m}{v}\right)\left(1 + B\left(\frac{m}{v}\right)^2 + C_1\left(\frac{m}{v}\right)^3 + \text{enz.}\right).$$

Eindelijk, wanneer men door $\chi\left(\frac{m}{v}\right)$ aanduidt eene functie

$$\chi\left(\frac{m}{v}\right) = 1 + B\left(\frac{m}{v}\right)^2 + C_1\left(\frac{m}{v}\right)^3 + \text{enz.},$$

die voor kleine waarden van $\frac{m}{v}$ tot 1 wordt, op eene grootheid van de tweede orde na, zoo wordt

$$\psi\left(\frac{m}{v}\right) = \left(1 - r\frac{m}{v}\right)\chi\left(\frac{m}{v}\right).$$

Deze uitdrukking is vooral geschikt voor de beschouwing van volumina $> 2\,r\,m$. Voor kleinere volumina verliest zij deze beteekenis en verdient dus het onmiddellijk gebruik van $\psi\left(\frac{m}{v}\right)$ boven $\chi\left(\frac{m}{v}\right)$, hetgeen toch niet anders dan $\dfrac{\psi\left(\frac{m}{v}\right)}{1-r\frac{m}{v}}$ voorstelt, de voorkeur.

Wij zullen voor den coëfficiënt r voorloopig de waarde niet zoeken; CLAUSIUS vond daarvoor 8, Prof. VAN DER WAALS toonde echter aan dat zij 4 moet zijn; wij zullen ons er toe bepalen er eene *vaste* waarde, die verder onbepaald blijft, aan toe te kennen en, om de overeenkomst met de theorie van Prof. VAN DER WAALS in sommige gevallen scherper te doen uitkomen, dikwijls

$$r\,m = b'$$

schrijven, opmerkende dat r voor alle stoffen dezelfde waarde heeft.

De uitkomst van ons onderzoek is derhalve, dat de isothermen tot vergelijking hebben

$$R\,(1 + \alpha\,t) = \left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - r\,m)\,\chi\left(\frac{m}{v}\right),$$

waar χ voor alle stoffen dezelfde *botsingsfunctie* is.

---

§ 2. OPMERKINGEN OVER DEN ALGEMEENEN VORM DER ISOTHERMEN.

Brengen wij nu de isothermen in verband met de wet van AVOGADRO, welke men zoo kan uitdrukken, dat in verdunden gastoestand de gemiddelde levende kracht van de progressieve beweging der moleculen voor alle moleculen bij de

zelfde temperatuur even groot is, zoo kan men nog opmerken, dat R voor alle stoffen eene zelfde waarde heeft, zoodra wij de tot nog toe onbepaald gelaten gewichtshoeveelheid van elke beschouwde stof, die in de volume-eenheid aanwezig moet zijn om de specifieke attractie a als moleculairen druk te leveren, zoo kiezen, dat zij de gewichtseenheid $\times$ het moleculair gewicht van de stof is; de zoo bepaalde grootheid zullen wij, onder den naam van *absolute moleculaire attractie*, uitgedrukt in absolute eenheden, die het mij wenschelijk schijnt ook in de moleculaire theorie in te voeren, door het teeken A aanduiden. Eene overeenkomstige bepaling is reeds door Prof. VAN DER WAALS en F. ROTH gevolgd, door te stellen, dat de eenheid van volume, voor welke a bepaald wordt, die van de beschouwde hoeveelheid stof bij 0° en 760 mm. is. Bij de berekening van de door ROTH volgens deze definitie opgegevene waarden van a (en dus ook van b, de grootheid in de isotherme van Prof. VAN DER WAALS, die met onze $r\,m$ gelijk staat) kan men de kleine afwijking van theoretische (of liever uit het moleculair gewicht afgeleide) en ware dichtheid verwaarloozen en wordt dus in een kubiek meter eene hoeveelheid stof aanwezig gesteld, die gelijk is aan het moleculair gewicht $\times$ 0,044783 kilogram. Was onze A in atmosferen uitgedrukt en blijven wij a gebruiken voor de grootheid volgens Prof. VAN DER WAALS berekend en in atmosferen uitgedrukt, zoo zou onze $A = \dfrac{a}{(0{,}047783)^2}$ zijn. In plaats van een atmosfeer 101335 absolute drukeenheden invoerende, wordt

$$A = 50527000\ a$$

$$b' = r\,m = 22{,}33\ b.$$

Met deze bepaling wordt de isotherme — R en p in absolute maat door R_0 en N aanduidende —

$$R_0\,(1 + \alpha\,t) = \left(N + \frac{A}{v^2}\right)(v - r\,m)\ \chi\left(\frac{m}{v}\right).$$

Wanneer waterstof onder een druk 101335 bij 0° verkeert, is de verhouding van $r\,m$ tot v (VAN DER WAALS, bl. 91) ongeveer 0,00050. Dan is $v = \dfrac{1}{0{,}044783}$ en, daar A bij waterstof verwaarloosd mag worden, is

$$R_0 = 10334 \times 9{,}806\ \frac{0{,}99950}{0{,}044783} = 2261600.$$

De formule

$$2261600 = \left(N + \frac{A}{v^2}\right)(v - r\,m),$$

die hieruit voor kleine waarden van $\frac{m}{v}$ door gelijkstelling van $\chi\left(\frac{m}{v}\right)$ aan 1 volgt, kan dienen om te zien in hoeverre de afwijkingen tusschen de ware dichtheid van gassen en dampen ook onder lage drukkingen en de dichtheid uit de wet van AVOGADRO afgeleid, welke men gewoonlijk als theoretische dichtheid aanduidt, door de attractie en de afmetingen der moleculen worden verklaard.

De algemeene isotherme brengt de theorie der vloeistoffen terug tot de kennis van twee constanten A en $r\,m$, afhankelijk van den chemischen aard der stof en tot die van eene voor alle stoffen gemeenschappelijke botsingsfunctie. Wat de constante $r\,m = b'$ betreft, zoo is het vermoeden van Prof. VAN DER WAALS (l. c. bl. 68), dat de moleculaire volumes evenredig zijn aan den vierkantswortel uit het gewicht, niet bevestigd, nu door SAJOTSCHEWSKY en anderen genoegzame experimenteele gegevens zijn bijeengebracht *. Opmerkelijk is vooral de uitkomst door ROTH (WIED. *Annalen*, Bd. XI, 1880) uit SAJOTSCHEWSKY's proeven berekend, dat voor de isomere verbindingen azijnzure methylaether en mierenzure aethylaether a en b verschillend zijn †. De constanten A en $r\,m$ zouden dus afhangen van de structuur der moleculen. Mocht deze uitkomst bevestigd worden, dan zou de beteekenis van A en $r\,m$, voor de theoretische scheikunde nog vergroot worden. Ook het vermoeden van A. NAUMANN (*Thermochemie*, p. 51), aan de beschouwing der specifieke warmte ontleend, dat de aantrekkingen tusschen de moleculen aangroeien met hunne massa's, wordt tegengesproken onder anderen door de waarden van a voor benzol en chloroform §.

---

* Sedert het schrijven dezer bladzijden heeft Prof. VAN DER WAALS deze onderstelling door eene andere veel meer waarschijnlijke vervangen.

		Krit. temp.	Krit. druk.	$10^4\,a$.	$10^4\,b$.
†	Azijnzure methylether	229°,8	57,6	248	39
	Mierenzure aethylether	230°,0	48,7	304	48

		Molec. gewicht.	Krit. temp.	Krit. druk.	$10^4\,a$.	$10^4\,b$.
§	Benzol	78	280,6	49,5	438	51
	Chloroform	119,5	260,	54,9	287	44

De opgestelde vergelijking geldt slechts binnen die grenzen van vloeistoftoestand, waarbinnen onze grondstelling mag worden aangenomen. Wanneer men de onderstelling, dat dit geoorloofd is, ontleedt, zoo blijkt zij daarin te bestaan, dat men de moleculen in de vloeistof als onder de werking van twee soorten van krachten, beschouwt, waarvan die van de eene soort, de attractie der moleculen, voortdurend werken, maar binnen in de vloeistof met elkaar in evenwicht zijn, terwijl de andere, de krachten die zich bij de botsing ontwikkelen, slechts gedurende een uiterst korten tijd werken. Deze beschouwing is zeker niet meer geoorloofd, bijv. in het geval der abnorme dampdichtheden, wanneer twee of meer moleculen gedurende een zekeren tijd samengekoppeld zijn en dus onder de werking van belangrijke krachten blijven, of wanneer, zooals in het geval van overgang tot den vasten aggregaatstoestand, niet alleen op de krachten, door meerdere molecuulcentra op elkaar uitgeoefend, maar ook op de onderlinge werking van bestanddeelen van verschillende moleculen moet worden gelet. Ik kan hier volstaan met deze aanduiding van eene meer algemeene theorie, die de vraagstukken, welke men met de isotherme behandelen kan, onder een gemeenschappelijk gezichtspunt zou brengen: met de theorie der abnorme dampdichtheden eenerzijds, met de theorie van den vasten aggregaatstoestand anderzijds.

Het schijnt mij echter, dat de wijziging, door CLAUSIUS (WIED., *Ann.*, Bd. IX, bl. 348, 1880) in de vergelijking voor de isotherme voorgeslagen, nog niet als zoodanig mag worden beschouwd. Wat in 't bizonder de toepassing op koolzuur betreft, zoo blijven er nog afwijkingen over in de proeven door ROTH met koolzuur bij 183°,8 verricht (WIED., *Ann.*, Bd. XI, p. 11, 27, 1880). Zoo vindt men

	CLAUSIUS.	ROTH.
bij $v = 0{,}106884$	$p =$ 15,50	$p =$ 15,55
0,050015	32,50	32,09
0,01756	87,44	85,00
0,010786	136,31	130,55.

Bij deze afwijkingen kan ik nog wijzen op die van het kritisch volume, welke wij in eene volgende paragraaf zullen bepalen. Hier tegenover staat evenwel eene geheel met de proeven overeenstemmende bepaling van de kritische temperatuur.

CLAUSIUS stelt in plaats van $\frac{a}{v^2}$ als uitdrukking van den moleculairen druk $\frac{c}{T(v+\beta)^2}$, waarin T de absolute temperatuur c en β constanten zijn. Hij onder-

stelt namelijk de attractie als voornamelijk gedurende de botsing werkzaam. Prof. VAN DER WAALS heeft reeds door de vergelijking van de capillariteitsconstante met den moleculairen druk de verrassende uitkomst verkregen (bl. 104, l. c.), dat de straal van de sfeer van attractie eigenlijk gelijk gesteld kan worden aan den afstand van de centra der botsende deeltjes en aangeduid hoe men zijns inziens ook van deze onderstelling uitgaande tot zijne vergelijking van de isotherme zou kunnen komen. Want wanneer men in aanmerking neemt, dat het aantal botsingen van het kwadraat van de densiteit afhangt, zou ook bij de uitwerking van dit denkbeeld volgens Prof. VAN DER WAALS de attractie afhankelijk gesteld moeten worden van het kwadraat van de densiteit. Dit is bij eene zelfde temperatuur bij groote waarden van v ten opzichte van b wel is waar het geval, maar niet meer bij waarden van v, die slechts eenige malen b bedragen; verder is het aantal botsingen afhankelijk van de temperatuur. Dus zal ook, in de nu behandelde onderstelling, de attractie eene functie van het volume niet alleen, maar tevens, dit moet met CLAUSIUS erkend worden, van de absolute temperatuur zijn. Want de grootheid, die nu de beteekenis van den moleculairen druk a verkrijgt, is de gemiddelde waarde van de kracht, die op de deeltjes in de grenslaag wordt uitgeoefend; en nu wordt wel, terwijl het aantal botsingen met de temperatuur toeneemt, de tijd gedurende welken de deeltjes aan onderlinge krachten onderworpen zijn in 't algemeen kleiner, maar dat daarom de gemiddelde waarde van de kracht onafhankelijk van de temperatuur zoude worden, is niet zonder nader bewijs in te zien. Eindelijk is de wijze waarop Prof. VAN DER WAALS bij de afleiding van zijne formule van de isotherme den invloed van de afmeting der moleculen in rekening brengt slechts geldig in de onderstelling, dat alleen in het oppervlak krachten op de botsende deeltjes werken. Het ligt dus niet voor de hand, dat de onderstelling, dat de attractie voornamelijk gedurende de botsing werkzaam is, ook tot zijne formule van de isotherme zou voeren en zeker is het niet waarschijnlijk dat haar theoretische vorm verkregen wordt enkel door $\frac{a}{v^2}$ te vervangen door $\frac{c}{T(v+\beta)^2}$. Zoolang niet het door Prof. VAN DER WAALS aangeduide en met de boven genoemde meer algemeene theorie samenhangende onderzoek uitgevoerd is, blijft het dus — zelfs al zoude de formule van CLAUSIUS met *drie* constanten blijken eene algemeen geldige empirische formule te zijn — wenschelijk de oorspronkelijke theorie van VAN DER WAALS met *twee* constanten en in de onderstelling, dat de moleculen alleen in het oppervlak aan krachten onderworpen zijn, uit te breiden.

Prof. VAN DER WAALS zelf heeft er herhaaldelijk op gewezen, dat men slechts

bij benadering b onveranderlijk mag stellen. Tot de onderstelling, dat b weinig met de temperatuur verandert maar belangrijk met het volume zoodra dit weinig van b verschilt, werd ik gebracht door de beschouwing van de tabel op bl. 77 (*Continuiteit* enz.). Deze tabel werd verkregen door voor koolzuur de grootheid te berekenen, die in de theorie van Prof. VAN DER WAALS door $v - b$ en dus door $(v - r\,m)\,\chi\left(\frac{m}{v}\right)$ in de onze wordt aangeduid. De grootheden, die er worden opgegeven als b, zijn dus

$$b = v - (v - r\,m)\,\chi\left(\frac{m}{v}\right).$$

Neemt men nu bij verschillende temperaturen gelijke waarden van v zoo zal, indien m met de temperatuur niet merkbaar verandert, ook b onveranderlijk met de temperatuur zijn.

Neemt men daarentegen bij gelijke temperaturen verschillende waarden van v, zoo zal, wanneer $\chi\left(\frac{m}{v}\right)$ niet aan de eenheid gelijk gesteld mag worden, b vrij sterk veranderen.

Dat dit inderdaad het geval is, blijkt uit de volgende opgaven door Prof. VAN DER WAALS aan de waarnemingen van ANDREWS ontleend:

$t = 13^o,1$	$v = 0,013764$	
	$b = 0,00242$	
$t = 35^o,5$	$v = 0,01367$	
	$b = 0,0025$	
$t = 21^o,5$	$v = 0,002935$	$v = 0,002429$
	$b = 0,001924$	$b = 0,001719$
$t = 35^o,5$	$v = 0,003026$	$v = 0,002629$
	$b = 0,00195$	$b = 0,001798.$

Wat de verandering van b met de temperatuur betreft, kan men voor koolzuur tevens aanvoeren de waarnemingen van ROTH, die berekent (l. c.)

$18^o,5$	$b = 23.10^{-4}$
$49^o,5$	27.
$99^o,6$	29.
$183^o,8$	29.

voor volumes grooter dan $2\,b$.

Uit de waarnemingen van SAJOTSCHEWSKY, (*Beibl.* 3, p. 742 en 743, 1879), volgt voor ether bij den kritischen toestand

$$b = 57.10^{-4}\,,$$

terwijl wij voor vloeibaren ether bij 0^0 uit de isotherme met $a = 0{,}0324$ (ROTH. WIED. II, p. 136, 1850) afleiden

$$b = 39.10^{-4}\,.$$

Evenzoo voor alcohol bij den kritischen toestand

$$b = 37.10^{-4}$$

vloeibaar bij 0^0 $b - 23.10^{-4}$ *.

Den meest belangrijken invloed op b heeft blijkbaar het volume. Wij hebben hier dus als 't ware eene vingerwijzing, dat de eerste stap in de uitbreiding van de theorie van Prof. VAN DER WAALS de invoering van onze botsings-functie moet zijn. Daardoor kan men zonder het invoeren van nieuwe constanten, waaraan geene tastbare physische beteekenis gehecht wordt, of die voor elke stof afzonderlijk bepaald moeten worden, de isotherme toepasselijk maken op die volumina, welke aan de isotherme met $\chi = 1$, of wat hetzelfde is aan de isotherme van Prof. VAN DER WAALS in 't geheel niet meer zouden voldoen, n.l. op die vloeistofvolumina, welke onder kleine drukkingen kunnen bestaan en waarvoor de merkwaardige vloeistofwet geldt, door Prof. VAN DER WAALS in de zitting der Koninklijke Akademie van Wetenschappen van 25 September 1880 medegedeeld.

Wanneer men eene *tweede* benadering voor de isotherme wil verkrijgen en daartoe de storingen onderzoekt, welke hieruit voortvloeien, dat de ondersteld onveranderlijkheid der moleculen bij botsingen en temperatuursverandering afwijkt van de werkelijkheid, zoo zal ook daarop gelet moeten worden, dat de onderstelling der gelijkvormigheid in 't algemeen niet vervuld is en men zal dan voor verschillende klassen van gelijkvormig gebouwde moleculen verschillende botsings-functiën moeten invoeren.

---

* Gegevens: GMELIN, 1e Bd., 1e Abth. von NAUMANN, p. 420, 421.

Acohol	0^0	0,8094 (KOPP).
Aether	0^0	0,7365 (KOPP).

§ 3. Bepaling van de kritische temperatuur, het kritisch volume en den kritischen druk uit de vergelijking der isothermen.

Om de kritische temperatuur uit de isotherme te bepalen kon Prof. van der Waals wegens zijn bizonderen vorm der isothermen eene bizondere methode volgen, die niet toegepast kan worden op de meer algemeene door ons opgestelde vergelijking. De isotherme van Prof. van der Waals beantwoordt aan eene vergelijking van den derden graad in v en hij behoefde dus slechts die waarden van de temperatuur als veranderlijke parameter in de schaar der isothermen te bepalen, welke de drie wortels van v deed samenvallen. Wij moeten dus in de eerste plaats eene algemeene methode opstellen, volgens welke men uit de isothermen de kritische temperatuur den kritischen druk en het kritisch leert vinden, en welke wij zullen toepassen op de vergelijkingen van Prof. van der Waals en van Clausius als bizondere gevallen en eindelijk op onzen vorm der isothermen.

De algemeene methode wordt geleverd door de opmerking, dat de waarde van den veranderlijken parameter t in de isotherme zoo moet gekozen worden, dat de isotherme voor de kritische temperatuur te gelijkertijd

$$\frac{dp}{dv} = 0$$

en

$$\frac{d^2p}{dv^2} = 0$$

geeft. Immers slechts dan zullen voor nabijgelegen waarden drie snijpunten van de kromme met een lijn evenwijdig aan de v-as mogelijk zijn.

Deze twee vergelijkingen toegepast op de ware isotherme $p = f(v, t)$ — of op elke benaderde voorstelling er van — zal twee betrekkingen

$$\frac{df(v,t)}{dv} = 0 \qquad \frac{d^2f(v,t)}{dv^2} = 0$$

leveren, waaruit men v en t kan oplossen, welke waarden dan met den kritischen toestand overeenkomen. De isotherme $p = f(v, t)$ geeft hierbij den kritischen druk.

Volgens Prof. van der Waals is

$$p = \frac{R(1 + at)}{v - b} - \frac{a}{v^2};$$

dus zijn

$$\frac{dp}{dv} = -\frac{R(1+at)}{(v-b)^2} + \frac{2a}{v^3} = 0$$

$$\frac{d^2p}{dv^2} = 2\frac{R(1+at)}{(v-b)^3} - \frac{6a}{v^4} = 0$$

de vergelijkingen ter bepaling van $v_{\text{krit.}}$ en $t_{\text{krit.}}$. In 't vervolg zullen wij grootheden, die op den kritischen toestand betrekking hebben in 't algemeen door den index $_k$ onderscheiden.

Er volgt uit

$$\frac{2a}{v_k^3} = \frac{R(1+at_k)}{(v_k-b)^2}$$

en na substitutie in de tweede

$$\frac{4a}{v_k^3(v_k-b)} - \frac{6a}{v_k^4} = 0\,,$$

of

$$v_k = 3b\,.$$

Hiermede geeft de eerste vergelijking

$$\frac{R(1+\alpha t_k)}{4b^2} = \frac{2a}{27b^3}$$

of

$$R(1+\alpha t_k) = \frac{8}{27}\frac{a}{b}$$

en dus

$$p_k = \frac{R(1+\alpha t_k)}{v_k-b} - \frac{a}{v_k^2} = \frac{4}{27}\frac{a}{b^2} - \frac{a}{9b^2} = \frac{1}{27}\frac{a}{b^2}\,.$$

Hiermede zijn de bekende uitkomsten van Prof. VAN DER WAALS met onze algemeene methode teruggevonden.

Wij gaan nu over tot de toepassing op de vergelijking van CLAUSIUS, die voor de isothermen de volgende formule heeft opgesteld (l. c. p.)

$$p = \frac{RT}{v-\alpha} - \frac{c}{T(v+\beta)^2}\,.$$

Deze levert

$$\frac{dp}{dv} = -\frac{RT}{(v-\alpha)^2} + \frac{2c}{T(v+\beta)^3} = 0$$

$$\frac{d^2p}{dv^2} = -\frac{2RT}{(v-\alpha)^3} - \frac{6c}{T(v+\beta)^4} = 0\,.$$

Uit de twee vergelijkingen

$$RT^2 = \frac{2c}{(v_k+\beta)^3}(v_k-\alpha)^2$$

$$RT^2 = \frac{3c}{(v_k+\beta)^4}(v_k-\alpha)^3$$

volgt door eliminatie van T

$$\frac{v_k-\alpha}{v_k+\beta} = \frac{2}{3}\ ;$$

zoodat

$$v_k = 2\beta + 3\alpha$$

$$v_k + \beta = 3(\alpha+\beta) \quad , \quad v_k - \alpha = 2(\alpha+\beta)\,.$$

Daaruit volgt verder

$$RT_k^2 = \frac{8}{27}\frac{c}{\alpha+\beta}$$

of

$$T_k = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{\frac{c}{R}}\frac{1}{\sqrt{\alpha+\beta}}$$

en eindelijk

$$p_k = \frac{\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{\frac{c}{R}}\frac{1}{\sqrt{\alpha+\beta}}}{2(\alpha+\beta)} - \frac{cR}{6\sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{\frac{c}{R}}\frac{1}{\sqrt{\alpha+\beta}}\cdot(\alpha+\beta)^2}$$

of

$$p_k = \frac{1}{12}\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\sqrt{cR}}{\sqrt{(\alpha+\beta)^3}}.$$

Past men deze formulen toe op het geval van koolzuur, waarin bij p, uitgedrukt in atmosfeeren, en bij de keuze van het volume, dat koolzuur van 0° en 760 mm. inneemt, tot eenheid van volume,

$$R = 0{,}003688$$
$$c = 2{,}0935$$
$$\alpha = 0{,}000843$$
$$\beta = 0{,}000977$$

is, zoo vindt men

	CLAUSIUS.	V. D. WAALS.	ANDREWS (Waarneming).
t_k	31°,00	32,5	30,92
v_k	0,004483	0,0069	0,0066
p_k	77,00	61	73.

Wil men uit deze cijfers een gevolg trekken, zoo mag men niet over 't hoofd zien, 1°. dat de „waargenomen druk" 73 beteekent, dat de lucht, die tot manometer diende, bij dien druk tot $^1/_{73}$ van zijn volume onder een atmosfeer was samengeperst, en dat de druk dus werkelijk iets kleiner was; 2°. dat de waarden van a en b door Prof. VAN DER WAALS aan de waarnemingen van REGNAULT waren ontleend, en dat dus om ANDREWS proeven voor te stellen uit deze proeven zelve betere waarden hadden kunnen worden berekend; en 3°. dat het koolzuur van ANDREWS nog lucht bevatte, en dat voor zuiver koolzuur waarschijnlijk de kritische temperatuur iets hooger en de kritische druk iets lager is.

De verkregen formules veroorloven omgekeerd uit de waarneming van den kritischen toestand de constanten α, β en c in de isotherme van CLAUSIUS af te leiden.

Immers

$$\frac{R\,T_k}{8\,p_k} = \alpha + \beta$$

en

$$c = \frac{27}{64}\,\frac{R^2\,T_k^3}{p_k},$$

welke formule van belang is voor de bepaling van den spanningscoëfficiënt van een stof onder niet al te groote drukkingen. Daar het kritisch volume moeilijk zuiver te bepalen is, hebben echter de formules

$$\alpha = v_k - \frac{1}{4}\frac{R\,T_k}{p_k}$$

$$\beta = \frac{3}{8}\frac{R\,T_k}{p_k} - v_k$$

voor de berekening van α en β uit de waarneming van den kritische toestand slechts weinig nut.

Wij zullen er nu toe overgaan uit onze isotherme de kritische temperatuur, den kritischen druk en het kritische volume af te leiden.

Zij geeft de twee vergelijkingen

$$0 = \frac{dp}{dv} = -\frac{R(1+\alpha t)}{(v-rm)^2\chi\left(\frac{m}{v}\right)} + \frac{2a}{v^3} + \frac{m}{v^2}\frac{R(1+\alpha t)}{(v-rm)\chi\left(\frac{m}{v}\right)}\frac{d\,lg\,\chi\left(\frac{m}{v}\right)}{d\left(\frac{m}{v}\right)}$$

$$0 = \frac{d^2p}{dv^2} = \frac{2R(1+\alpha t)}{(v-rm)^3\chi\left(\frac{m}{v}\right)} - \frac{6a}{v^4} - \frac{2m}{v^2}\frac{R(1+\alpha t)}{(v-rm)^2\chi\left(\frac{m}{v}\right)}\frac{d\,lg\,\chi\left(\frac{m}{v}\right)}{d\left(\frac{m}{v}\right)}$$

$$-\frac{m^2R(1+\alpha t)}{v^4(v-rm)\chi\left(\frac{m}{v}\right)}\frac{d^2\,lg\,\chi\left(\frac{m}{v}\right)}{d\left(\frac{m}{v}\right)^2} + \frac{m^2}{v^4}\frac{R(1+\alpha t)}{(v-rm)\chi\left(\frac{m}{v}\right)}\left(\frac{d\,lg\,\chi\left(\frac{m}{v}\right)}{d\left(\frac{m}{v}\right)}\right)^2.$$

Neemt men uit de eerste

$$\frac{2a}{v^3} = \frac{R(1+\alpha t)}{(v-rm)^2\chi\left(\frac{m}{v}\right)}\left(1 - \frac{m}{v^2}\frac{d\,lg\,\chi\left(\frac{m}{v}\right)}{d\left(\frac{m}{v}\right)}(v-rm)\right)$$

en substitueert dit in de tweede, zoo blijkt daarin de coëfficiënt $R(1+\alpha t)$ voor te komen en wanneer men nog met v^3 vermenigvuldigt en den gemeenschappelijken noemer $\left(1-\frac{rm}{v}\right)\chi\left(\frac{m}{v}\right)$ verwijdert, gaat zij over in

$$0 = \frac{2}{\left(1 - \frac{rm}{v}\right)^2} - 3\left\{\frac{1}{1 - \frac{rm}{v}} - \frac{m}{v}\frac{d\,lg\,\chi\left(\frac{m}{v}\right)}{d\left(\frac{m}{v}\right)}\right\} - \frac{m^2}{v^2}\frac{d^2\,lg\,\chi\left(\frac{m}{v}\right)}{d\left(\frac{m}{v}\right)^2}$$

$$- \frac{2m}{v}\frac{1}{1 - \frac{rm}{v}}\frac{d\,lg\,\chi\left(\frac{m}{v}\right)}{d\left(\frac{m}{v}\right)} + \frac{m^2}{v^2}\left(\frac{d\,lg\,\chi\left(\frac{m}{v}\right)}{d\,\frac{m}{v}}\right)^2.$$

Wij verkrijgen dus voor alle stoffen eene zelfde vergelijking ter bepaling van $\frac{m}{v_k}$, daar v_k in deze vergelijking alleen in het quotiënt $\frac{m}{v_k}$ voorkomt. Dat is: de kritische toestand is voor alle stoffen eene *gelijkvormige*. Stelt men

$$\frac{rm}{v_k} = C,$$

zoo is C voor alle stoffen dezelfde coëfficiënt, bepaald uit

$$0 = \frac{2}{(1-C)^2} - 3\left\{\frac{1}{1-C} - \frac{C}{r}\left(\frac{d\,lg\,\chi(z)}{dz}\right)_{z=\frac{C}{r}}\right\} - \frac{C^2}{r^2}\left(\frac{d^2\,lg\,\chi(z)}{dz^2}\right)_{z=\frac{C}{r}}$$

$$- \frac{2C}{r}\frac{1}{1-C}\left(\frac{d\,lg\,\chi(z)}{dz}\right)_{z=\frac{C}{r}} + \frac{C^2}{r^2}\left(\frac{d\,lg\,\chi(z)}{dz}\right)^2_{z=\frac{C}{r}}.$$

Is deze waarde van C gevonden, zoo komt uit de eerste vergelijking

$$R(1 + \alpha t_k) = \frac{a}{rm}\,C'',$$

waar

$$C'' = \frac{2C\,(1-C)^2\,\chi\left(\frac{C}{r}\right)}{1 - \frac{C}{r}(1-C)\left(\frac{d\,lg\,\chi(z)}{dz}\right)_{z=\frac{C}{r}}};$$

zoodat dus ook het product $R\,(1 + \alpha\,t_k)$ voor alle stoffen $\frac{a}{rm} \times$ een zekere coëfficiënt C'' is, die voor alle stoffen dezelfde waarde heeft.

Eindelijk volgt uit de isotherme

$$p_k = \frac{R(1+\alpha t_k)}{(v_k - rm)\chi\left(\frac{m}{v_k}\right)} - \frac{a}{v_k^2} = \frac{a}{r^2 m^2} C',$$

waar

$$C' = \left\{\frac{C'' C}{(1-C)\chi\left(\frac{C}{r}\right)} - C^2\right\};$$

zoodat ook p_k voor alle stoffen een zelfde aantal malen $\frac{a}{m^2}$ is.

---

§ 4. Afleiding van de algemeene vloeistofwet van van der Waals.

Wij brengen nu de algemeene isotherme in den vorm

$$\left(\frac{p}{p_k} + \frac{\frac{a}{p_k v_k^2}}{\left(\frac{v}{v_k}\right)^2}\right)\left(\frac{v}{v_k} - \frac{rm}{v_k}\right)\chi\left(\frac{\frac{m}{v_k}}{\frac{v}{v_k}}\right) = \frac{R(1+\alpha t)}{p_k v_k}$$

en duiden de quotiënten van den druk, het volume en de absolute temperatuur door de overeenkomstige grootheden in den kritischen toestand onder den naam van gereduceerde druk, volume en temperatuur door π, ω, τ, aan; zoodat

$$\frac{p}{p_k} = \pi, \qquad \frac{v}{v_k} = \omega, \qquad \frac{T}{T_k} = \tau.$$

Uit het voorgaande volgt dan onmiddelijk, dat de zooeven opgestelde vorm voor de isotherme voor alle stoffen overgaat in dezelfde vergelijking

$$\left(\pi + \frac{C^2}{C'\omega^2}\right)(\omega - C)\chi\left(\frac{C}{r\omega}\right) = \frac{C'' C}{C'}\tau.$$

Dit is de algemeene vloeistofwet van Prof. VAN DER WAALS, volgens welke voor alle stoffen *eene zelfde betrekking bestaat tusschen den gereduceerden druk, het gereduceerd volume en de gereduceerde temperatuur.*

Hiermede is het feit verklaard, dat deze vloeistofwet, door Prof. VAN DER WAALS uit zijne isotherme, waar χ de standvastige waarde 1 heeft, afgeleid, ook nog geldig is voor volumina, die in 't geheel niet meer voldoen aan de eenvoudige

isotherme met $\chi = 1$. Bij deze afleiding hebben wij geen enkel theoretisch of experimenteel gegeven over $\chi\left(\frac{m}{v}\right)$ behoeven te gebruiken dan dat, hetwelk wij aan de gelijkvormigheid ontleenden.

Wat de bepaling van de constanten C, C', C'' betreft, zoo is het gemakkelijk achtereenvolgende benaderingen te geven. Eene eerste benadering verkrijgt men door $\chi = 1$ te stellen. Dan wordt onze vergelijking ter bepaling van C die van Prof. VAN DER WAALS

$$0 = \frac{2}{(1-C)^2} - \frac{3}{1-C}$$

en dus $C = \frac{1}{3}$, of m. a. w.

$$v_k = 3\,r\,m\,.$$

Voor eene tweede benadering kan men letten op $\left(\frac{d\,lg\,\chi(z)}{dz}\right)_{z=\frac{C}{r}}$, maar de tweede en hoogere differentiaal-quotiënten, evenals de tweede macht van $\left(\frac{d\,lg\,\chi(z)}{dz}\right)_{z=\frac{C}{r}}$ verwaarloozen.

De vergelijking ter bepaling van C neemt dan den vorm

$$0 = \frac{2}{(1-C)^2} - 3\left\{\frac{1}{1-C} - \frac{C}{r}\left(\frac{d\,lg\,\chi(z)}{dz}\right)_{z=\frac{C}{r}}\right\} - \frac{2\,C}{r}\,\frac{1}{1-C}\left(\frac{d\,lg\,\chi(z)}{dz}\right)_{z=\frac{C}{r}}$$

aan, of na het uitlichten van den gemeenschappelijken factor

$$\left\{\frac{1}{1-C} - \frac{C}{r}\left(\frac{d\,lg\,\chi(z)}{dz}\right)_{z=\frac{C}{r}}\right\},$$

weder denzelfden vorm als voor $\chi = 1$.

Ook in deze tweede benadering blijft dus

$$v_k = 3\,r\,m\,,$$

overeenkomende met $v_k = 3\,b$ van Prof. VAN DER WAALS. Zoo lang echter $v > 2\,r\,m$ is, mag men zonder merkbare fout, zooals door Prof. VAN DER WAALS is geschied en door de proeven bevestigd wordt, χ standvastig en gelijk aan de eenheid stellen en dus ook $\left(\frac{d\,lg\,\chi(z)}{dz}\right)_{z=\frac{C}{r}}$ verwaarloozen.

Wij kunnen dus de opvolgende benaderingen voor C' en C'' achterwege laten en met voldoende nauwkeurigheid voor de drie constanten nemen de waarden, die volgen uit de bepaling van de kritische grootheden in de onderstelling $\chi = 1$.

Dan is

$$C = \frac{1}{3} \qquad C'' = \frac{8}{27} \qquad C' = \frac{1}{27}$$

en mag men dus voor den grondvorm der isotherme schrijven

$$\left(\pi + \frac{3}{\omega^2}\right)\left(\omega - \frac{1}{3}\right) \chi \left(\frac{1}{3 r \omega}\right) = \frac{8}{3}\tau$$

of, wanneer men den voor alle stoffen gelijken coëfficiënt r in het functieteeken opneemt,

$$\left(\pi + \frac{3}{\omega^2}\right)\left(\omega - \frac{1}{3}\right) \chi' \left(\frac{1}{\omega}\right) = \frac{8}{3}\tau .$$

Wij zullen hier opmerken, dat ook uit de isotherme van Prof. CLAUSIUS de vloeistofwet van Prof. VAN DER WAALS kan worden afgeleid, *mits men de hypothese invoert, dat α voor alle stoffen een zelfde aantal malen β is.*

Dan toch wordt zij, zoo men voorloopig

$$\alpha = \varphi(\beta)$$

stelt, tot

$$p = \frac{R\,T}{v - \varphi(\beta)} - \frac{c}{T(v + \beta)^2}$$

terwijl onze formulen voor den kritischen toestand overgaan in

$$v_k = 2\beta + 3\varphi(\beta) = \varphi_1(\beta) ,$$

wanneer wij ter afkorting $\varphi_1(\beta)$ invoeren, verder evenzoo stellende

$$\varphi_2(\beta) = \sqrt{\beta + \varphi(\beta)}$$

en de constanten

$$\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}} = \mu , \qquad \frac{1}{12}\sqrt{\frac{2}{3}} = \mu' ,$$

wordt

$$T_k = \mu \sqrt{\frac{c}{R}}\,\frac{1}{\varphi_2(\beta)}$$

$$p_k = \mu' \sqrt{c R}\,\frac{1}{\varphi_2{}^3(\beta)} .$$

Dan komt, weer invoerende den gereduceerden druk π en de overeenkomstige grootheden ω en τ,

$$\pi \frac{\mu' \sqrt{cR}}{\varphi_2^3(\beta)} = \frac{R\tau\mu \sqrt{\frac{c}{R}} \frac{1}{\varphi_2(\beta)}}{\left(\omega - \frac{\varphi(\beta)}{\varphi_1(\beta)}\right)\varphi_1(\beta)} - \frac{c}{\tau\left(\omega + \frac{\beta}{\varphi_1(\beta)}\right)^2 \varphi_1^2(\beta)\,\mu \sqrt{\frac{c}{R}} \frac{1}{\varphi_2(\beta)}}$$

of eindelijk met de waarden van μ en μ', φ_1 en φ_2

$$\pi = 8(\beta + \varphi(\beta)) \left\{ \frac{\tau}{\omega(2\beta + 3\varphi(\beta)) - \varphi(\beta)} - \frac{\beta + \varphi(\beta)}{\frac{8}{27}\tau(\omega(2\beta + 3\varphi(\beta)) + \beta)^2} \right\}$$

welke voor den bizonderen vorm

$$\varphi(\beta) = n\alpha,$$

waar n voor alle stoffen dus een zelfde constante zijn moet,

$$\pi = 8(n+1) \left\{ \frac{\tau}{\omega(2+3n) - n} - \frac{27(n+1)}{\delta\tau(\omega(2+3n)+n)^2} \right\}$$

als algemeene vloeistofwet op zou leveren.

Wil men nu de wijziging door Clausius in de isotherme van Prof. van der Waals voorgeslagen met deze nevenhypothese overnemen, zoo zal men ook in de door Clausius gewijzigde formule de botsingsfunctie kunnen invoeren, door in plaats van $v - \alpha$ te schrijven $(v - \alpha)\chi\left(\frac{\alpha}{v}\right)$. Daar de moleculen volgens Clausius nog kleiner zijn dan volgens Prof. van der Waals, zal de bepaling van de kritische grootheden uit

$$p = \frac{RT}{(v-\alpha)\chi\left(\frac{\alpha}{v}\right)} - \frac{c}{T(v+\beta)^2}$$

a fortiori kunnen geschieden alsof $\chi = 1$ was en wordt dus de algemeene vloeistofwet in dit geval

$$\pi = 8(n+1) \left\{ \frac{\tau}{[\omega(2+3n) - n]\,\chi'\left(\frac{1}{\omega}\right)} - \frac{27(n+1)}{8\tau(\omega(2+3n)+n)^2} \right\}.$$

§ 5. De gelijkvormigheid der isothermen als onmiddelijke uitdrukkimg van de gelijkvormigheid in de beweging.

Wij zullen nu een anderen weg volgen tot het afleiden van de algemeene vloeistofwet uit onze grondstelling der gelijkvormige veerkrachtige moleculen van niet merkbaar veranderende afmetingen, waarop alleen in het oppervlak der vloeistof krachten werken.

Laat gegeven zijn eene vloeistof innemende het volume v met een zeker aantal, N, gelijkvormige moleculen van het moleculair gewicht M innemende het volume m, en zich bewegende met de snelheden u, terwijl de absolute moleculaire attractie de waarde A heeft. Deze bewegingstoestand zal slechts stationair gehouden kunnen worden door een buitendruk p. De bepaling van de getalwaarde van p in absolute eenheden uit de gegeven getalwaarden van m, v, M, u, N — het vraagstuk van de bepaling der isotherme — is een zuiver wiskunstig vraagstuk, aan de oplossing waarvan men eene verschillende physische beteekenis kan hechten naarmate van de keuze der eenheden van lengte, tijd en massa.

Wordt de eenheid van lengte vergroot in de verhouding van $1 : \sqrt[3]{m}$, dan zal men verkrijgen een stelsel van hetzelfde aantal gelijkvormige moleculen met moleculair volume 1 in een ruimte $\frac{v}{m}$, met de snelheden $\frac{u}{\sqrt[3]{m}}$, wier botsing evenwicht houdt met den moleculairen druk, volgende uit de absolute moleculaire attractie $\frac{A\sqrt[3]{m^2}}{m^2\sqrt[3]{m}}$, en met den buitendruk $\frac{p\sqrt[3]{m^2}}{\sqrt[3]{m}}$.

Wordt nu de eenheid van massa vergroot in de verhouding $1 : M$, zoo zal men voor de krachten: moleculaire attractie en buitendruk uit den gegeven bewegingstoestand afleiden

$$\text{de abs. mol. attractie } \frac{A\sqrt[3]{m^2}}{m^2\sqrt[3]{m}\,M}, \quad \text{den buitendruk } \frac{p\sqrt[3]{m^2}}{\sqrt[3]{m}\,M},$$

terwijl de snelheid blijft

$$\frac{u}{\sqrt[3]{m}}.$$

Laat de beweging in dit geval geheel uitgedrukt zijn in de nieuwe lengteeenheden en in den tijd t; en voer eene nieuwe tijdseenheid in, zoodat de nieuwe tijd τ door $\varepsilon\tau = t$ met den oorspronkelijken tijd verbonden is. Dan zal de be-

weging van het stelsel ten opzichte van de nieuwe lengte- en tijds-eenheden worden bepaald door

de abs. mol. attractie $A' = \frac{A \sqrt[3]{m^2}}{m^2 \sqrt[3]{m}\, M s^2}$, den buitendruk $p' = \frac{p \sqrt[3]{m^2}}{\sqrt[3]{m}\, M s^2}$

en

$$\text{de snelheid } u' = \frac{u}{\sqrt[3]{m}\, s}.$$

Neem nu ten slotte s zóó, dat

$$A' = 1 \text{ wordt}, \quad \text{d. i. stel } s^2 = \frac{A \sqrt[3]{m}\, M}{m^2 \sqrt[3]{m}\, M};$$

dan is de bepaling van den bewegingstoestand van het stelsel ten opzichte van den nieuwen tijd en de nieuwe lengte-eenheden teruggebracht tot de kennis van die van hetzelfde aantal moleculen, van het moleculair gewicht 1, innemende het moleculair volume 1, met eene absolute moleculaire attractie 1, en die het vloeistof-volume $\omega = \frac{v}{m}$ innemen, terwijl de buitendruk $\pi = \frac{p}{\frac{A}{m^2}}$ en de gemiddelde levende kracht der moleculen $u'^2 = \frac{M u^2}{\frac{A}{m}}$ is.

Men kan dus, wegens de evenredigheid van de levende kracht met de absolute temperatuur, uit de isothermen voor éene vloeistof, die voor elke andere afleiden, omdat beide zich door druk, temperatuur en volume in eene bepaalde verhouding te wijzigen tot een zelfden bewegingstoestand laten terugbrengen.

Stelt men zich dus voor, dat men voor verschillende stoffen oppervlakken wil construëeren in de drie rechthoekige coördinatenassen der p, v en t zoodanig, dat elk punt daarvan de bij elkaar hoorende waarden van p, v, t geeft, zoodat dus bijv. de doorsnede met een vlak loodrecht op de t-as de isotherme voor de overeenkomstige waarde van t is; zoo zal voor elke stof dit *thermodynamisch* oppervlak verkregen kunnen worden, door één zelfde oppervlak in vaste verhoudingen λ, μ, ν naar de drie coördinatenrichtingen te vergrooten. Zoekt men op dit nieuwe oppervlak een punt, voor 'twelk $\left(\frac{dp}{dv}\right)_t = 0$, $\left(\frac{d^2p}{dv^2}\right)_t = 0$ is, zoo zijn de daarbij behoorende waarden van p, v, t, die welke behooren bij den kritischen toestand; op elk door vergrooting daaruit afgeleid oppervlak zullen de grootheden λp, μv, νt weer behooren bij een punt, waarvoor

$$\left(\frac{d(\lambda p)}{d(\mu v)}\right)_t = 0, \qquad \left(\frac{d^2(\lambda p)}{d(\mu v)^2}\right)_t = 0.$$

M. a. w. de verhoudingsgetallen tusschen de overeenkomstige drukkingen, volumina en temperaturen zijn die van deze grootheden in den kritischen toestand. Dit is de algemeene vloeistofwet van Prof. VAN DER WAALS.

De hier gevolgde redeneeringen zijn die, welke voeren tot het *beginsel der gelijkvormigheid in de beweging*, dat men aan NEWTON te danken heeft. Wij hebben hier dus eene eerste zeer eenvoudige toepassing van dit beginsel op de moleculaire theorie, terwijl uit de uitwerking der redeneering tevens blijkt, dat de verhoudingscoëfficiënt der kritische drukkingen $\frac{A}{m^2}$, der kritische temperaturen $\frac{A}{m}$, der kritische volumina m is. Maar het schijnt mij, dat dit beginsel naast dat van het viriaal en naast het beginsel van het gemiddelde ergaal — waaruit de evenredigheid van de kinetische energie met de absolute temperatuur volgt — in deze theorie eene belangrijke plaats verdient. In het bizonder is het m. i. geschikt voor de theorie der specifieke warmten van vloeistoffen en dampen en voor de theorie der latente warmte.

Het kan eveneens toegepast worden op een bewegingstoestand, die bij benadering zeker het verdampingsproces voor kan stellen. Daardoor kan men dan eveneens de wet der overeenkomstige dampspanningen, die met de toepassing van het criterium van CLAUSIUS onmiddelijk door Prof. VAN DER WAALS uit de wet van de gelijkvormigheid der isothermen kon worden afgeleid, als een uitvloeisel van het beginsel der gelijkvormigheid in de beweging opvatten. Ik hoop de uitkomsten van dat onderzoek tot het onderwerp van eene volgende mededeeling te maken. Ik werd daartoe, zooals ook tot dit onderzoek, gebracht door eene opmerking van Prof. BOSSCHA, — wien ik hierbij voor zijne aanmoediging en ondersteuning mijn hartelijken dank betuig — dat men om de wet der overeenkomstige dampspanningen uit de algemeene vloeistofwet af te leiden niet gebruik behoefde te maken van het criterium van CLAUSIUS, maar dat het voldoende was te bewijzen, dat de lijn, die de punten van verzadigden damp en vloeistof onder maximumspanning verbindt, in de overeenkomstige isothermen voor alle stoffen eene gelijkstandige lijn is. Dit herinnerde mij aan vroegere beschouwingen over de afhankelijkheid van de botsingsfunctie $\varphi\left(\frac{m}{v}\right)$ van het moleculair volume, in welker uitwerking ik ook door Prof. LORENTZ aangemoedigd werd.

Delft, December 1880.

ALGEMEENE THEORIE DER VLOEISTOFFEN.

DOOR

H. KAMERLINGH ONNES.

VERVOLG VAN HET EERSTE STUK.

§ 6. Kinetische theorie der dampspanningen. — Wet der overeenkomstige dampspanningen.

Aan het einde van mijn vorig opstel over de algemeene theorie der vloeistoffen, heb ik aangekondigd dat het beginsel der gelijkvormigheid in de beweging ook kon worden toegepast op een bewegingstoestand, die bij benadering het verdampingsproces voorstelt.

Deze toepassing voert tot de slotsom dat de lijn, die den overgang van verzadigden damp in vloeistof (zonder drukvermeerdering) voorstelt, in de overeenkomstige isothermen van alle stoffen eene gelijkstandige lijn is. Deze uitkomst werd door Prof. van der Waals verkregen door de toepassing van het criterium van Maxwell-Clausius. Tot het invoeren van zulk een benaderden bewegingstoestand werd ik gebracht bij eene poging ter bepaling van de wet der dampspanningen uit kinetische beschouwingen. Het bleek mij later, dat deze benaderde bewegingstoestand, door eene verdere wijziging van zeer ondergeschikt belang, geschikt wordt voor de toepassing van het beginsel van de gelijkvormigheid in de beweging op die der moleculen in de grenslaag van vloeistoffen, in aanraking met hun verzadigden damp.

De beschouwing der werkelijke hierin plaats grijpende bewegingen biedt voor de toepassing van het beginsel der gelijkvormigheid groote moeilijkheden aan. In die grenslaag toch verliest de moleculaire druk zijne beteekenis. Wij zullen ons daar een langzamen overgang van vloeistof tot damp moeten voorstellen. Wanneer wij dus de kracht, welke een molecuul op een bepaalde plaats in de grenslaag naar binnen trekt — volgens de door Prof. VAN DER WAALS eveneens gevolgde methode van LAPLACE — bepalen willen, moeten wij de wet kennen, volgens welke de dichtheid in de grenslaag verandert; en deze wet zelf hangt weer samen met de wet, volgens welke de kracht, waarmede een molecuul naar binnen wordt getrokken, bij het doorloopen van de grenslaag verandert.

Wanneer men nu, om tot de beschouwing van gelijkvormige bewegingstoestanden te geraken, zonder bewijs reeds de onderstelling maakt, dat de dichtheid in de grenslaag, bij gelijkvormige toestanden van de vloeistof en den damp, bij verschillende stoffen ook gelijkvormig verandert, zoo zullen toch in het algemeen de krachten, in de eene vloeistof op elk punt van de grenslaag werkende, niet in eene *vaste* verhouding staan tot de krachten, op een overeenkomstig punt van de grenslaag bij de andere vloeistof. En wanneer aan deze voorwaarde niet voldaan is, kan men het beginsel van de gelijkvormigheid in de beweging niet toepassen.

Wij zullen nu nagaan hoe men tot een bewegingstoestand kan geraken, waardoor de werkelijke uitwisseling der moleculen tusschen damp en vloeistof in de grenslaag vervangen kan worden, zonder — ten minste in eerste benadering — verandering te brengen in den bewegingstoestand van de vloeistof en van den damp.

Slechts bij uitzondering zal het gebeuren dat een molecuul de grenslaag doorloopt, zonder tot botsing met andere moleculen te geraken; het zal dan onder de werking van de kracht, die het naar de vloeistof terugtrekt, een gedeelte van zijne levende kracht, in de richting loodrecht op de grenslaag, verliezen; wanneer de hoeveelheid van levende kracht in deze richting niet voldoende is om den arbeid der krachten over den geheelen weg in de grenslaag te overwinnen, zal het naar de vloeistof terugkeeren, alsof het eenvoudig, als tegen een vasten veerkrachtigen wand, teruggekaatst werd tegen een vlak, evenwijdig aan de grenslaag, dat wij kortheidshalve den vloeistofspiegel zullen noemen. Hetzelfde blijft het geval, wanneer er geen andere botsingen voorkomen dan zulke, waarbij de normaal op het raakvlak der beide moleculen bij de botsing evenwijdig is aan den vloeistofspiegel. In 't algemeen zal echter de beweging der moleculen, loodrecht op den vloeistofspiegel, door de botsing gewijzigd worden. Het kan ge-

schieden, dat de botsing enkel de richting van de beweging verandert en dat dus een molecuul, waarvan de snelheid volgens de richting, loodrecht op den vloeistofspiegel, oorspronkelijk voldoende was om de grenslaag te doorloopen, na de botsing naar de vloeistof terug moet keeren. Daartegenover staat evenwel, dat in de grenslaag moleculen zijn met eene levende kracht, waarvan wel het geheele bedrag, maar niet de componente normaal op den vloeistofspiegel, voldoende is om hen door de grenslaag naar buiten te voeren. Deze moleculen kunnen, wanneer de botsingen enkel de richting en niet de snelheid hunner beweging verandert, gaan behooren tot diegene, die, zoo zij geen verdere botsing ondergingen, de vloeistof zouden verlaten.

In 't algemeen evenwel zal bovendien, door de botsing, de geheele levende kracht van een molecuul vermeerderd of verminderd worden. Het eene molecuul zal dus als plaatsvervanger van het andere kunnen optreden; en opdat een molecuul in den damp doordringe, is het dus niet meer noodzakelijk, dat juist dit molecuul zelf de vloeistof verlate, met eene levende kracht in de richting loodrecht op den vloeistofspiegel, voldoende om den arbeid, voor het doorloopen van de grenslaag vereischt, te verrichten.

Bij de centrale botsing bijv. zal het eene molecuul eenvoudig den bewegingstoestand van het andere overnemen. Dan zal dus nog voor *élk* molecuul, dat zich naar den damp bewoog, *één* ander in de plaats treden, dat zich evenzoo naar den damp blijft bewegen; alleen dragen nu de moleculen hunne rollen aan elkaar over. Komt een molecuul, dat zich van de vloeistof naar den damp beweegt, tot botsing met een ander, dat zich van den damp naar de vloeistof begeeft, zoo heeft het laatste molecuul op het oogenblik, dat het de rol van het eerste overneemt, een grooter arbeidsvermogen van plaats dan dit. Bij het doorloopen van de grenslaag door het eerst beschouwde molecuul, of zijn plaatsvervanger, behoeft dus over een gedeelte van den weg door de grenslaag — overeenkomende met het verschil der loodrechte afstanden van de middelpunten der moleculen van den vloeistofspiegel, op het oogenblik van de botsing — geen arbeid tegen de krachten, die de moleculen naar binnen trekken, te worden verricht. Heeft de botsing echter plaats tengevolge daarvan, dat het beschouwde molecuul door een volgend, van de vloeistof naar den damp zich bewegend, molecuul wordt ingehaald, zoo zal, bij de centrale botsing, het molecuul met grootere levende kracht en met kleiner arbeidsvermogen van plaats van rol verwisselen met het molecuul met kleinere levende kracht en met grooter arbeidsvermogen van plaats. Bij het doorloopen van de grenslaag door het eerstbeschouwde molecuul, of zijn plaatsvervanger, zal dus de arbeid over een gedeelte van den weg door de grenslaag — weder overeenkomende met het verschil der loodrechte afstanden van de middel-

punten der moleculen op het oogenblik van botsing van den vloeistofspiegel — dubbel verricht moeten worden. In het eerste geval kan het, afgezien van verdere botsingen, gebeuren, dat een molecuul, met eene te geringe levende kracht loodrecht op de grenslaag de vloeistof verlatende, door de winst van arbeidsvermogen van plaats bij de centrale botsing toch een plaatsvervanger in den damp doet uittreden. In het tweede geval daarentegen zal het kunnen gebeuren, dat beide moleculen voor de botsing eene genoegzame levende kracht loodrecht op de grenslaag hadden, om, afgezien van verdere botsingen, beide in den damp door te dringen, maar dat dit na de botsing voor het molecuul met de kleinere levende kracht en het kleinere arbeidsvermogen van plaats onmogelijk is geworden. Voor de niet centrale botsingen, waarbij de normaal op het raakvlak der moleculen loodrecht staat op den vloeistofspiegel, gelden geheel dezelfde beschouwingen, onafhankelijk van de levende kracht, welke de moleculen in richtingen, evenwijdig aan den vloeistofspiegel, bezitten.

In deze voorbeelden is het duidelijk dat tegenover elk geval, waarin bij een molecuul, dat met voldoende levende kracht loodrecht op de grenslaag de vloeistof verliet, of bij zijn plaatsvervangers, door de botsing eene vermindering van deze levende kracht tot beneden het voldoende bedrag plaats grijpt, een ander geval kan worden gesteld, waarin door de botsingen de aanvankelijk onvoldoende levende kracht tot het vereischte bedrag wordt opgevoerd. Zoodat dan voor *elk* molecuul, dat met eene levende kracht loodrecht op den vloeistofspiegel boven dit bedrag uit de vloeistof in de grenslaag doordringt, *één* molecuul uit de grenslaag in den damp overgaat.

Het ligt voor de hand aan te nemen, dat deze regel ook algemeen geldig zal blijven, wanneer men de samengestelde bewegingen eener moleculen-schaar, door de grenslaag waar de rol der beschouwde moleculen voortdurend door andere wordt overgenomen, onder uitwisseling van arbeidsvermogen van plaats en van levende kracht, volledig onderzoekt. Wat de gemiddelde invloed van deze uitwisselingen op de levende kracht, tengevolge van snelheden evenwijdig aan den vloeistofspiegel bij de moleculen, die de grenslaag doorloopen, betreft, zoo volgt uit de symmetrie naar alle richtingen evenwijdig aan dit vlak, dat deze door de botsingen in evenveel gevallen vergroot als verminderd zal worden. Men mag dus de levende kracht in deze richtingen, bij het doordringen van de grenslaag door de moleculen daarvan afgestaan aan een uit de vloeistof komend en de grenslaag doorloopend molecuul — of zijne opvolgende plaatsvervangers —, beschouwen als ontleend aan een dergelijk molecuul, dat, uit de vloeistof komende, levende kracht in deze richtingen aan de moleculen van de grenslaag had overgedragen. Voor de energie, in de richting loodrecht op het grensvlak

uitgewisseld, bestaat deze symmetrie niet; men zal dus bij de moleculen, die zelf of bij plaatsvervanging de grenslaag doorloopen, eene vermindering van de levende kracht in deze richting moeten verwachten. Wanneer nu al de moleculen, met eene levende kracht, loodrecht op den vloeistofspiegel, boven het gemiddelde bedrag van die vermindering in de grenslaag doorgedrongen, of hunne plaatsvervangers, door de botsing in sommige gevallen meer af moeten staan en dus ten slotte niet in den damp overgaan, zoo zal deze levende kracht, omgekeerd, aan andere moleculen, die met eene levende kracht in dezelfde richting beneden dit gemiddeld bedrag in de grenslaag doordrongen, of aan hunne plaatsvervangers, ten goede komen om de grenslaag te kunnen doorloopen.

En het ligt in den aard van het toevallig karakter der botsingen, dat, zoodra men dezen gemiddelden invloed van de vermindering van levende kracht, loodrecht op de grenslaag, bij den overgang van laag tot laag in rekening brengt, de uitwerking der botsingen verder alleen hierin bestaat, dat wel de moleculen onderling van rol kunnen verwisselen, maar dat tegenover elk molecuul, hetwelk levende kracht normaal op den vloeistofspiegel verliest, een ander staat, dat een gelijk bedrag aan levende kracht in dezelfde richting wint.

Zoo komen wij dus tot de volgende voorstelling van de uitwisseling der moleculen tusschen vloeistof en damp.

Voor elk molecuul, dat van de zijde van de vloeistof in de grenslaag doordringt, met eene levende kracht in de richting loodrecht op de grenslaag boven een zeker bedrag α, verlaat een molecuul van de grenslaag deze naar de zijde van den damp, met eene levende kracht loodrecht op de grenslaag, die ten bedrage van dezelfde grootheid α kleiner is dan de levende kracht in diezelfde richting, waarmede het eerst beschouwde molecuul uit de vloeistof in de grenslaag overging. Voor elk molecuul, waarvan de levende kracht in de richting loodrecht op het grensvlak beneden dit bedrag α is, en dat van de zijde van de vloeistof in de grenslaag doordringt, keert er omgekeerd een molecuul uit de grenslaag naar de vloeistof terug, met dezelfde levende kracht in de richting loodrecht op de grenslaag. En eindelijk verlaat er voor elk molecuul, dat van de zijde van den damp de grenslaag met eene zekere levende kracht in de richting loodrecht op het grensvlak bereikt, een ander molecuul de grenslaag, om deel van de vloeistof uit te maken, met eene levende kracht in diezelfde richting, ten bedrage van α grooter dan die, waarmede het eerstbeschouwde molecuul in de grenslaag doordrong.

De levende kracht α moet gelijk zijn aan het arbeidsvermogen, dat gemiddeld door een molecuul verloren wordt aan arbeidsvermogen van plaats en aan arbeidsvermogen door de verandering van het vloeistofvolume, ten slotte in de

botsingen afgestaan, wanneer het uit de vloeistof in den damp overgaat. Men verkrijgt het bedrag van a door de verandering van de energie bij de verdamping van een gedeelte der vloeistof te deelen door het aantal moleculen, die alsdan de vloeistof verlaten hebben om deel van den damp uit te maken. De energie, die aan deze moleculen moet worden toegevoegd is gelijk aan den arbeid, dien de moleculen verrichten moeten tegen den moleculairen druk en den buitendruk om van het vloeistofvolume tot het dampvolume over te gaan.

De ontwikkelde voorstelling van het verdampingsproces was die, welke ik mij gevormd had, om de wet der dampspanningen af te leiden.

Daar het verder voor het voortbestaan van het evenwicht tusschen de vloeistof en den damp hoofdzakelijk aankomt op de gelijkheid van het aantal moleculen, die met eene bepaalde snelheid in de vloeistof dringen of deze verlaten, en de plaats, waar die moleculen uitgezonden of opgenomen worden, voor dit evenwicht zeker van ondergeschikt belang is, kan men in de zooeven gevormde voorstelling nog eene onbeteekenende wijziging brengen en zich dit evenwicht op de volgende wijze bereikt denken.

Alle moleculen, welker levende kracht in de richting loodrecht op de grenslaag, bij het bereiken daarvan, grooter dan a is, gaan ongehinderd door de grenslaag; evenzoo alle moleculen, die komen van de zijde van den damp. De levende kracht loodrecht op de grenslaag wordt bij de eerste met a verminderd, bij de laatste met a vergroot. Alle moleculen, die uit de vloeistof met eene kleinere levende kracht in de richting loodrecht op de grenslaag deze bereiken, keeren naar de vloeistof terug alsof zij tegen den vloeistofspiegel als vasten wand botsten.

Op deze voorstelling nu is onmiddellijk het beginsel van de gelijkvormigheid in de beweging toepasselijk.

Laat bij eene stof, waarvan een zeker aantal moleculen in eene bepaalde ruimte met eene zekere gemiddelde snelheid gegeven zijn, tengevolge van de botsingen, ten slotte eene verdeeling van de moleculen in twee groepen — vloeistof en damp — op kunnen treden; zoodat het aantal moleculen, hetgeen telkens van de dampgroep in de vloeistofgroep overgaat, gelijk is aan dat, hetwelk omgekeerd van de vloeistofgroep in de dampgroep overgaat. Dan mag men zonder nader bewijs aannemen, dat deze evenwichtstoestand ook werkelijk optreden zal, wanneer de stof met de omgeving in warmte-evenwicht is gekomen. De druk, welke de stof dan op de wanden van de ruimte uitoefent, is zoodanig, dat onder dien druk zoowel de vloeistof- als de damp-vorm op zichzelf een mogelijke en blijvende toestand van de vloeistof zouden zijn, wanneer het scheidingsvlak een vaste wand was. Dit evenwicht blijft bestaan, wanneer de moleculen van

damp en vloeistof uitgewisseld worden op de wijze, waarop dit bij de aanraking van beide in de werkelijkheid geschiedt. Dat evenwicht blijft — ten minste in eerste benadering — bestaan, wanneer men op de boven beschreven vereenvoudigde wijze de moleculen bij het grensvlak laat uitwisselen.

En wanneer men, na de vervanging van de werkelijke uitwisseling van de moleculen door deze benaderde uitwisseling, in de uitdrukking voor de beweging van elk der moleculen de tijd-, lengte- en massa-eenheden verandert, zoo zal men een anderen bewegingstoestand verkrijgen voor hetzelfde aantal moleculen van een zeker aantal malen grooter moleculair volume, moleculair gewicht en moleculaire attractie, met overeenkomstige snelheden in eene overeenkomstige ruimte en die in evenwicht zullen zijn onder een overeenkomstigen moleculairen- en buiten-druk. Dit geldt zoowel van de vloeistof- als van de damp-groep voor het geval, dat het scheidingsvlak een vaste wand was; aan dit evenwicht wordt niets veranderd door de uitwisseling der moleculen volgens onze vereenvoudigde voorstelling. De grootheid α', die in dit geval op overeenkomstige wijze bepaalt, welke moleculen doorgelaten en welke teruggekaatst worden, staat tot de levende kracht in den nieuwen bewegingstoestand in dezelfde verhouding als α tot de levende kracht in de eerst beschouwde, en dus tevens in hetzelfde verband tot den moleculairen druk, de vloeistof- en damp-volumes en den buitendruk in de nieuwe stof als in de oude. Het is dus die grootheid, welke bij de nieuwe stof zou bepalen welke moleculen aan het grensvlak teruggekaatst of doorgelaten zouden worden, wanneer de vereenvoudigde uitwisseling in de grenslaag werd aangenomen. Deze verdeeling van de moleculen in een damp- en in een vloeistof-groep verandert niet, wanneer de werkelijke uitwisseling van moleculen tusschen damp en vloeistof nu omgekeerd voor de eenvoudige in de plaats wordt gesteld. Ten minste is deze vervanging geldig met dezelfde benadering als boven.

Wij hebben dus verkregen eene mogelijke verdeeling van een zelfde aantal moleculen van twee verschillende vloeistoffen met overeenkomstige moleculaire snelheden — of wat hetzelfde is bij overeenkomstige temperaturen — in damp en vloeistof, waarbij de druk de overeenkomstige waarden voor beide vloeistoffen heeft. En daarmede is bewezen, dat de wet, die de gereduceerde dampspanningen met de gereduceerde temperaturen verbindt, voor alle stoffen dezelfde is.

---

§ 7. Afleiding van de wet der dampspanningen.

Om na te gaan in hoeverre de aangenomen uitwisseling van damp- en vloeistofmoleculen overeenkomt met de werkelijkheid, zullen wij de wet, welke de dampspanningen met de temperatuur verbindt, daaruit afleiden. Daarbij maken wij gebruik van de wet van Maxwell over de snelheidsverdeeling onder de moleculen. Daartegen bestaat geen bezwaar, wanneer wij er op letten, dat volgens onze onderstellingen de moleculen, in het inwendige van de vloeistof zoowel als van den damp, slechts aan krachten onderworpen zijn, die elkaar geheel in evenwicht houden.

Noemen wij het aantal moleculen, in de vloeistof per volume-eenheid aanwezig, N, de gemiddelde levende kracht der moleculen E, de massa van een molecuul M; en nemen wij een rechthoekig drieassig coördinatenstelsel der x, y, z aan met de x-as loodrecht op het grensvlak, terwijl wij de snelheid in de x richting voorstellen door u; zoo wordt het aantal moleculen, die in de volume-eenheid eene snelheid in de richting in de x-as tusschen de grenzen u en $u + du$ hebben, voorgesteld door

$$N\sqrt{\frac{kM}{\pi}}\, e^{-kMu^2} du, \quad \text{waar} \quad k = \frac{3}{4E}.$$

Tot botsing met het grensvlak zouden dus per tijdseenheid komen

$$N\sqrt{\frac{kM}{\pi}}\, e^{-kMu^2} du\,.\,u\,,$$

wanneer de moleculen geen afmetingen hebben; wanneer er op de afmetingen wordt gelet, wordt dit aantal volgens onze definitie van de botsingsfunctie grooter in de verhouding

$$\frac{v}{(v - rm)\,\chi\left(\frac{m}{r}\right)},$$

waar v het volume ingenomen door de gewichtseenheid, m het volume van het daarin bevatte aantal moleculen en r een vroeger ingevoerde coëfficiënt is.

Het aantal door het grensvlak gaande moleculen wordt dus

$$N\sqrt{\frac{kM}{\pi}}\, e^{-kMu^2} u\, du\,.\,\frac{v}{(v - rm)\,\chi\left(\frac{m}{r}\right)}$$

of

$$\frac{1}{2} N \sqrt{\frac{k M}{\pi}} \frac{v}{(v - r m) \chi \left(\frac{m}{v}\right)} e^{-k M u^2} d (u^2).$$

Voor de bepaling van het aantal moleculen, die door het grensvlak gaan, heeft men nu, volgens onze vereenvoudigde voorstelling over de uitwisseling der moleculen tusschen damp en vloeistof, zich slechts af te vragen of $\frac{1}{2} M u^2 >$ dan wel $<$ dan een zeker bedrag α is, hetgeen wij bepaald hebben als de gemiddelde arbeid, benoodigd om het aantal dampmoleculen blijvend met één te vermeerderen en het aantal vloeistofmoleculen blijvend met één te verminderen.

Het geheele aantal moleculen, die dus per tijdseenheid in damp overgaan, is

$$\int_{\frac{2\alpha}{M}}^{\infty} \frac{1}{2} N \sqrt{\frac{k M}{\pi}} \frac{v}{(v - r m) \chi \left(\frac{m}{v}\right)} e^{-k M u^2} d (u^2),$$

of

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{2} N \sqrt{\frac{k M}{\pi}} \frac{v}{(v - r m) \chi \left(\frac{m}{v}\right)} e^{-k M \left(u'^2 + \frac{2\alpha}{M}\right)} d (u'^2),$$

wanneer wij stellen

$$u'^2 = u^2 - \frac{2\alpha}{M};$$

of eindelijk

$$\frac{1}{2} N \sqrt{\frac{k m}{\pi}} \frac{v}{(v - r m) \chi \left(\frac{m}{v}\right)} e^{-2 k \alpha} \int_0^{\infty} e^{-k M u'^2} d u'^2 .$$

Het aantal moleculen, die uittreden met eene snelheid tusschen de grenzen u' en $u' + d u'$, blijft tot de geheele groep van uittredende moleculen in de verhouding

$$\frac{e^{-k M u'^2} d u'^2}{\int_0^{\infty} e^{-k M u'^2} d u'^2}.$$

Laten wij nu de moleculen beschouwen, die van de zijde van den damp komen. Noemen wij in dezen vloeistoftoestand het aantal deeltjes per volume-eenheid N' en het volume, dat de gewichts-eenheid inneemt, v'; laten wij verder in dit geval de snelheid in de x-richting door u' aanduiden.

Hadden de moleculen geen afmetingen, zoo zou men dus voor het aantal moleculen, die in de tijdseenheid met eene snelheid tusschen u' en $u' + d\,u'$ bij het grensvlak van de zijde van den damp aankomen, vinden

$$N' \sqrt{\frac{k\,M}{\pi}}\, e^{-k\,M\,u'^2}\, d\,u' \,.\, u' ;$$

en wanneer men opmerkt dat in den damptoestand, tengevolge van de afmetingen der moleculen, het aantal botsingen grooter is in de verhouding

$$\frac{v'}{(v' - r\,m)\,\chi\left(\frac{m}{v'}\right)} ;$$

wordt dit

$$\frac{1}{2} N' \sqrt{\frac{k\,M}{\pi}}\, \frac{v'}{(v' - r\,m)\,\chi\left(\frac{m}{v'}\right)}\, e^{-k\,M\,u'^2}\, d\,u'^2 .$$

Al deze moleculen gaan in de vloeistof over en hunne snelheid in de richting van de x-as verandert daarbij tot u volgens de vergelijking

$$u^2 = u'^2 + \frac{2\,\alpha}{M}.$$

Wij verkrijgen dus voor hun aantal

$$\frac{1}{2} N' \sqrt{\frac{k\,M}{\pi}}\, \frac{v'}{(v' - r\,m)\,\chi\left(\frac{m}{v'}\right)} \int_0^\infty e^{-k\,M\,u^2}\, d\,u'^2$$

of

$$\frac{1}{2} N' \sqrt{\frac{k\,M}{\pi}}\, \frac{v'}{(v' - r\,m)\,\chi\left(\frac{m}{v'}\right)}\, e^{2\,k\,\alpha} \int_{\frac{2\alpha}{M}}^{\infty} e^{-k\,M\,u^2}\, d\,u^2 .$$

Het aantal moleculen, met snelheden tusschen u en $u + du$ uittredende, wordt ten opzichte van al deze moleculen, waarvoor het snelheidskwadraat in de richting van de x-as grooter dan $\frac{2\alpha}{M}$ is, weer bepaald door

$$\frac{e^{-kMu^2}\,d\,u^2}{\int_{\frac{2\alpha}{M}}^{\infty} e^{-kMu^2}\,d\,u^2}.$$

De moleculenschaar, die van de vloeistof naar den damp gaat, is dan volledig geschikt om de moleculen, die van den damp naar de vloeistof gaan, te vervangen en evenzoo is de schaar, die van de damp naar de vloeistof gaat, volledig geschikt om de door de vloeistof verloren schaar te vervangen, wanneer maar

$$\frac{1}{2}N'\sqrt{\frac{kM}{\pi}}\frac{v'}{(v'-rm)\,\chi\frac{m}{v'}} = \frac{1}{2}N\sqrt{\frac{kM}{\pi}}\frac{v}{(v-rm)\,\chi\left(\frac{m}{v}\right)}\,e^{-2k\alpha}$$

of

$$\frac{v'N'}{(v'-rm)\,\chi\left(\frac{m}{v'}\right)} = \frac{vN}{(v-rm)\,\chi\left(\frac{m}{v}\right)}\,e^{-2k\alpha}$$

is, en daar het aantal moleculen per gewichtseenheid door vN wordt voorge steld, zoodat

$$vN = v'N',$$

wordt dus de voorwaarde, waaraan v en v' moeten voldoen,

$$2k\alpha = Nep\,log\,\frac{(v'-rm)\,\chi\left(\frac{m}{v'}\right)}{(v-rm)\,\chi\left(\frac{m}{v}\right)}.$$

Volgens de beteekenis van α is echter α zelf eene functie van v en v', en daar de arbeid, noodig om de gewichtseenheid van het vloeistofvolume tot het dampvolume over te voeren, door

$$\int_{v}^{v'}\left(p + \frac{a}{v_{,}^{2}}\right)dv_{,} = \frac{a}{v} - \frac{a}{v'} + p\,(v'-v)$$

wordt voorgesteld en deze gewichtseenheid $v\,N$ moleculen bevat, is

$$(v\,N)\,\alpha = \frac{a}{v} - \frac{a}{v'} + p\,(v' - v),$$

zoodat wij als wet der dampspanningen vinden

$$Nep\,log\,\frac{(v' - r\,m)\,\chi\left(\frac{m}{v'}\right)}{(v - r\,m)\,\chi\left(\frac{m}{v}\right)} = \frac{3}{2\,E\,(v\,N)}\left\{\frac{a}{v} - \frac{a}{v'} + p\,(v' - v)\right\},$$

of

$$Nep\,log\,\frac{(v' - r\,m)\,\chi\left(\frac{m}{v'}\right)}{(v - r\,m)\,\chi\left(\frac{m}{v}\right)} = \frac{3}{2\,E\,(v\,N)}\,(v' - v)\left\{\frac{a}{v\,v'} + p\right\}.$$

Nu is

$$\frac{3}{2\,E\,(v\,N)} = \frac{1}{\frac{1}{3}\,M\,V^2\,(v\,N)},$$

wanneer V de gemiddelde snelheid van de moleculen is; en verder

$$V^2 = V_0^2\,(1 + \alpha\,t),$$

wanneer $\alpha = \frac{1}{273}$ en V_0 op 0^0 betrekking heeft, terwijl t de temperatuur, van het vriespunt afgeteld, aanduidt.

Dus

$$\frac{3}{2\,E(vN)} = \frac{1}{R\,(1 + \alpha\,t)}$$

en derhalve

$$R\,(1 + \alpha\,t)\,Nep\,log\,\frac{(v' - r\,m)\,\chi\left(\frac{m}{v'}\right)}{(v - r\,m)\,\chi\left(\frac{m}{v}\right)} = \quad - v)\left\{\frac{a}{v\,v'} + p\right\}.$$

Stelt men in deze formule $\chi\left(\frac{m}{v}\right) = 1$, hetgeen bij volumes in de nabijheid van het kritisch volume en zeker bij grootere geoorloofd is, zoo gaat zij over in

$$R\,(1 + \alpha\, t)\, Nep\, log \frac{v' - r\, m}{v - r\, m} = (v' - v) \left\{ \frac{a}{v\, v'} + p \right\}.$$

Deze vergelijking stemt geheel overeen met die, welke Prof. VAN DER WAALS uit zijne isotherme met behulp van het criterium van CAUSIUS heeft afgeleid en die op bladz. 4 van zijne verhandeling: „Onderzoekingen omtrent de overeenstemmende eigenschappen der toestandsvergelijkingen enz.", als volgt werd opgesteld

$$R\,(1 + \alpha\, t)\, Nep\, log \frac{\gamma - b}{v - b} + \frac{a}{\gamma} - \frac{a}{v} = p\,(v' - v),$$

waar γ gelijk onze v' en volgens ons vorig stuk $b = r\, m$ is.

Men kan aan deze vergelijking, door gebruik te maken van

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = R\,(1 + \alpha\, t)$$

ook den volgenden vorm geven

$$v - v) \left\{ \frac{R\,(1 + \alpha\, t)}{v - b} - \frac{a}{v}\frac{v' - v}{v\, v'} \right\} = R\,(1 + \alpha\, t)\, lg \frac{v' - b}{v - b}.$$

of eindelijk

$$\frac{a}{v'}\left(\frac{v - v'}{v}\right)^2 = R\,(1 + a\, t) \left\{ Nep\ log \frac{v' - b}{v - b} - \frac{v' - v}{v - b} \right\}.$$

Om de grondvergelijking der dampspanningen voor eene bepaalde temperatuur graphisch op te lossen, kan men bij voorbeeld voor die temperatuur aan de gegeven isotherme (met het volume als abscissen en den druk als ordinaten) bij telkens op verschillende hoogten *aangenomen* overgangslijnen van vloeistof tot damp, zonder drukvermeerdering, de waarde voor de volumina aan den kant der dampvolumes en aan den kant der vloeistofvolumes ontleenen en hiermede bij den druk, die met de aangenomen overgangslijn overeenkomt, als ordinaat, de waarde der beide leden van de vergelijking als abscissen uitzetten en zoo als twee krommen voorstellen. Door het snijpunt van deze twee krommen moet dan

de lijn evenwijdig aan de v-as getrokken worden om de ware overgangslijn in de isotherme te zijn.

Uit de ontwikkelingen in deze paragraaf blijkt wel, dat de vereenvoudigde uitwisseling van de moleculen tusschen damp en vloeistof met groote benadering de ware uitwisseling weergeeft. Wat betreft de daaruit afgeleide wet der *overeenstemmende* dampspanningen, zoo is het te verwachten, dat hare geldigheid zich verder uitstrekt dan die van de wet der dampspanningen. Want bij het overgaan van de eene vloeistof tot de andere moesten wij bij ons bewijs in beide gevallen voor het werkelijke verdampingsproces een ander in de plaats stellen, dat van het ware in beide gevallen op gelijksoortige wijze afwijkt. De invloed van deze afwijkingen op uitkomsten, verkregen bij de vergelijking van beide gevallen, zal dus nog onbeteekenend kunnen zijn, wanneer reeds de invloed van het verwaarloozen in elk geval op zich zelf merkbaar wordt.

Delft, Januari 1881.

ALGEMEENE THEORIE DER VLOEISTOFFEN.

DOOR

H. KAMERLINGH ONNES.

TWEEDE STUK.

VERDERE UITBREIDING VAN DE STELLING: DE GELIJKVORMIGHEID DER THERMODYNAMISCHE OPPERVLAKKEN IS DE UITDRUKKING VAN DE GELIJKVORMIGHEID IN DE BEWEGING DER MOLECULEN.

Tot nog toe hebben wij ten aanzien der moleculaire krachten de onderstelling doen gelden, dat hare werking in een homogene stof slechts op tweeërlei wijze merkbaar wordt: 1°. als voortdurend maar alleen in het oppervlak werkende moleculaire druk; 2°. als slechts oogenblikkelijk bij de veerkrachtige botsing der harde moleculen optredende. Wij stelden ons voor dat de moleculen binnen in de vloeistof, behalve op het oogenblik van de botsing, alleen aan krachten onderhevig waren, die elkaar volkomen in evenwicht houden.

Wij zullen deze laatste onderstelling laten varen en er de volgende voor in de plaats stellen: de moleculen werken op elkaar met aantrekkende krachten, omgekeerd evenredig aan zekere macht van den afstand van gelijkstandige punten in de moleculen. De overige onderstellingen echter blijven wij behouden; zoo blijven wij aannemen, dat de afstootende werking der moleculen slechts oogenblikkelijk bij de veerkrachtige botsing optreedt en dat de

moleculen van alle stoffen harde, veerkrachtige gelijkvormige lichamen van niet merkbaar veranderende afmetingen zijn

Wanneer dan de wet van aantrekking der moleculen van dien aard is, dat binnen de sfeer van attractie een groot aantal moleculen vallen, zoo blijft het geoorloofd de krachten te vervangen door een moleculairen druk in het oppervlak, terwijl dan weer in de vloeistof de krachten als met elkaar in evenwicht mogen worden beschouwd. Dan blijft dus nog de afleiding van de algemeene isotherme gelden, die wij in het vorige stuk hebben gegeven.

Wanneer daarentegen de aantrekking der moleculen met haren afstand zoo snel verandert, dat hare werking bijna uitsluitend bij de botsing merkbaar wordt, zoo zal die afleiding niet meer gelden. Men moet dan, zoo als in het eerste stuk naar aanleiding van de schattingen en opmerkingen van Prof. VAN DER WAALS werd aangetoond, in het oog houden, dat de moleculen gedurende korter of langer tijd zich om elkaar heen blijven bewegen en samengekoppelde molecuulgroepen vormen, die zich door dissociatie weder ontleden.

Daardoor wordt de afleiding van den werkelijken vorm der isotherme samengestelder. Prof. VAN DER WAALS merkt hierover in zijne verhandeling „Onderzoekingen omtrent de overeenstemmende eigenschappen der toestandsvergelijkingen enz." p. 32, bij de bespreking van de overblijvende afwijkingen, het volgende op: „De *mogelijkheid* zou dan altijd blijven bestaan, dat de afwijkingen, die hier en daar voorkomen, werkelijk toe te schrijven zijn aan het feit, dat niet alle moleculen van de stof volkomen aan elkander gelijk zijn. Een stof toch, waarbij enkele moleculen zich vereenigd hebben, moet als een mengsel beschouwd worden". Hetzelfde denkbeeld vinden wij terug op pag. 11 van zijne verhandeling „Over de coëfficiënten van uitzetting en samendrukking in overeenkomstige toestanden" in de volgende bewoordingen: „Daarbij moet in het oog gehouden worden, dat de theorie onderstelt, dat de moleculen tot op de hoogste graden van verdichting op zich zelve blijven; dat dus vereeniging tot meer samengestelde groepen van atomen in het geheel niet plaats grijpt".

Al blijft nu ook de bepaling van den bizonderen vorm der isothermen bij deze onderstelling moeilijkheden opleveren, zoo is het toch van belang na te gaan, wat er uit die onderstelling kan worden afgeleid ten aanzien van het verband der isothermen onderling. Immers, tusschen onze algemeene isothermen en de werkelijkheid, in 't bizonder ten opzichte van den spanningscoëfficiënt, blijven er nog afwijkingen over. De nieuwe onderstelling opent eenig uitzicht op nauwkeuriger aansluiting aan de werkelijkheid; en hare toepassing kan eenig licht geven over den aard van den invloed, dien de tijdelijke, hierboven besprokene, samenkoppelingen van twee of meer moleculen op de gelijk-

vormigheid der isothermen kan uitoefenen. Daarbij is het nu in de eerste plaats noodig, in deze samenkoppelingen eene onderscheiding te maken tusschen physische en chemische. Onder physische koppelingen versta ik die, waarbij de werkingen van enkele deelen van het eene molecuul op enkele deelen van het andere molecuul niet in aanmerking komen, maar waarbij de beweging der moleculen om elkaar met voldoende benadering opgevat kan worden als het onmiddellijk gevolg van de onderlinge werkingen van die gelijkstandige punten der moleculen, van welke wij ons voorstellen dat de moleculaire attractie uitgaat. Daarbij komt de bizondere chemische bouw der moleculen niet in aanmerking. Bij chemische samenkoppelingen daarentegen — welke met de kristallisatie op een lijn gesteld kunnen worden — zijn het juist andere dan die gelijkstandige punten (molecuul-centra), welke de samenkoppeling bewerken.

Van deze chemische samenkoppeling wordt door den aard van onze onderstelling afgezien. De stelling, die wij zullen afleiden, heeft dan ook slechts geldigheid zoolang de moleculen mogen worden beschouwd als gelijkvormige en uit gelijkstandige punten op elkaar werkende lichamen. De afwijkingen van die stelling zullen dus door ons ook daaraan moeten worden toegeschreven, dat de moleculen niet meer als gelijkvormige, harde, veerkrachtige lichamen van weinig veranderende afmetingen mogen worden beschouwd, dat men hunne onderlinge werking niet meer kan voorstellen als omgekeerd evenredig met zekere macht van den afstand van gelijkstandige punten, maar dat daarentegen de ongelijkslachtigheid binnen de grenzen der moleculen en de daaruit voortvloeiende werkingen van scheikundigen aard in de bewegingswetten der moleculen een rol gaan spelen.

Het beginsel der gelijkvormigheid in de beweging is nu onmiddellijk toepasselijk op het boven bepaalde stelsel van moleculen. Immers, bij gelijkvormige configuraties staan de krachten, die op elk punt werken, in eene zelfde verhouding tot elkaar; en de beweging is bij de invoering van overeenkomstige eenheden van lengte, tijd en massa, zoo lang de moleculen niet tot botsing komen, gelijkvormig. De botsing zelve brengt daarin geene verandering, daar wij aangenomen hebben, dat zij eene veerkrachtige botsing van harde, gelijkvormige lichamen is.

Wij verkrijgen dus de volgende stelling: Door de keuze van andere eenheden van lengte, tijd en massa, kan men ook bij de nu aangenomen onderstelling over de moleculaire krachten uit den bewegingstoestand van de moleculen eener willekeurige stof een mogelijken bewegingstoestand van hetzelfde aantal moleculen van een andere stof verkrijgen. Aan de snelheden en den buitendruk moeten dan overeenkomstige waarden worden toegekend. Met andere woorden, de

thermodynamische oppervlakken hebben onderling de eigenschap der affiniteit en de reductiefactoren van druk, volume en temperatuur zijn de waarden van deze grootheden in den kritischen toestand.

Tegelijker tijd volgt in ons geval uit het beginsel der gelijkvormigheid terstond geheel algemeen, dat, wanneer men voor een bepaald aantal moleculen van een willekeurige stof, ten gevolge der botsing, eene splitsing in een damp- en vloeistof-volume verkrijgt, dit voor een overeenkomstig stelsel van moleculen van een andere stof op dezelfde wijze en onder een overeenkomstigen druk zal geschieden, waardoor de wet der overeenkomstige dampspanningen, of, wat hetzelfde is, van de gelijkvormigheid der grenslijnen, geheel algemeen is afgeleid.

Deze stellingen blijven geldig onafhankelijk van alle physische samenkoppelingen.

Het schijnt mij, dat hiermede een tweede stap in de uitbreiding van de theorie van Prof. VAN DER WAALS verkregen is. Immers, bij onze vroegere onderstelling kwamen wij slechts tot de gevolgtrekking, dat b voor alle gelijkvormige configuraties eene zelfde functie van $\frac{m}{v}$ is. Wij merkten op, dat in eene tweede benadering tot de voorstelling van de werkelijke isotherme ook gelet zou moeten worden op den invloed van samenkoppelingen van moleculen. Dientengevolge moest a in 't algemeen afhangen van de temperatuur en het volume; dan zal echter ook R niet meer standvastig gesteld mogen worden, daar dit slechts het geval is wanneer men afzonderlijk bewegende moleculen beschouwt. In dit laatste geval stelt R het product voor van het aantal moleculen met de gemiddelde levende kracht der voortgaande beweging van één molecuul. Wanneer er echter samenkoppelingen plaats grijpen, vormen de gekoppelde moleculen een tusschentoestand tusschen één molecuul met dezelfde levende kracht van voortbeweging als de overige enkele moleculen en twee moleculen elk met dezelfde levende kracht van voortbeweging. Dan is R dus ook eene functie van het volume en de temperatuur. Eindelijk moet in het geval, dat de krachten in het inwendige van de vloeistof niet voortdurend met elkaar in evenwicht zijn, ook de botsingsfunctie, behalve van de verhouding van $\frac{m}{v}$, van de temperatuur afhangen.

Wij komen echter, van onze onderstelling uitgaande, tot de slotsom, dat deze van de temperatuur en het volume afhankelijke grootheden in overeenkomstige toestanden van de stof dezelfde functiën van de gereduceerde temperatuur en het gereduceerd volume zijn, en vinden daardoor in het bizonder ook terug, wat door Prof. VAN DER WAALS, p. 93 van zijn onderzoek „Over de coëfficiënten van uitzetting en samendrukking" wordt opgemerkt, namelijk „De grootheid b, die bij volumes, die grooter dan 8-maal het moleculair volume zijn, gelijk is aan

4-maal dit volume, is voor verschillende stoffen in overeenstemmende toestanden steeds een even groot aantal malen dat volume".

Het schijnt mij dus toe, dat in het voorgaande de *eenvoudigste* inkleeding van de ontdekking van Prof. VAN DER WAALS verkregen is door de stelling, dat de gelijkvormigheid der isothermen en grenslijnen de onmiddellijke uitdrukking is van de gelijkvormigheid der bewegingen van de moleculen.

Uit dit algemeene gezichtspunt laten zich echter terstond nieuwe wetten voorspellen, welker toetsing aan de ervaring zal kunnen uitmaken in hoeverre de onderstelling, van welke wij uitgingen, met de waarheid overeenstemt. Immers uit de gelijkvormigheid in de beweging volgt onmiddellijk:

a) dat de capillariteits-constanten in de overeenstemmende toestanden van twee vloeistoffen tot elkaar staan in eene vaste verhouding, die zich door de moleculaire constanten laat uitdrukken;

b) dat ditzelfde geldt voor de wrijvings-coëfficiënten van twee vloeistoffen in overeenstemmende toestanden, en eindelijk:

c) dat ditzelfde ook nog geldt voor de warmtegeleidings-coëfficiënten, mits men slechts lette op die warmtegeleiding, welke door de botsing der moleculen plaats vindt, en die men gewoonlijk als moleculaire warmtegeleiding onderscheidt van die, waaraan de beweging der atomen in het molecuu deelneemt.

Om voor het geval, dat men de moleculaire krachten door een moleculairen druk vervangen mag, de verhouding te vinden van de capillaire stijghoogten van vloeistoffen in overeenstemmende toestanden, wanneer zij de wanden der stijgbuizen volkomen bevochtigen, stellen wij die hoogte voor door h bij een ideale stof met moleculair gewicht 1, met een zeker aantal moleculen in een ruimte ω onder eene moleculaire attractie 1, terwijl de moleculen samen een volume 1 beslaan, bij een buitendruk π en temperatuur τ, daarbij aannemende, dat deze stijging plaats grijpt in een buisje van den diameter 1, tegen eene kracht in, die aan de moleculen parallelle versnellingen g, gelijk aan die der zwaartekracht, tracht te geven.

Dan stelt ω, π, τ de overeenkomstige toestand van een andere vloeistof met moleculair gewicht M, met volume der moleculen m en met moleculaire attractie A in dezelfde getalwaarden voor, mits men de lengte-eenheden $\sqrt[3]{m}$ grooter, de tijdseenheid s-maal kleiner, de massa-eenheid M-maal grooter neemt, terwijl volgens § 5 van het Eerste Stuk s wordt bepaald door

$$s^2 = \frac{A}{m\sqrt[3]{m^2}\,M} \, .$$

Tevens stelt h de stijging voor in de nieuwe eenheden in een buisje van de

nieuwe eenheid van lengte als diameter, wanneer die stijging wordt tegengewerkt door parallelle krachten, die, in de nieuwe eenheden uitgedrukt, hetzelfde aantal eenheden bevatten als de krachten, die wij bij de ideale vloeistof aannamen.

In een buisje van een diameter 1 in de oude eenheden, zou de stijging dus $h\sqrt[3]{m}$ nieuwe eenheden of $h\sqrt[3]{m^2}$ oude eenheden bedragen. Nu werkt de zwaartekracht echter niet zoo op de nieuwe stof, dat zij daaraan de versnelling g nieuwe eenheden geeft, maar zij geeft daaraan de versnelling g oude eenheden. De zwaartekracht is dus in de verhouding:

$$\sqrt[3]{m}\ s^2$$

kleiner dan die, waaronder wij de stijging $h\sqrt[3]{m^2}$ in oude eenheden in een buisje met eenheid diameter waarnemen, dus zal de stijging onder de werking van de zwaartekracht worden:

$$h\, m\ s^2$$

d. i.:

$$h\, m \frac{A}{m\sqrt[3]{m^2}\, M} \quad \text{of} \quad h \frac{A}{\sqrt[3]{m^2}\, .\, M}\, .$$

Voor verschillende stoffen staan in overeenstemmende toestanden de stijgingen dus tot elkaar als:

$$\frac{A}{\sqrt[3]{m^2}\, .\, M} : \frac{A}{\sqrt[3]{m'^2}\, .\, M'}\, .$$

De capillariteits-constante van twee vloeistoffen is evenredig aan de stijghoogte maal het specifiek gewicht. Het specifiek gewicht heeft in overeenstemmende toestanden de verhouding:

$$\frac{M}{m} : \frac{M'}{m'}$$

en dus staan de capillariteits-constanten van twee vloeistoffen tot elkaar als:

$$\frac{A}{m\sqrt[3]{m^2}} : \frac{A}{m'\sqrt[3]{m'^2}}\ *\, .$$

---

* Volgens welwillende mededeeling van Prof. VAN DER WAALS is deze betrekking dezelfde, die door hem langs anderen weg afgeleid is en door de waarneming vrij wel bevestigd bevonden is.

Deze laatste uitkomst kan eenvoudiger verkregen worden door de capillariteits-constante te beschouwen als den arbeid, die noodig is om het vrije oppervlak der vloeistof met de vlakte-eenheid te vergrooten. Immers dan is de verhouding van den arbeid $M\sqrt[3]{m^2}\,.\,s^2$, die der vlakte-afmetingen $\sqrt[3]{m^2}$, die van den arbeid per vlakte-eenheid $M s^2$, en hieruit volgt, blijkens de hierboven gegeven waarde voor s^2 dezelfde verhouding der capillariteits-constanten, welke wij uit de stijghoogte afleidden.

Laten wij nu eveneens vaststellen de verhouding van de wrijvings-coëfficiënten in overeenkomstige toestanden, wederom in de onderstelling, dat men de werking der moleculaire krachten mag vervangen door een moleculairen druk.

Noemen wij bij de ideale stof met $m = 1$, $M = 1$, $A = 1$, wanneer daarin de verschillende lagen ten opzichte van elkander verschuiven, η de hoeveelheid van beweging, die in de tijds-eenheid van de eene zijde van een plat vlak door de eenheid van oppervlak naar de andere zijde wordt overgebracht, wanneer de toeneming van de snelheid der lagen per eenheid van onderlingen afstand de eenheid bedraagt. Dit is dan de wrijvings-coëfficiënt voor deze ideale stof. Zij stelt de overeenkomstige grootheid in den overeenkomstigen toestand van eene stof met volume der moleculen m, moleculair gewicht M en moleculaire-attractie A voor, wanneer men onder alle eenheden in het eerste geval nu verstaat: eene lengte-eenheid $\sqrt[3]{m}$ maal grooter, eene tijds-eenheid s maal kleiner en eene massa-eenheid M maal grooter.

In den overeenkomstigen toestand wordt door hetzelfde aantal deeltjes, hetgeen η overvoert, in den overeenkomstigen tijd overgebracht eene hoeveelheid van beweging

$$M\sqrt[3]{m}\;s\,.\,\eta\,.$$

Per eenheid van oppervlak en tijd, wanneer wij daarvoor weder de oude invoeren, dus:

$$\frac{M\sqrt[3]{m}\;s}{\sqrt[3]{m^2}\,\cdot\,\frac{1}{s}}\;\eta.$$

Dit geschiedde bij een snelheidsverschil 1 in nieuwe eenheden, wanneer de onderlinge afstand der lagen eene nieuwe lengte-eenheid bedraagt. Bij eene zelfde verhouding van het snelheids-verschil in oude eenheden tot den onderlingen afstand in oude eenheden, dus:

$$\frac{M \sqrt[3]{m}\, s}{\sqrt[3]{m^2} \cdot \dfrac{1}{s}} \cdot \frac{\sqrt[3]{m}}{\sqrt[3]{m}\, s}\, \eta\,.$$

Dit is de wrijvings-coëfficiënt η' voor de nieuwe stof; zoodat

$$\eta' = \frac{M\, s}{\sqrt[3]{m}}\, \eta.$$

Wegens

$$\frac{s^2}{\sqrt[3]{m^2}} = \frac{A}{m \sqrt[3]{m^4}\, M}$$

kan men er den vorm

$$\eta' = \frac{\sqrt{M}}{\sqrt[3]{m^2}} \sqrt{\frac{A}{m}}\, \eta$$

aan geven, en wanneer men nog de kritische temperatuur T_k invoert, blijkt, dat bij verschillende stoffen de wrijvings-coëfficienten tot elkander staan als:

$$\eta'_1 : \eta'_2 = \frac{\sqrt{M_1}}{\sqrt[3]{m_1{}^2}} \sqrt{T_{k_1}} : \frac{\sqrt{M_2}}{\sqrt[3]{m_2{}^2}} \sqrt{T_{k_2}}\,.$$

Voor den gastoestand stemt deze formule overeen met de bekende uit de kinetische gastheorie afgeleide:

$$\eta' = \frac{1}{4} \frac{M\, \Omega}{\pi\, \sigma^2},$$

waar Ω de gemiddelde snelheid der moleculen, σ hun straal voorstelt. Immers in overeenstemmende toestanden zijn de temperaturen evenredig aan de kritische temperaturen, zoodat men uit de opgestelde formule ook afleiden kan:

$$\eta'_1 : \eta'_2 = \frac{\sqrt{M_1}}{\sqrt[3]{m_1{}^2}} \sqrt{T_1} : \frac{\sqrt{M_2}}{\sqrt[3]{m_2{}^2}} \sqrt{T_2},$$

waar T_1 en T_2 de temperaturen van de gassen in de overeenstemmende toe-

standen zijn. Uit de kinetische gas-theorie volgt echter, dat de grootheid η' onafhankelijk is van v, het soortelijk volume van het gas, terwijl $\Omega \sqrt{M}$ evenredig is aan de absolute temperatuur, zoowel voor verschillende toestanden van een zelfde gas als voor verschillende gassen, waardoor de verhouding van η'_1 en η'_2 uit de kinetische gastheorie afgeleid in de door ons opgestelde overgaat.

Het is mij een aangename plicht mij hier te herinneren, dat reeds terstond bij mijne eerste opmerkingen over de onafhankelijkheid van de botsingsfunctie van de configuratie van het molecuulstelsel Prof. LORENTZ mij wees op de beteekenis, die de beschouwing van zulke gelijkvormige *configuraties* voor de algemeene vloeistof-theorie bij vraagstukken als de bepaling van den wrijvings-coëfficiënt enz. kon hebben. Zooals wij uit het voorgaande zien, is dit nog veel meer het geval voor beschouwingen over *gelijkvormige bewegingen*, welke men als den sleutel tot de algemeene vloeistofwetten mag beschouwen.

Delft, Januari 1881.

ZINSTORENDE ERRATA.

Eerste Stuk pag. 22, reg. 1 v. o. *lees* $\tau = st$ *in plaats van* $s\tau = t$.

» » » 23, » 7 v. b. *lees* $s^2 = \dfrac{A \sqrt[3]{m^2}}{m^2 \sqrt[3]{m}\, M}$ *in plaats van* $s^2 = \dfrac{A \sqrt[3]{m}\, M}{m^2 \sqrt[3]{m}\, M}$.

BIJDRAGE TOT DE KENNIS

VAN DE

WET DER OVEREENSTEMMENDE TOESTANDEN.

DOOR

J. D. VAN DER WAALS.

§ 1. Aan het slot eener mededeeling, in November 1880 in de Akademie gedaan, deed ik opmerken, dat uit de toen besproken vloeistofwet een regel kon afgeleid worden voor de densiteit der verschillende vloeistoffen in overeenstemmende toestanden. Die regel had mij in staat gesteld de nog niet bekende densiteit van diaethylamin te bepalen en daarvoor een waarde te vinden, niet veel verschillend van die van aether.

Ons geacht medelid, Prof. A. C. OUDEMANS, had toen de welwillendheid, mij zijn voornemen kenbaar te maken om van deze stof, die hij in zijn bezit had, de densiteit te bepalen. Aan dat voornemen heeft hij gevolg gegeven, en ik ben den nauwgezetten onderzoeker grooten dank verschuldigd niet alleen voor de zeer bijzondere zorgen, die hij heeft aangewend om een *zuiver* materiaal te onderzoeken, en daarvan zoo nauwkeurig mogelijk de densiteit en den uitzettings-coëfficiënt te bepalen, maar ook voor de belangstelling, die hij heeft getoond in de verificatie van de door mij medegedeelde wetten, en de vriendelijkheid, waarmede hij zijn uitkomsten ter mijner beschikking heeft gesteld.

§ 2. De bedoelde regel voor de densiteit der vloeistoffen in overeenstemmende toestanden volgt uit de algemeene vloeistofwet, zonder dat het noodig is nog bovendien een bijzonderen vorm voor de vergelijking der isotherme te onder-

stellen, voor alle stoffen waarvoor men mag aannemen, dat de wetten van BOYLE en GAY-LUSSAC als limiet-wet gelden, en in dien limiettoestand ook de wet van AVOGADRO geldt.

De algemeene vloeistofwet toch zegt, dat in overeenstemmende toestanden $\frac{v}{v_1}$ voor alle stoffen evengroot is, als v_1 het kritische volume voorstelt.

Denkt men nu voor de gewichtseenheid der verschillende stoffen een nieuwen overeenstemmenden toestand, zoodat dus:

$$v = n v_1$$
$$p = \varepsilon p$$
$$T = m T$$

met voor allen even groote waarden van n, ε en m, dan zal, bij genoegzaam groote waarde van v in de vergelijking:

$$\frac{v p}{T} = \frac{n \varepsilon}{m} \frac{v_1 p_1}{T_1}$$

elk lid omgekeerd evenredig zijn aan het moleculairgewicht. Hieruit volgt:

$$\frac{1}{v_1} = \frac{n \varepsilon}{m} \cdot \frac{\mu_1 p_1}{T_1}.$$

En dus, als men de densiteiten van twee vloeistoffen in overeenstemmenden toestand noemt d_1 en d_2, dan geldt de betrekking:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{\mu_1 \; p_1 \; T_2}{\mu_2 \; p_2 \; T_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Deze wijze van afleiding waarschuwt ons, dat wij de laatste betrekking waarschijnlijk zullen zien falen in die gevallen, waarin ook de wet van AVOGADRO faalt. In dat geval spreekt men van abnorme dampdichtheid. Het laat zich voorzien, dat in niet al te verwijderd verschiet de laatst verkregen betrekking ons ook zal kunnen doen oordeelen over normale of abnormale vloeistofdichtheid.

§ 3 Past men de formule (1) toe voor de vergelijking der densiteiten van diaethylamin en aether, dan heeft men:

aether $\mu_2 = 74$
$p_2 = 36,9$
$T_2 = 463^0$

diaethylamin $\mu_1 = 73$
$p_1 = 38,7$
$T_1 = 493^0$

en dus:

$$\frac{d_1}{d_2} = 0,972.$$

Stelt d_2 de densiteit van aether voor bij 0^0 en 1 atmosfeerdruk, dan stelt d_1 de densiteit voor diaethylamin bij $17^0,7$ en 1,05 atmosfeerdruk.

Prof. OUDEMANS vond deze laatste densiteit bij 18^0 en 1 atmosfeerdruk gelijk aan 0,70847. Neemt men voor de densiteit van aether in de genoemde omstandigheden de door KOPP gevondene 0,736, dan wordt de factor $\frac{d_1}{d_2} = 0,963$.

Het verschil bedraagt dus minder dan 1 pCt., een verschil waarvan de fout, die bij de meting der kritische omstandigheden gemaakt wordt, zeker voldoende rekenschap kan geven.

§ 4. Ook de regel voor den uitzettings-coëfficiënt kon door het onderzoek van Prof. OUDEMANS getoetst worden. Zoodra ik kennis kreeg van de voorloopige uitkomsten, heb ik op de wijze, welke in mijne verhandeling: „Over de coëfficienten van uitzetting enz.” pag. 5 is aangegeven, de empirische formule berekend uit die, welke PIERRE voor aether gegeven heeft. Wil men op deze wijze een formule voor diaethylamin afleiden, die van $0^0 - t^0$ gelden zal, dan moet men kunnen onderstellen, dat PIERRE's formule voor aether ook voor eenige graden beneden 0^0 het volume zal wedergeven. Ofschoon dit zeker wel nagenoeg waar zal zijn, mag dit toch slechts onder voorbehoud worden aangenomen. De uitkomst der berekening is, dat het volume van diaethylamin uit dat bij 0^0 gevonden wordt door:

$$V_t = V_0 \{1 + 0,001413\, t + 0,000\,00035\, t^2 + 0,000\,000\,034\, t^3\}.$$

Prof. OUDEMANS deed met een preparaat, dat hij na zuivering verkregen had en waarvan hij van 70 cM³ tot 25 cM³ afdestilleerde, twee reeksen van proefnemingen, één met een pyknometer van GEISSLER met ingeslepen thermometer (vol. 22 cM³) en één met een GAY-LUSSAC'sch fleschje van circa 10 cM³ inhoud.

Deze beide gaven tot uitkomst, dat diaethylamin zich gelijkmatig uitzet.

Volgens de eerste reeks (van 0^0—40^0):

$$V_t = V_0\,(1 + 0,0015165\, t) \qquad (d_0 = 0,72776)$$

en volgens de tweede reeks (van 0°—54°)

$$V_t = V_0 (1 + 0{,}001554\, t) \qquad (d_0 = 0{,}72809).$$

De gebezigde stof bleek echter bij nader onderzoek nog niet geheel homogeen te zijn.

Van de 25 cM³ werd nog circa 14 in een eerste portie, en 11 in een tweede afgedestilleerd.

Deze twee gedeelten verschilden in densiteit: N°. 1 gaf bij 0° 0,72723 en N°. 2 bij 0° 0,72906.

Het eerste gedeelte, dat wegens zijn constant kookpunt en om andere redenen het meest betrouwbaar toescheen, werd opnieuw in het GAY-LUSSAC'sche fleschje onderzocht, waarbij vooral bij 0°, 18°, 36° en 54° door herhaalde weging het S. G. nauwkeurig bepaald werd.

Gevonden werd:

$$d_0 = 0{,}72723$$
$$d_{18} = 0{,}70847$$
$$d_{36} = 0{,}69829$$
$$d_{54} = 0{,}66990.$$

Hieruit leidt Prof. OUDEMANS als empirische formule af:

$$V_t = V_0 (1 + 0{,}0014117\, t + 0{,}000\,003349\, t^2 - 0{,}000\,000\,0026\, t^3).$$

Ofschoon in de coëfficiënten van t^2 en t^3 geen overeenstemming is, zijn daarentegen de coëfficiënten van t in de berekende en in de empirisch gevondene formule zoo na aan elkander gelijk, dat men in deze uitkomst zeker wel een bevestiging van de vloeistofwet zien zal.

§ 5. Reeds in de „Continuiteit van den gas- en vloeistoftoestand", pag. 94 enz., heb ik beproefd een waarde te vinden voor den moleculairdruk bij vloeistoffen — de grootheid K van de theorie der capillariteit van LA PLACE.

Uit de algemeene vloeistofwet volgt, dat die grootheid in overeenstemmende toestanden evenredig moet zijn aan den kritischen druk. De getallenwaarde, die ik toen voor aether. alcohol en zwavelkoolstof gevonden heb, voldoen ongeveer aan den regel. Die voor water, langs onvoldoenden weg verkregen, echter niet.

Een uit laatstgenoemden regel berekende reeks van waarden voor stoffen in overeenstemmenden toestand met aether bij 0° en 1 atmosfeerdruk, volgt hieronder:

Aether	1430	atmosfeer.
Alcohol	2400	„
Zwavelkoolstof	2890	„
Water	10700	„
Chlooraethyl	2040	„
Zwavelig zuur	3060	„
Koolzuur	2820	„
Azijnzuur-methylaether	2225	„
Diaethylamin	1500	„

Deze grootheid leent zich echter niet tot een proefondervindelijk onderzoek.

Wel kunnen deze waarden dienen om een bijdrage te leveren ter beantwoording eener vraag, die voor de theorie der capillariteit van groot gewicht is, namelijk de vraag, of de straal der zoogenaamde sfeer van attractie voor alle stoffen even groot is, of dat die een waarde heeft van afwisselend bedrag, samenhangende met de afmetingen der moleculen.

§ 6. Het antwoord, dat men geneigd zou zijn op bovenstaande vraag a priori te geven, hangt af van de voorstelling, die men zich maakt omtrent krachten in het algemeen en omtrent de cohaesie in het bijzonder.

Stelt men zich op het zoogenaamde NEWTON'sche standpunt en neemt men ook voor de moleculaire krachten een werking op afstand aan, dan zal men een voor alle stoffen even groote waarde voor dien straal kunnen onderstellen. Stelt men zich echter voor, dat de moleculaire krachten zich alleen openbaren, als de moleculen elkander aanraken, dan zal men moeten besluiten tot een waarde voor dien straal, die voor de verschillende stoffen verschillend is, en een grootte heeft, welke even veel lagen moleculen omvat.

Reeds vroeger (Continuiteit enz. pag. 103) ben ik tot het besluit gekomen, dat de verhouding tusschen de capillariteits-constante en den moleculairdruk (een grootheid, welke onmiddellijk met den straal der sfeer van attractie samenhangt) gelijk is aan den diameter der moleculen, zoodat dus in plaats van *evenveel* lagen zou moeten besloten worden tot een *gelijk gedeelte* van een laag. In overeenstemmende toestanden der verschillende stoffen is namelijk de afstand der verschillende lagen evenredig aan de afmetingen der moleculen.

Met andere woorden: Is de straal der sfeer van attractie bij alle stoffen evengroot, dan moet de capillariteits-constante voor de verschillende stoffen evenredig zijn aan den kritischen druk. Is daarentegen die straal evenredig aan de lineaire afmetingen der moleculen, dan komt men tot de volgende betrekking:

$$\left(\frac{H_1}{H_2}\right)^3 = \frac{p_1^2\, T_1}{p_2^2\, T_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2).$$

In deze formule stellen p en T den kritischen druk en de kritische temperatuur eener stof voor en H de constante der capillariteit. Natuurlijk dat hier alleen weder spraak is van overeenstemmende toestanden en, strikt genomen, als boven de vloeistof slechts damp derzelfde stof aanwezig is.

Stelt men de capillariteits-constante van aether gelijk aan de eenheid, dan levert formule (2) een waarde voor die constante bij de volgende vloeistoffen:

	Berekend uit (2):	Gevonden:	
Aether	1	1	1
Alcohol	1,46	1,3	1,7
Zwavelkoolstof	1,69	1,8	2,05
Water	4,3	4,2	7,5
Azijnzuur-methylaether	1,39	1,43	1,56
Aceton	1,3	1,4	1,42
Chloroform	1,37	1,49	1,48.

In de laatste kolom staan de verhoudingen van de kritische drukkingen.

De uitkomst bij water schijnt te pleiten voor formule (2). Bij de overige stoffen blijft het nog in het onzekere, welke van de twee onderstellingen omtrent de grootte van den straal der sfeer van attractie het beste in staat is rekenschap te geven van de waarde der capillariteits-constante.

Voor de kolom der *gevonden* waarden moet nog in aanmerking genomen worden, dat deze waarden eigenlijk slechts voor de gewone temperatuur gevonden zijn, en dat, daar de verschillende waarnemingen niet altijd dezelfde uitkomsten hebben opgeleverd, ook dezen getallen een onzekerheid aankleeft.

De waarde voor azijnzuur-methylaether en chloroform, zoogenaamden: chloral-chloroform, heb ik zelf bepaald op stoffen, die ik meen voor zuiver te mogen houden.

Ik heb daarvoor gebezigd twee capillaire buizen, waarin de drie vloeistoffen: aether, chloroform en azijnzuur-methylaether telkens tot een daarop aangegeven merk opstegen. Daardoor was het onnoodig den straal dezer buizen, en de meerdere of mindere afwijking van de cirkelvormige doorsneden te bepalen.

De verhouding der producten van stijghoogte en densiteit was dus de verhouding der capillariteits-constanten.

In de nauwste dezer buizen bedroegen de stijghoogten:

Aether	20	mM.
Azijnzuur-methylaether	22	„
Chloroform	14,5	„

In de tweede:

Aether	14,0 mM.
Azijnzuur-methylaether	15,4 „
Chloroform.	10,1 „

§ 7. Ten slotte nog een opmerking over de kritische temperatuur van aldehyd. Uit de vergelijking van den uitzettings-coëffiënt dezer stof met dien van aether en chlooraethyl, besluit men tot een kritische temperatuur van aldehyd, gelegen tusschen die der beide andere genoemde stoffen. De uitzettings-coefficiënt bij 0° is namelijk:

Aether.	0,001513
Aldehyd.	0,001546
Chlooraethyl.	0,001575

Voor aether is de kritische temperatuur 190° en voor chlooraethyl 182°.

Twee verschillende waarnemingen hebben mij voor de kritische temperatuur van aldehyd opgeleverd 182° en 181°. Daartoe was deze vloeistof in buisjes van dikwandig glas gebracht, zooveel mogelijk luchtvrij, en daarop in een verwarmingstoestel langzaam verwarmd.

Het laatste buisje bevatte nog een zekere hoeveelheid lucht, die bij het sluiten weder bleek binnengedrongen te zijn. De verwarming tot deze hooge temperatuur mag voor deze stof echter niet lang worden volgehouden; want dan ondergaat zij een ingrijpende verandering. Ten slotte was de vroeger geheel ongekleurde aldehyd veranderd in een bruingeel gekleurde stof, die, weder tot dezelfde temperatuur van 182° teruggebracht, geen spoor van kritischen toestand meer vertoonde.

Amsterdam, Januari 1881.

NASCHRIFT.

In mijn verhandeling: „Over de coëfficiënten van uitzetting enz." heb ik gemeend, dat geen onderzoekingen omtrent de waarde van den coëfficiënt van samendrukking verricht waren, die in staat zouden stellen den uit de wet der overeenstemmende toestanden afgeleiden regel voor die coëfficiënten te toetsen. Prof. E. Wiedemann heeft mij opmerkzaam gemaakt op een reeks onderzoekingen van Amagat over de samendrukbaarheid der vloeistoffen (*Ann. de Chimie et de physique* XI, pag. 520—549 en *Beiblätter* I, N°. 9).

Ofschoon ik de resultaten dezer onderzoekingen voor onze kennis van de wijze, waarop de vloeistoffen zich bij samendrukking gedragen, als een groote aanwinst beschouw, en er met zekerheid uit blijkt in hoe hooge mate die coëfficiënten met toenemende temperatuur stijgen, is er aan den anderen kant in die gevallen, waarin vergelijking met de uitkomsten van andere onderzoekers mogelijk is, een te groot verschil om reeds nu die uitkomsten van Amagat als boven elken twijfel verheven te doen aannemen.

Zoo vindt Amagat voor aether van 13°7 een waarde $\beta = 0{,}000167$, van de drukgrenzen onafhankelijk, terwijl Grassi bij 14° en 13°8 $\beta = 0{,}000140$ en $0{,}000153$ vond, naar gelang de drukvermeerdering 1,58 of 8,4 atmosfeer bedroeg. Evenzoo bij alkohol

(Amagat)	14°	$\beta = 0{,}000101$
(Grassi)	13°1	$\beta = 0{,}000090$
en		$\beta = 0{,}000099$

en bij zwavelkoolstof

(AMAGAT)	15°6	$\beta = 0.000087$
(AMAURY en DESCAMPS)	14°	$\beta = 0{,}000063$.

Overal dus, waar vergelijking mogelijk is, zijn de uitkomsten van AMAGAT hooger dan die van andere waarnemers.

Aan den anderen kant is uit een onderzoek van RAMSAY (*Proc. Royal Soc.* XXXI, N°. 208, Dec. 1880) opnieuw gebleken, in hoe hooge mate de kritische omstandigheden nog door verschillende onderzoekers verschillend gevonden worden.

Zoo vindt voor aether:

(RAMSAY)	$t_1 = 195°5$	$p_1 = 40$
(SAJOTSCHEWSKY)	$t_1 = 190°$	$p_1 = 36{,}9$

en voor benzol:

(RAMSAY)	$t_1 = 291°7$	$p_1 = 60{,}5$
(SAJOTSCHEWSKY)	$t_1 = 280°6$	$p_1 = 49{,}5$

Op de vroeger gegeven wet voor de dampspanning blijken deze verschillen een weinig nadeeligen invloed te hebben, daar de vermeerdering in druk nagenoeg in overeenstemming blijkt te zijn met de vermeerdering in temperatuur. Zoo vindt RAMSAY bij 190° voor aether als maximumspanning, wat bij SAJOTSCHEWSKY als kritische druk geldt.

Maar als het de verificatie van andere wetten betreft, zullen die verschillen zich in hunne volle beteekenis doen gevoelen.

In dezen stand der zaak moet dus een afdoend onderzoek omtrent den regel voor de samendrukbaarheid vooralsnog onmogelijk geacht worden. Ditzelfde geldt in meerdere of mindere mate eveneens voor de andere regels, waarbij de waarde van den kritischen druk moest gekend worden.

Men meene evenwel niet, dat de waarnemingen van AMAGAT tegen den gegeven regel pleiten. Zelfs is er, als men onderstellen mag, dat de aether, welken AMAGAT bezigde, voor de kritische omstandigheden de waarden van RAMSAY zou leveren, een zeer voldoende overeenkomst.

In de volgende tabel staan naast de voor aether gevonden waarden van β, die welke uit AMAGAT's andere waarnemingen over andere stoffen door toepassing van den gegeven regel eveneens voor aether zouden berekend worden. Voor de andere stoffen zijn de kritische gegevens aan SAJOTSCHEWSKY ontleend.

		$10^6\,\beta$ berekend uit:					
t	$10^6\,\beta$ gevonden.	Clooraethyl.	Alcohol.	Azijnz -methylaether.	Aceton.	Chloroform.	Benzol.
13°5	167						
17°		182					
22°7		194					
25°4	190						
42°5							215
54°5						282	
63°	300						
71°		337	323				
72°					358		
74°				370			
78°5	367						
90°1		474					
99°	555						
110°		672					

De DUPRÉ'sche formule, welke AMAGAT bevestigd vindt door zijn uitkomsten voor chlooraethyl en welke een verband aangeeft tusschen de coëfficiënten van uitzetting en samendrukking bij de verschillende temperaturen, valt, zooals licht is in te zien, geheel samen met $T\left(\frac{dp}{dT}\right)_v = \frac{a}{v^2}$ — welke uit onze toestandsvergelijking wordt afgeleid, als men, zooals dit bij vloeistoffen geoorloofd is, den uitwendigen druk verwaarloost.

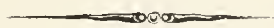
HERLEIDING VAN EENIGE INTEGRALEN

MET DEN WORTELVORM $\sqrt{1+p\,sin^2 x . cos^2 x}$ TOT

ELLIPTISCHE EN ANDERE INTEGRALEN.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.



1. Ten einde te kunnen komen tot eenige algemeene uitkomsten bij de herleiding van onbepaalde integralen, die onder het integraalteeken den wortelvorm $\sqrt{1+p\,sin^2 x . cos^2 x}$ bevatten, zal het noodig zijn, eerst de eenvoudigste vormen rechtstreeks te bepalen. Het is licht te voorzien, dat men daarbij in het algemeen tot elliptische integralen zal worden gevoerd.

Beginnen wij met den eenvoudigsten vorm

$$\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1+p\,sin^2 x . cos^2 x}},$$

en stellen wij $2x = y$, zoo wordt deze

$$\tfrac{1}{2}\int_0^{2x} \frac{dy}{\sqrt{1+\frac{1}{4}p\,sin^2 y}}.$$

Al dadelijk moeten wij hier onderscheid maken tusschen positieve en negatieve waarden van p. Vooreerst zij $p = -k^2$, maar dan moet ook, zooals bekend is, voor

de doorloopendheid der integraal, $k^2 < 4$ zijn. Ten tweede $p = + r^2$, en hierbij is de bestaanbare parameter r aan geene grens gebonden. Het is duidelijk, dat voortaan overal, althans op zeer enkele uitzonderingen na, dit onderscheid tusschen de positieve en negatieve waarden van p gehandhaafd zal moeten worden.

Voor $p = -k^2$ vindt men nu

$$\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}} = \tfrac{1}{2} F(\tfrac{1}{2} k, 2x), \ldots \ldots \ldots \ldots (1)$$

en voor $p = + r^2$, wanneer men $y = \frac{1}{2}\pi - z$ stelt,

$$\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x . \cos^2 x}} = -\tfrac{1}{2}\int_{\frac{1}{2}\pi}^{\frac{1}{2}\pi - 2x} \frac{dz}{\sqrt{(1 + \frac{1}{4} r^2) - \frac{1}{4} r^2 \sin^2 z}} = \frac{-1}{\sqrt{4 + r^2}} \int_{\frac{1}{2}\pi}^{\frac{1}{2}\pi - 2x} \frac{dz}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{4 + r^2}\sin^2 z}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{4 + r^2}} \left[F\left(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}\right) - F\left(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\right)\right]; \ldots \ldots \ldots \ldots (1^a)$$

welke laatste herleiding geoorloofd is, omdat altijd eensdeels $\frac{r^2}{4 + r^2} > 0$ en ten andere < 1 is.

Ter vereenvoudiging zullen verder overal de grenzen 0 en x der integratie worden weggelaten; alleen wanneer de grenzen andere zijn, zullen zij natuurlijk aangegeven worden.

Vervolgens heeft men

$$\int \frac{\sin^2 x \, dx}{\sqrt{1 + p \sin^2 x . \cos^2 x}} + \int \frac{\cos^2 x \, dx}{\sqrt{1 + p \sin^2 x . \cos^2 x}} = \int \frac{dx}{\sqrt{1 + p \sin^2 x . \cos^2 x}}$$

en

$$\int \frac{\cos^2 x \, dx}{\sqrt{1 + p \sin^2 x . \cos^2 x}} - \int \frac{\sin^2 x \, dx}{\sqrt{1 + p \sin^2 x . \cos^2 x}} = \int \frac{\cos 2x \, dx}{\sqrt{1 + p \sin^2 x . \cos^2 x}}.$$

Ten einde deze laatste te vinden, is weder

$$\int_0^x \frac{\cos 2x \, dx}{\sqrt{1 + p \sin^2 x . \cos^2 x}} = \tfrac{1}{2}\int_0^{2x} \frac{\cos y \, dy}{\sqrt{1 + \frac{1}{4} p \sin^2 y}} = \tfrac{1}{2}\int_0^{\sin 2x} \frac{dz}{\sqrt{1 + \frac{1}{4} p z^2}};$$

en ook hier moet men onderscheid maken tusschen p positief en negatief. Alsdan heeft men

$$\int\frac{\cos 2\,x\,d\,x}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}}=\tfrac{1}{2}\int_0^{\sin 2x}\frac{d\,z}{\sqrt{1-\frac{1}{4}k^2 z^2}}=\tfrac{1}{2}\frac{2}{k}Bg\sin\frac{k\,z}{2}\Bigg|_0^{\sin 2x}=\frac{1}{k}Bg\sin(k\sin x.\cos x),\,.\,.\,(2)$$

$$\int\frac{\cos 2\,x\,d\,x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}=\tfrac{1}{2}\int_0^{\sin 2x}\frac{d\,z}{\sqrt{1+\frac{1}{4}r^2 z^2}}=$$

$$=\tfrac{1}{2}\frac{2}{r}L\left(\tfrac{1}{2}r\,z+\sqrt{1+\tfrac{1}{4}r^2z^2}\right)\Bigg|_0^{\sin 2x}=\frac{1}{r}L\left(r\sin x.\cos x+\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}\right);\,.\,.\,.\,(2^a)$$

en hiermede worden de vorige integralen, wier som en verschil nu bekend zijn,

$$\int\frac{\sin^2 x\,d\,x}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}}=\tfrac{1}{4}F(\tfrac{1}{2}k,2\,x)-\frac{1}{2\,k}Bg\sin(k\sin x.\cos x),\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(3)$$

$$\int\frac{\cos^2 x\,d\,x}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x\,\cos^2 x}}=\tfrac{1}{4}F(\tfrac{1}{2}k,2\,x)+\frac{1}{2\,k}Bg\sin(k\sin x.\cos x),\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(4)$$

$$\int\frac{\sin^2 x\,d\,x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}=\frac{1}{2\sqrt{4+r^2}}\left[F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2\,x\right)\right]-$$
$$-\frac{1}{2\,r}L\left(r\sin x.\cos x+\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}\right),\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(3^a)$$

$$\int\frac{\cos^2 x\,d\,x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}=\frac{1}{2\sqrt{4+r^2}}\left[F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2\,x\right)\right]+$$
$$+\frac{1}{2\,r}L\left(r\sin x.\cos x+\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}\right)\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(4^a)$$

Volgens de eenvoudige herleidingsformule

$$\int\frac{\sin^2 x\,.\,\cos^2 x\,d\,x}{\sqrt{1+p\sin^2 x.\cos^2 x}}=\frac{1}{p}\int\frac{(1+p\sin^2 x.\cos^2 x)-1}{\sqrt{1+p\sin^2 x.\cos^2 x}}dx=\frac{1}{p}\left[\int dx\sqrt{1+p\sin^2 x.\cos^2 x}-\int\frac{d\,x}{\sqrt{1+p\sin^2 x.\cos^2 x}}\right]$$

heeft men de eerste integraal in het laatste lid noodig. Zij geeft

$$\int_0^x d\,x\sqrt{1+p\sin^2 x.\cos^2 x}=\tfrac{1}{2}\int_0^{2x}d\,y\sqrt{1+\tfrac{1}{4}p\sin^2 y}\,;$$

dus weder, even als boven, bij de afleiding der integralen (1),

$$\int d\,x\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}=\tfrac{1}{2}E(\tfrac{1}{2}k,2\,x)\,,\,.\,(5)$$

$$\int dx \sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x} = -\tfrac{1}{2}\int_{\frac{1}{2}\pi}^{\frac{1}{2}\pi - 2x} dz \sqrt{(1 + \tfrac{1}{4} r^2) - \tfrac{1}{4} r^2 \sin^2 z} =$$

$$= \tfrac{1}{4}\sqrt{4 + r^2}\left[E\left(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}\right) - E\left(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\right)\right]; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5^a)$$

en daarmede verkrijgt men nu

$$\int \frac{\sin^2 x.\, \cos^2 x\, dx}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} = \frac{1}{2k^2}\left[F(\tfrac{1}{2}k, 2x) - E(\tfrac{1}{2}k, 2x)\right], \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

$$\int \frac{\sin^2 x.\, \cos^2 x\, dx}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} = \frac{1}{4r^2\sqrt{4 + r^2}}\left[(4 + r^2)\left\{E\left(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}\right) - E\left(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\right)\right\} - \right.$$

$$\left. - 4\left\{F\left(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}\right) - F\left(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\right)\right\}\right]. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6^a)$$

Het verschil tusschen deze uitkomsten en de vorige integralen (3) en (4) levert

$$\int \frac{\sin^4 x\, dx}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x.\cos^2 x}} = \frac{1}{4k^2}[2E(\tfrac{1}{2}k, 2x) - (2 - k^2)F(\tfrac{1}{2}k, 2x) - 2k\, Bg\sin(k \sin x.\cos x)], \ldots (7)$$

$$\int \frac{\cos^4 x\, dx}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x.\cos^2 x}} = \frac{1}{4k^2}[2E(\tfrac{1}{2}k, 2x) - (2 - k^2)F(\tfrac{1}{2}k, 2x) + 2k\, Bg\sin(k \sin x.\cos x)], \ldots (8)$$

$$\int \frac{\sin^4 x\, dx}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} = \frac{1}{4r^2\sqrt{4 + r^2}}\left[(4 + 2r^2)\left\{F\left(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}\right) - F\left(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\right)\right\} - \right.$$

$$- (4 + r^2)\left\{E\left(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}\right) - E\left(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\right)\right\} -$$

$$\left. - 2r\sqrt{4 + r^2}\, L\,(r \sin x \,.\, \cos x + \sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x})\right], \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7^a)$$

$$\int \frac{\cos^4 x\, dx}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} = \frac{1}{4r^2\sqrt{4 + r^2}}\left[(4 + 2r^2)\left\{F\left(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}\right) - F\left(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\right)\right\} - \right.$$

$$- (4 + r^2)\left\{E\left(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}\right) - E\left(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\right)\right\} +$$

$$\left. + 2r\sqrt{4 + r^2}\, L\,(r \sin x \,.\, \cos x + \sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x})\right]. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8^a)$$

Neemt men nu weder het verschil tusschen deze uitkomsten (7) en (8) met

de vorige (6), en let men er op, dat bij de integralen met den parameter $+r^2$ in het tweede lid de factor $(4+r^2)$ te voorschijn treedt, dan verkrijgt men

$$\int\frac{sin^2 x.\, cos\, 2\, x\, d\, x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x. cos^2 x}}=\frac{1}{4k^2}\left[(4-k^2)\,F(\tfrac{1}{2}k,\, 2\,x)-4\,E(\tfrac{1}{2}k,\, 2\,x)+2\,k\,Bg\,sin(k\,sin\,x.cos\,x)\right], \,.\,.\,(9)$$

$$\int\frac{cos^2 x.\, cos\, 2\, x\, d\, x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x. cos^2 x}}=\frac{1}{4k^2}\left[4E(\tfrac{1}{2}k, 2\,x)-(4-k^2)\,F(\tfrac{1}{2}k, 2\,x)+2k\,Bg\,sin\,(k\,sin\,x.cos\,x)\right], \,.\,.\,(10)$$

$$\int\frac{sin^2 x.\, cos\, 2\, x\, dx}{\sqrt{1+r^2 sin^2 x.\, cos^2 x}}=\frac{1}{2r^2}\sqrt{4+r^2}\left[\left\{E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\, \tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}-\left\{F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-\right.\right.$$
$$\left.\left.-F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\, \tfrac{1}{2}\pi-2\,x\right)\right\}+\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\,L(r\,sin\,x.cos\,x+\sqrt{1+r^2 sin^2 x.cos^2 x})\right], \,.\,.\,.\,.\,.\,(9^a)$$

$$\int\frac{cos^2 x.\, cos\, 2x\, dx}{\sqrt{1+r^2 sin^2 x.\, cos^2 x}}=\frac{1}{2r^2}\sqrt{4+r^2}\left[\left\{F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\, \tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}-\left\{E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-\right.\right.$$
$$\left.\left.-E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\, \tfrac{1}{2}\pi-2\,x\right)\right\}+\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}L(r\,sin\,x.cos\,x+\sqrt{1+r^2 sin^2 x.cos^2 x})\right]; \,.\,.\,.\,.\,(10^a)$$

terwijl het verschil tusschen de integralen (9) en (10) oplevert

$$\int\frac{cos^2\, 2\, x\, dx}{\sqrt{1-k^2\, sin^2\, x.\, cos^2\, x}}=\frac{1}{2\,k^2}\left[4\,E\,(\tfrac{1}{2}\,k, 2\,x)-(4-k^2)\,F\,(\tfrac{1}{2}\,k, 2\,x)\right], \,.\,.\,.\,.\,(11)$$

$$\int\frac{cos^2\, 2\, x\, dx}{\sqrt{1+r^2\, sin^2\, x.\, cos^2\, x}}=\frac{1}{r^2}\sqrt{4+r^2}\left[\left\{F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\, \tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}-\right.$$
$$\left.-\left\{E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\, \tfrac{1}{2}\,\pi-2\,x\right)\right\}\right] \,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(11^a)$$

2. Vervolgens heeft men

$$\int_0^x\frac{sin\, x.\, cos\, x\, dx}{\sqrt{1+p\, sin^2 x. cos^2 x}}=\frac{1}{4}\int_0^{2x}\frac{sin\, y\, dy}{\sqrt{1+\frac{1}{4}\,p\, sin^2 y}}=\frac{1}{2}\int_0^{2x}\frac{sin\, y\, dy}{\sqrt{(4+p)-p\, cos^2 y}}=-\frac{1}{2}\int_1^{cos\, 2x}\frac{d\, z}{\sqrt{(4+p)-pz^2}},$$

zoodat ook hier weder het teeken van p invloed heeft op de gedaante der uitkomst.

$$\int \frac{\sin x . \cos x\, dx}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}} = \frac{-1}{2\sqrt{4-k^2}} \int_1^{\cos 2x} \frac{dz}{\sqrt{1+\frac{k^2}{4-k^2} z^2}} =$$

$$= \frac{-1}{2k} L\left(\frac{kz}{\sqrt{4-k^2}} + \sqrt{1+\frac{k^2 z^2}{4-k^2}}\right)\Bigg|_1^{\cos 2x} = \frac{1}{2k}\left[L(k+\sqrt{4-k^2+k^2}) - L(k\cos 2x + \sqrt{4-k^2+k^2\cos^2 2x})\right] =$$

$$= -\frac{1}{2k} L \frac{k\cos 2x + 2\sqrt{1-k^2\sin^2 x . \cos^2 x}}{2+k}, \qquad (12)$$

$$\int \frac{\sin x . \cos x\, dx}{\sqrt{1+r^2 \sin^2 x . \cos^2 x}} = \frac{-1}{2\sqrt{4+r^2}} \int_1^{\cos 2x} \frac{dz}{\sqrt{1-\frac{r^2}{4+r^2} z^2}} =$$

$$= \frac{-1}{2r} Bg\sin \frac{rz}{\sqrt{4+r^2}}\Bigg|_1^{\cos 2x} = \frac{1}{2r}\left[Bg\sin\frac{r}{\sqrt{4+r^2}} - Bg\sin\frac{r\cos 2x}{\sqrt{4+r^2}}\right] =$$

$$= \frac{1}{2r} Bg\sin \frac{2r}{4+r^2}(\sqrt{1+r^2\sin^2 x . \cos^2 x} - \cos 2x). \qquad (12^a)$$

Verder is, als men eerst, zooals vroeger, $2x = y$, maar dan later $\sin^2 y = z$ stelt,

$$\int \frac{\sin x . \cos x . \cos 2x\, dx}{\sqrt{1+p\sin^2 x . \cos^2 x}} = \tfrac{1}{4}\int_0^{2x} \frac{\sin y . \cos y\, dy}{\sqrt{1+\frac{1}{4}p\sin^2 y}} = \tfrac{1}{8}\int_0^{\sin^2 2x} \frac{dz}{\sqrt{1+\frac{1}{4}pz}} =$$

$$= \frac{1}{p}\sqrt{1+\tfrac{1}{4}pz}\,\Bigg|_0^{\sin^2 2x} = \frac{1}{p}\left[\sqrt{1+\tfrac{1}{4}p\sin^2 2x} - 1\right] = \frac{1}{p}\left[\sqrt{1+p\sin^2 x . \cos^2 x} - 1\right];$$

welke uitkomst onafhankelijk blijkt te zijn van het positief of negatief zijn van den parameter p; ter wille echter van de herleiding, waarbij deze integraal met de vorige in verband moet gebracht worden, schrijven wij afzonderlijk

$$\int \frac{\sin x . \cos x . \cos 2x\, dx}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}} = \frac{1}{k^2}\left[1 - \sqrt{1-k^2\sin^2 x . \cos^2 x}\right]. \qquad (13)$$

$$\int \frac{\sin x . \cos x . \cos 2x\, dx}{\sqrt{1+r^2 \sin^2 x . \cos^2 x}} = \frac{1}{r^2}\left[\sqrt{1+r^2\sin^2 x . \cos^2 x} - 1\right]; \qquad (13^a)$$

dus ook

$$\int \frac{\sin 4x\, dx}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x . \cos^2 x}} = 4\int \frac{\sin x . \cos x . \cos 2x\, dx}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}} = \frac{4}{k^2}\left[1 - \sqrt{1-k^2\sin^2 x . \cos^2 x}\right], \qquad (14)$$

$$\int \frac{\sin 4x\,dx}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}} = 4\int \frac{\sin x.\cos x.\cos 2x\,dx}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}} = \frac{4}{r^2}\left[\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}-1\right] \;..\; (14^a)$$

Men kan nu de integralen

$$\int \frac{\sin^3 x.\cos x\,d x}{\sqrt{1+p\sin^2 x.\cos^2 x}} \quad \text{en} \quad \int \frac{\sin x.\cos^3 x\,d x}{\sqrt{1+p\sin^2 x.\cos^2 x}}$$

bepalen, aangezien hare som $\int \frac{\sin x.\cos x\,d x}{\sqrt{1+p\sin^2 x.\cos^2 x}}$ door de formulen (12), en haar verschil $\int \frac{\sin x.\cos x.\cos 2x\,dx}{\sqrt{1+p\sin^2 x.\cos^2 x}}$ door de formulen (13 is gegeven. Dientengevolge is

$$\int \frac{\sin^3 x.\cos x\,dx}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}} = \frac{1}{4k^2}\left[2\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}-2-k\,L\frac{k\cos 2x+2\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}}{2+k}\right], \ldots (15)$$

$$\int \frac{\sin x.\cos^3 x\,dx}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}} = \frac{1}{4k^2}\left[2-2\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}-k\,L\frac{k\cos 2x+2\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}}{2+k}\right], \ldots (16)$$

$$\int \frac{\sin^3 x.\cos x\,dx}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}} = \frac{1}{4r^2}\left[r\,Bg\sin\frac{2r}{4+r}(\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}-\cos 2x)+2-2\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}\right], (15^a)$$

$$\int \frac{\sin x.\cos^3 x\,dx}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}} = \frac{1}{4r^2}\left[r\,Bg\sin\frac{2r}{4+r}(\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}-\cos 2x)-2+2\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}\right]. (16^a)$$

3. Bij de volgende herleiding

$$\int_0^x \cos 2x\,dx\sqrt{1+p\sin^2 x.\cos^2 x} = \tfrac{1}{2}\int_0^{2x}\cos y\,dy\sqrt{1+\tfrac{1}{4}p\sin^2 y} = \tfrac{1}{2}\int_0^{\sin 2x} dz\sqrt{1+\tfrac{1}{4}pz^2} =$$

$$= \tfrac{1}{4}z\sqrt{1+\tfrac{1}{4}pz^2}\Big|_0^{\sin 2x} + \tfrac{1}{4}\int_0^{\sin 2x}\frac{dz}{\sqrt{1+\tfrac{1}{4}pz^2}} = \tfrac{1}{2}\sin x.\cos x.\sqrt{1+p\sin^2 x.\cos^2 x}+\tfrac{1}{4}\int_0^{\sin 2x}\frac{dz}{\sqrt{1+\tfrac{1}{4}pz^2}}$$

wordt men dus wederom teruggevoerd tot eene integraal, in het begin van N°. 1 behandeld, en waarbij men onderscheid te maken had tusschen positieve en negatieve waarden van den parameter p. Men heeft dus afzonderlijk

$$\int \cos 2x\,dx\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x} = \tfrac{1}{2}\sin x.\cos x.\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x} + \frac{1}{2k}Bg\sin(k\sin x.\cos x), . (17)$$

$$\int \cos 2x\,dx\sqrt{1+r^2 \sin^2 x.\cos^2 x} = \tfrac{1}{2}\sin x.\cos x.\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x} +$$
$$+ \frac{1}{2r} L\left(r \sin x.\cos x + \sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}\right) \quad \ldots \quad (17^a)$$

Van deze integralen kan men weder met de vorige integraal (5) de som en het verschil nemen, en verkrijgt men dan

$$\int \sin^2 x\,dx\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x} = \tfrac{1}{4}\Big[E\left(\tfrac{1}{2}k, 2x\right) - \sin x.\cos x.\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x} -$$
$$- \frac{1}{k} Bg\sin(k\sin x.\cos x)\Big], \quad \ldots \quad (18)$$

$$\int \cos^2 x\,dx\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x} = \tfrac{1}{4}\Big[E\left(\tfrac{1}{2}k, 2x\right) + \sin x.\cos x.\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x} -$$
$$- \frac{1}{k} Bg\sin(k\sin x.\cos x)\Big], \quad \ldots \quad (19)$$

$$\int \sin^2 x\,dx\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x} = \tfrac{1}{8}\Big[\sqrt{4+r^2}\Big\{E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right) - E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\right)\Big\} -$$
$$- 2\sin x.\cos x.\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x} - \frac{1}{r} L\left(r\sin x.\cos x + \sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}\right)\Big], \quad (18^a)$$

$$\int \cos^2 x\,dx\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x} = \tfrac{1}{8}\Big[\sqrt{4+r^2}\Big\{E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right) - E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\right)\Big\} +$$
$$+ 2\sin x.\cos x.\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x} + \frac{1}{r} L\left(r\sin x.\cos x + \sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}\right)\Big]; \quad (19^a)$$

en, zoodra men deze uitkomsten met de integralen (3) en (4) verbindt door aftrekking,

$$\int \frac{\sin^4 x.\cos^2 x\,dx}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}} = \frac{1}{4k^2}\Big[F\left(\tfrac{1}{2}k, 2x\right) - E\left(\tfrac{1}{2}k, 2x\right) + \sin x.\cos x.\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x} -$$
$$- \frac{1}{k} Bg\sin(k\sin x.\cos x)\Big], \quad \ldots \quad (20)$$

$$\int \frac{\sin^2 x.\cos^4 x\,dx}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}} = \frac{1}{4k^2}\Big[F\left(\tfrac{1}{2}k, 2x\right) - E\left(\tfrac{1}{2}k, 2x\right) - \sin x.\cos x.\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x} +$$
$$+ \frac{1}{k} Bg\sin(k\sin x.\cos x\Big], \quad \ldots \quad (21)$$

$$\int\frac{\sin^4 x\,.\cos^2 x\,dx}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}}=\frac{1}{8r^2}\Big[\sqrt{4+r^2}\Big\{E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\Big)\Big\}-$$
$$-\frac{4}{\sqrt{4+r^2}}\Big\{F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\Big)\Big\}-2\sin x.\cos x.\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}+$$
$$+\frac{2}{r}L\big(r\sin x.\cos x+\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}\big)\Big],\ \ldots\ldots\ (20^a)$$

$$\int\frac{\sin^2 x\,.\cos^4 x\,dx}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}}=\frac{1}{8r^2}\Big[\sqrt{4+r^2}\Big\{E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\Big)\Big\}-$$
$$-\frac{4}{\sqrt{4+r^2}}\Big\{F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\Big)\Big\}+2\sin x.\cos x.\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}-$$
$$-\frac{2}{r}L\big(r\sin x.\cos x+\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}\big)\Big],\ \ldots\ldots\ (21^a)$$

waarvan de som telkens de vorige uitkomsten (6) zoude teruggeven; maar haar verschil daarentegen voert tot de nieuwe uitkomsten:

$$\int\frac{\sin^2 x.\cos^2 x.\cos 2x\,dx}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}}=\frac{1}{2k^2}\Big[\frac{1}{k}Bg\sin(k\sin x.\cos x)-\sin x.\cos x.\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}\Big]\ldots(22)$$

$$=\frac{1}{8}\int\frac{\sin 2x\,.\sin 4x\,dx}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}},\ \ldots\ldots\ (23)$$

$$\int\frac{\sin^2 x.\cos^2 x.\cos 2x\,dx}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}=\frac{1}{2r^2}\Big[\sin x.\cos x.\sqrt{1+r^2\sin^2 x\cos^2 x}-\frac{1}{r}L\big(r\sin x.\cos x+\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}\big)\Big].(22^a)$$

$$=\frac{1}{8}\int\frac{\sin 2x\,.\sin 4x\,dx}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}}.\ \ldots\ldots\ (23^a)$$

4. De eerste methode, van wier toepassing men goede verwachtingen mag koesteren, is zeker die van het differentiëeren onzer integralen naar den parameter, die daarin voorkomt. Zoo vindt men gereedelijk, als $\varphi(x)$ eene functie van x voorstelt, waarin de parameter p niet voorkomt,

$$\frac{d}{dp}\int\frac{\varphi(x)\,dx}{\sqrt{1+p\sin^2 x\,.\cos^2 x}}=\int\varphi(x)\,(-\tfrac{1}{2})\,\frac{\sin^2 x\,.\cos^2 x\,dx}{\sqrt{1+p\sin^2 x\,.\cos^2 x}^{\,3}}$$

en verder

$$= \frac{-1}{2p}\int \varphi(x)\,dx\,\frac{(1+p\sin^2 x.\cos^2 x)-1}{\sqrt{1+p\sin^2 x.\cos^2 x}^3} = \frac{-1}{2p}\left[\int\frac{\varphi(x)\,dx}{\sqrt{1+p\sin^2 x.\cos^2 x}} - \int\frac{\varphi(x)\,dx}{\sqrt{1+p\sin^2 x.\cos^2 x}^3}\right].$$

De eerste en de laatste herleidingen leveren nu de beide formulen

$$\int\frac{\sin^2 x.\cos^2 x.\varphi(x)dx}{\sqrt{1+p\sin^2 x.\cos^2 x}^3} = -2\frac{d}{dp}\int\frac{\varphi(x)\,dx}{\sqrt{1+p\sin^2 x.\cos^2 x}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (\mathrm{I})$$

$$\int\frac{\varphi(x)\,dx}{\sqrt{1+p\sin^2 x.\cos^2 x}^3} = \left[1+2p\frac{d}{dp}\right]\int\frac{\varphi(x)\,dx}{\sqrt{1+p\sin^2 x.\cos^2 x}}; \quad \ldots\ldots (\mathrm{II})$$

welke, wanneer men p door $-k^2$ en door $+r^2$ vervangt, voor de bovenstaande integralen ons zal leveren

$$\int\frac{\sin^2 x.\cos^2 x.\varphi(x)\,dx}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}^3} = 2\frac{d}{d(k^2)}\int\frac{\varphi(x)\,dx}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}}, \quad \ldots\ldots\ldots (\mathrm{I}^a)$$

$$\int\frac{\varphi(x)\,dx}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}^3} = \left[1+2k^2\frac{d}{d(k^2)}\right]\frac{\varphi(x)\,dx}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}}, \quad \ldots\ldots (\mathrm{II}^a)$$

$$\int\frac{\sin^2 x.\cos^2 x.\varphi(x)\,dx}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}^3} = -2\frac{d}{d(r^2)}\int\frac{\varphi(x)\,dx}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}, \quad \ldots\ldots (\mathrm{I}^b)$$

$$\int\frac{\varphi(x)\,dx}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}^3} = \left[1+2r^2\frac{d}{d(r^2)}\right]\int\frac{\varphi(x)\,dx}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}. \quad \ldots (\mathrm{II}^b)$$

Men kan dus de gevonden uitkomsten naar den parameter gaan differentiëeren, door welke bewerking de macht van de wortelgrootheid in den noemer zal klimmen.

Voor $p=-k^2$ heeft men vooreerst, daar bij de eerste differentiatie $\frac{d}{d(k^2)} = \frac{d}{d(k)} : \frac{d(k^2)}{d(k)} = \frac{1}{2k}\frac{d}{dk}$ is, wanneer men deze op de vroeger verkregen waarden der integralen (1) tot (23) toepast, achtereenvolgens

$$\frac{d}{d(k^2)}.Bg(k\sin x.\cos x) = \frac{1}{2k}\frac{\sin x.\cos x}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}};$$

$$\frac{d}{d(k^2)} \cdot L \frac{k \cos 2x + 2\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}}{2 + k} =$$

$$= \frac{1}{2k}\left[\frac{1}{k\cos 2x + 2\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}}\left\{\cos 2x + 2 \cdot \tfrac{1}{2}\frac{-2k \sin^2 x \cdot \cos^2 x}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}}\right\} - \frac{1}{2+k}\right] =$$

$$= \frac{1}{k(2+k)\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}} \frac{\cos 2x \cdot \sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x} - (1 + 2k \sin^2 x \cdot \cos^2 x)}{k \cos 2x + 2\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}},$$

of, wanneer men den tweeledigen noemer met den vorm $-k\cos 2x + 2\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}$ vermenigvuldigt, zoodat deze $4 - k^2$ wordt, en de teller den factor $2 + k$ verkrijgt,

$$= \frac{1}{k(4 - k^2)\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}}\left\{\cos 2x - \sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}\right\};$$

$$\frac{d}{d(k^2)} \cdot \sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x} = \frac{-\sin^2 x \cdot \cos^2 x}{2\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}}.$$

Voor $p = + r^2$ heeft men evenzeer $\dfrac{d}{d(r^2)} = \dfrac{1}{2r}\dfrac{d}{d(r)}$, en daarmede

$$\frac{d}{d(r^2)} \cdot L(r \sin x \cdot \cos x + \sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}) =$$

$$= \frac{1}{2r}\frac{1}{r\sin x.\cos x + \sqrt{1 + r^2 \sin^2 x.\cos^2 x}}\left(\sin x.\cos x + \tfrac{1}{2}\frac{2r \sin^2 x \cdot \cos^2 x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x.\cos^2 x}}\right) = \frac{\sin x \cdot \cos x}{2r\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x.\cos^2 x}};$$

$$\frac{d}{d(r^2)} \cdot \left\{Bg\sin\frac{r}{\sqrt{4+r^2}} - Bg\sin\frac{r\cos 2x}{\sqrt{4+r^2}}\right\} = \frac{1}{2r}\left\{\frac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{r^2}{4+r^2}}} - \frac{\cos 2x}{\sqrt{1 - \dfrac{r^2\cos^2 2x}{4+r^2}}}\right\}\frac{(4+r^2) - \frac{1}{2}r(2r)}{\sqrt{4+r^2}^3} =$$

$$= \frac{2}{r(4+r^2)}\left\{\frac{1}{\sqrt{4+r^2-r^2}} - \frac{\cos 2x}{\sqrt{4+r^2-r^2\cos^2 2x}}\right\} = \frac{1}{r\sqrt{4+r^2}}\left\{1 - \frac{\cos 2x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}}\right\};$$

$$\frac{d}{d(r^2)} \cdot \sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x} = \frac{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}{2\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}}.$$

Daarbij komen nu nog de volgende uitkomsten — zie mijne „verhandeling over het differentiëeren van eenige elliptische Integralen naar den modulus of

eene functie daarvan", in de Natuurk. verhand., Dl. XVIII, wanneer men daarin eerst eene fout verbetert,

$$\frac{d}{d(k^2)}.F(\tfrac{1}{2}k,2x)=\tfrac{1}{4}\frac{d}{d(\frac{1}{4}k^2)}F(\tfrac{1}{2}k,2x)=\frac{2}{k^2(4-k^2)}\left\{E(\tfrac{1}{2}k,2x)-(1-\tfrac{1}{4}k^2)F(\tfrac{1}{2}k,2x)-\frac{k^2 sin\,x\,.\,cos\,x\,.\,cos\,2x}{2\sqrt{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x}}\right\},$$

$$\frac{d}{d(k^2)}\,.\,E(\tfrac{1}{2}k,2x)=\frac{1}{2k^2}\left\{E(\tfrac{1}{2}k,2x)-F(\tfrac{1}{2}k,2x)\right\},$$

$$\frac{d}{d(r^2)}\,.\,\frac{1}{\sqrt{4+r^2}}\left\{F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}=$$

$$=\tfrac{1}{8}\frac{d}{d(\frac{1}{4}r^2)}\,.\,\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{4}r^2}}\left\{F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}=$$

$$=\frac{1}{2r^2\sqrt{4+r^2}}\left[\frac{r^2}{\sqrt{4+r^2}}\frac{sin\,x\,.\,cos\,x\,.\,cos\,2x}{\sqrt{1+r^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}}+\left\{E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}-\right.$$

$$\left.-\left\{F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}-2x\right)\right\}\right],$$

$$\frac{d}{d(r^2)}\,.\,\sqrt{4+r^2}\left\{E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}=$$

$$=\frac{2}{r^2\sqrt{4+r^2}}\left[(1+\tfrac{1}{4}r^2)\left\{E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}-\left\{F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}\right].$$

5. Thans kunnen wij tot de toepassing dezer formulen overgaan, en uit de integralen (1) tot (4) de volgende afleiden.

$$\int\frac{sin^2 x\,.\,cos^2 x\,dx}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x}^3}=\frac{1}{k^2(4-k^2)}\left\{2E(\tfrac{1}{2}k,2x)-\tfrac{1}{2}(4-k^2)F(\tfrac{1}{2}k,2x)-\frac{k^2 sin\,x\,.\,cos\,x\,.\,cos 2x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x}}\right\},\;(24)$$

$$\int\frac{dx}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}^3}=\frac{1}{4-k^2}\left\{2E(\tfrac{1}{2}k,2x)-\frac{k^2 sin\,x\,.\,cos\,x\,.\,cos\,2x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}}\right\}\;,\;.\;.\;.\;.\;.\;(25)$$

$$\int\frac{sin^2 x\,.\,cos^2 x\,dx}{\sqrt{1+r^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}^3}=\frac{1}{r^2\sqrt{4+r^2}}\left[\left\{F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}-\right.$$

$$\left.-\left\{E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}-\frac{r^2}{\sqrt{4+r^2}}\frac{sin\,x\,.\,cos\,x\,.\,cos\,2x}{\sqrt{1+r^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}}\right],\;.\;.\;.\;(24^1)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}^3} = \frac{1}{\sqrt{4 + r^2}} \Big[\Big\{ E\left(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}\right) - E\left(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\right) \Big\} + \\ + \frac{r^2}{\sqrt{4 + r^2}} \frac{\sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}} \Big], \ldots \ldots \quad (25^a)$$

$$\int \frac{\sin^2 x \cdot \cos^2 x \cdot \cos 2x \, dx}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}^3} = \frac{1}{k^3} \left\{ \frac{k \sin x \cdot \cos x}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}} - Bg \sin (k \sin x \cdot \cos x) \right\}, \ldots \quad (26)$$

$$\int \frac{\cos 2x \, dx}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}^3} = \frac{\sin x \cdot \cos x}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}}, \ldots \ldots \quad (27)$$

$$\int \frac{\sin^2 x \cdot \cos^2 x \cdot \cos 2x \, dx}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}^3} = \frac{1}{r^3} \left\{ L(r \sin x \cdot \cos x + \sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}) - \frac{r \sin x \cdot \cos x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}} \right\}, \ldots \quad (26^a)$$

$$\int \frac{\cos 2x \, dx}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}^3} = \frac{\sin x \cdot \cos x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}}; \ldots \ldots \quad (27^a)$$

onder welke de laatste integraal (27), die niet van het teeken van den parameter p afhangt, ook gemakkelijk dadelijk door integratie te vinden is.

$$\int \frac{\sin^4 x \cdot \cos^2 x \, dx}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}^3} = \frac{1}{2k^2(4 - k^2)} \Big\{ 2E(\tfrac{1}{2}k, 2x) - \tfrac{1}{2}(4 - k^2) F(\tfrac{1}{2}k, 2x) + \\ + \frac{4 - k^2}{k} Bg \sin (k \sin x \cdot \cos x) - \frac{2 - k^2 \sin^2 x}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}} 2 \sin x \cdot \cos x \Big\}, \ldots \ldots \quad (28)$$

$$\int \frac{\sin^2 x \cdot \cos^4 x \, dx}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}^3} = \frac{1}{2k^2(4 - k^2)} \Big\{ 2E(\tfrac{1}{2}k, 2x) - \tfrac{1}{2}(4 - k^2) F(\tfrac{1}{2}k, 2x) - \\ - \frac{4 - k^2}{k} Bg \sin (k \sin x \cdot \cos x) + \frac{2 - k^2 \cos^2 x}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}} 2 \sin x \cdot \cos x \Big\}, \ldots \ldots \quad (29)$$

$$\int \frac{\sin^2 x \, dx}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}^3} = \frac{1}{4 - k^2} \left\{ E(\tfrac{1}{2}k, 2x) - \frac{2 - k^2 \sin^2 x}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}} \sin x \cdot \cos x \right\}, \ldots (30)$$

$$\int \frac{\cos^2 x \, dx}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}^3} = \frac{1}{4 - k^2} \left\{ E(\tfrac{1}{2}k, 2x) + \frac{2 - k^2 \cos^2 x}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}} \sin x \cdot \cos x \right\}, \ldots (31)$$

$$\int \frac{\sin^4 x \,.\, \cos^2 x \, d x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} = \frac{1}{2 r^2 \sqrt{4 + r^2}} \Bigg[\left\{ F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right) - F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\right) \right\} -$$
$$- \left\{ E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right) - E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\right) \right\} - \frac{1}{r}\sqrt{4+r^2}\, L(r \sin x.\cos x + \sqrt{1 + r^2 \sin^2 x.\cos^2 x}) +$$
$$+ \frac{2 + r^2 \sin^2 x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} \; \frac{2 \sin x \,.\, \cos x}{\sqrt{4 + r^2}} \Bigg], \quad \ldots \ldots \quad (28^a)$$

$$\int \frac{\sin^2 x \,.\, \cos^4 x \, d x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} = \frac{1}{2 r^2 \sqrt{4 + r^2}} \Bigg[\left\{ F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right) - F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\right) \right\} -$$
$$- \left\{ E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right) - E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\right) \right\} + \frac{1}{r}\sqrt{4+r^2}\, L(r \sin x.\cos x + \sqrt{1 + r^2 \sin^2 x.\cos^2 x}) -$$
$$- \frac{2 + r^2 \cos^2 x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} \; \frac{2 \sin x \,.\, \cos x}{\sqrt{4 + r^2}} \Bigg], \quad \ldots \ldots \quad (29^a)$$

$$\int \frac{\sin^2 x \, d x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} = \frac{1}{2 \sqrt{4 + r^2}} \Bigg[\left\{ E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right) - E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\right) \right\} -$$
$$- \frac{2 + r^2 \sin^2 x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} \; \frac{2 \sin x \,.\, \cos x}{\sqrt{4 + r^2}} \Bigg], \quad \ldots \ldots \quad (30^a)$$

$$\int \frac{\cos^2 x \, d x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} = \frac{1}{2 \sqrt{4 + r^2}} \Bigg[\left\{ E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right) - E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\right) \right\} +$$
$$+ \frac{2 + r^2 \cos^2 x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} \; \frac{2 \sin x \,.\, \cos x}{\sqrt{4 + r^2}} \Bigg]. \quad \ldots \ldots \quad (31^a)$$

Op de integraal (6) behoeft men alleen het theorema (I) toe te passen, omdat het andere (II) slechts weder tot de uitkomst (25) zoude voeren; men vindt dan

$$\int \frac{\sin^4 x \,.\, \cos^4 x \, d x}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}^3} = \frac{1}{k^4 (4 - k^2)} \Bigg[\tfrac{1}{2}(8 - k^2) E(\tfrac{1}{2}k, 2x) - (1 - k^2) F(\tfrac{1}{2}k, 2x) - \frac{k^2 \sin x \,.\, \cos x . \cos 2x}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}} \Bigg], . \quad (32)$$

$$\int \frac{\sin^4 x \,.\, \cos^4 x \, d x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} = \frac{1}{r^4 \sqrt{4 + r^2}} \Bigg[\tfrac{1}{4}(8 + r^2) \left\{ E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right) - E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\right) \right\} -$$
$$- 2 \left\{ F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right) - F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\right) \right\} + \frac{r^2 \sin x \,.\, \cos x \,.\, \cos 2x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} \Bigg] \ldots . \quad (32^a)$$

Verder verkrijgt men door middel van de integralen (7) tot (11), met toepassing weder van de beide theoremata (I) en (II),

$$\int \frac{\sin^6 x \,.\, \cos^2 x \, d x}{\sqrt{1 + k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} = \frac{1}{2\, k^4 (4 - k^2)} \Big[\tfrac{1}{2} (4 - k^2)^2 F(\tfrac{1}{2} k, 2 x) - (8 - 3 k^2) E(\tfrac{1}{2} k, 2 x) + $$

$$+ (4 - k^2) k \, Bg \sin (k \sin x \,.\, \cos x) - \frac{1 + (2 - k^2) \sin^2 x}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} 2 k^2 \sin x \,.\, \cos x \Big] , \quad \ldots \ldots \quad (33)$$

$$\int \frac{\sin^2 x \,.\, \cos^6 x \, d x}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} = \frac{1}{2\, k^4 (4 - k^2)} \Big[\tfrac{1}{2} (4 - k^2)^2 F(\tfrac{1}{2} k, 2 x) - (8 - 3 k^2) E(\tfrac{1}{2} k, 2 x) - $$

$$- (4 - k^2) k \, Bg \sin (k \sin x \,.\, \cos x) + \frac{1 + (2 - k^2) \cos^2 x}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} 2 k^2 \sin x \,.\, \cos x \Big] , \quad \ldots \ldots \quad (34)$$

$$\int \frac{\sin^4 x \, d x}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} = \frac{1}{2\, k^2 (4 - k^2)} \Big[(4 - k^2) F(\tfrac{1}{2} k, 2 x) - 2 (2 - k^2) E(\tfrac{1}{2} k, 2 x) - $$

$$- \frac{1 + (2 - k^2) \sin^2 x}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} 2 k^2 \sin x \,.\, \cos x \Big] , \quad \ldots \ldots \quad (35)$$

$$\int \frac{\cos^4 x \, d x}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} = \frac{1}{2\, k^2 (4 - k^2)} \Big[(4 - k^2) F(\tfrac{1}{2} k, 2 x) - 2 (2 - k^2) E(\tfrac{1}{2} k, 2 x) + $$

$$+ \frac{1 + (2 - k^2) \cos^2 x}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} 2 k^2 \sin x \,.\, \cos x \Big] , \quad \ldots \ldots \quad (36)$$

$$\int \frac{\sin^6 x \,.\, \cos^2 x \, d x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} = \frac{1}{2\, r^4 \sqrt{4 + r^2}} \Big[(4 + r^2) \Big\{ F\Big(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}\Big) - F\Big(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}, \tfrac{1}{2} \pi - 2 x\Big) \Big\} - $$

$$- \tfrac{1}{2} (8 + 3 r^2) \Big\{ E\Big(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}\Big) - E\Big(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}, \tfrac{1}{2} \pi - 2 x\Big) \Big\} - $$

$$- r \sqrt{4 + r^2} \, L(r \sin x . \cos x + \sqrt{1 + r^2 \sin^2 x . \cos^2 x}) - \frac{1 + (2 + r^2) \sin^2 x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x . \cos^2 x}} \frac{2 r^2 \sin x . \cos x}{\sqrt{4 + r^2}} \Big] , \ldots \quad (33^a)$$

$$\int \frac{\sin^2 x \,.\, \cos^6 x \, d x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} = \frac{1}{2\, r^4 \sqrt{4 + r^2}} \Big[(4 + r^2) \Big\{ F\Big(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}\Big) - F\Big(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}, \tfrac{1}{2} \pi - 2 x\Big) \Big\} - $$

$$- \tfrac{1}{2} (8 + 3 r^2) \Big\{ E\Big(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}\Big) - E\Big(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}, \tfrac{1}{2} \pi - 2 x\Big) \Big\} - $$

$$- r \sqrt{4 + r^2} \, L(r \sin x . \cos x + \sqrt{1 + r^2 \sin^2 x . \cos^2 x}) + \frac{1 + (2 + r^2) \cos^2 x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x . \cos^2 x}} \frac{2 r^2 \sin x . \cos x}{\sqrt{4 + r^2}} \Big] , \ldots \quad (34^a)$$

$$\int \frac{\sin^4 x \, d x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} = \frac{1}{2\, r^2 \sqrt{4 + r^2}} \Big[(2 + r^2) \Big\{ E\Big(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}\Big) - E\Big(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}, \tfrac{1}{2} \pi - 2 x\Big) \Big\} - $$

$$- 2 \Big\{ F\Big(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}\Big) - F\Big(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}, \tfrac{1}{2} \pi - 2 x\Big) \Big\} - \frac{1 + (2 + r^2) \sin^2 x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x . \cos^2 x}} \frac{2 r^2 \sin x . \cos x}{\sqrt{4 + r^2}} \Big] , \ldots \quad (35^a)$$

$$\int\frac{\cos^4 x\,d\,x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\,\cos^2 x}^3}=\frac{1}{2\,r^2\sqrt{4+r^2}}\Big[(2+r^2)\Big\{E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2\,x\Big)\Big\}-$$
$$-2\Big\{F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2\,x\Big)\Big\}+\frac{1+(2+r^2)\cos^2 x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}\,\frac{2\,r^2\sin x.\cos x}{\sqrt{4+r^2}}\Big],\,.\,.\,(36^a)$$

$$\int\frac{\sin^4 x.\cos^2 x\,.\,\cos 2\,x\,d\,x}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x\,.\,\cos^2 x}^3}=\frac{1}{2\,k^4}\Big[4\,E(\tfrac{1}{2}\,k,2\,x)-\tfrac{1}{2}\,(8-k^2)\,F(\tfrac{1}{2}\,k,2\,x)-k\,Bg\sin\,(k\sin x.\cos x)+$$
$$+\frac{2\,k^2\sin^3 x\,.\,\cos x}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x\,.\,\cos^2 x}}\Big],\,\ldots\ldots\,(37)$$

$$\int\frac{\sin^2 x.\cos^4 x\,.\,\cos 2\,x\,dx}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x\,.\,\cos^2 x}^3}=\frac{1}{2\,k^4}\Big[\tfrac{1}{2}\,(8-k^2)\,F(\tfrac{1}{2}k,2x)-4\,E(\tfrac{1}{2}\,k,2\,x)-k\,Bg\sin\,(k\sin x\,.\,\cos x)+$$
$$+\frac{2\,k^2\sin x\,.\,\cos^3 x}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x\,.\,\cos^2 x}}\Big],\,\ldots\ldots\,(38)$$

$$\int\frac{\sin^2 x\,.\,\cos 2\,x\,d\,x}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x\,.\,\cos^2 x}^3}=\frac{1}{k^2}\Big[E(\tfrac{1}{2}\,k,2\,x)-F(\tfrac{1}{2}\,k,2\,x)+\frac{k^2\sin^3 x\,.\,\cos x}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x\,.\,\cos^2 x}}\Big],\,.\,.\,.\,(39)$$

$$\int\frac{\cos^2 x\,.\,\cos 2\,x\,d\,x}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x\,.\,\cos^2 x}^3}=\frac{1}{k^2}\Big[F(\tfrac{1}{2}\,k,2\,x)-E(\tfrac{1}{2}\,k,2\,x)+\frac{k^2\sin x\,.\,\cos^3 x}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x\,.\,\cos^2 x}}\Big],\,.\,.\,.\,(40)$$

$$\int\frac{\sin^4 x\,.\,\cos^2 x\,.\cos 2x\,dx}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\,\cos^2 x}^3}=\frac{1}{2\,r^4\sqrt{4+r^2}}\Big[2\,(4+r^2)\Big\{E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\Big)\Big\}-$$
$$-(8+r^2)\Big\{F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2\,x\Big)\Big\}+$$
$$+r\sqrt{4+r^2}\,L\,(r\sin x.\cos x+\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x})-\frac{2\,r^2\sin^3 x\,.\,\cos x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}\sqrt{4+r^2}\Big],\,.\,.\,(37^a)$$

$$\int\frac{\sin^2 x.\cos^4 x\,.\cos 2\,x\,dx}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\,\cos^2 x}^3}=\frac{1}{2\,r^2\sqrt{4+r^2}}\Big[(8+r^2)\Big\{F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\Big)\Big\}-$$
$$-2\,(4+r^2)\Big\{E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2\,x\Big)\Big\}-$$
$$-r\sqrt{4+r^2}\,L\,(r\sin x\,.\,\cos x+\sqrt{4+r^2\sin^2 x.\cos^2 x})-\frac{2\,r^2\sin x\,.\,\cos^3 x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}\sqrt{4+r^2}\Big],\,.\,.\,(38^a)$$

$$\int\frac{\sin^2 x\,.\cos 2x\,dx}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}^3}=\frac{1}{2r^2\sqrt{4+r^2}}\Big[4\left\{F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}-$$

$$-(4+r^2)\left\{E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}+\frac{2r^2\sin^3 x\,.\cos x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}\sqrt{4+r^2}\Big],\ldots(39^a)$$

$$\int\frac{\cos^2 x\,.\cos 2x\,dx}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}^3}=\frac{1}{2r^2\sqrt{4+r^2}}\Big[(4+r^2)\left\{E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}-$$

$$-4\left\{F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}+\frac{2r^2\sin x\,.\cos^3 x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}}\sqrt{4+r^2}\Big],\ldots(40^a)$$

$$\int\frac{\sin^2 x.\cos^2 x.\cos^2 2x\,dx}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}^3}=\frac{1}{k^4}\left\{\tfrac{1}{2}(8-k^2)F(\tfrac{1}{2}k,2x)-4E(\tfrac{1}{2}k,2x)+\frac{k^2\sin x\,.\cos x\,.\cos 2x}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}}\right\},\ldots(41)$$

$$\int\frac{\cos^2 2x\,dx}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}^3}=\frac{2}{k^2}\left\{F(\tfrac{1}{2}k,2x)-E(\tfrac{1}{2}k,2x)+\frac{k^2\sin x\,.\cos x\,.\cos 2x}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}}\right\},\ldots(42)$$

$$\int\frac{\sin^2 x\,.\cos^2 x\,.\cos^2 2x\,dx}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}^3}=\frac{1}{r^4\sqrt{4+r^2}}\Big[(8+r^2)\left\{F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}-$$

$$-2(4+r^2)\left\{E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}-\frac{r^2\sin x.\cos x.\cos 2x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}\sqrt{4+r^2}\Big],\ldots(41^a)$$

$$\int\frac{\cos^2 2x\,dx}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}^3}=\frac{1}{r^2\sqrt{4+r^2}}\Big[(4+r^2)\left\{E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}-$$

$$-4\left\{F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}+\frac{r^2\sin x\,.\cos x\,.\cos 2x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}}\sqrt{4+r^2}\Big]\ldots(42^a)$$

6. Gaan wij over tot de toepassing op de integraal (12), dan verkrijgen wij

$$\int\frac{\sin^3 x\,.\cos^3 x\,dx}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}^3}=\frac{1}{2k^3}L\frac{k\cos 2x+2\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}}{2+k}-\frac{\cos 2x-\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}}{(4-k^2)k^2\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}},\ldots(43)$$

$$\int\frac{\sin x\,.\cos x\,dx}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}^3}=\frac{\sqrt{1-k^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}-\cos 2x}{(4-k^2)\sqrt{1-k^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}},\ldots\ldots\ldots\ldots(44)$$

$$\int\frac{\sin^3 x\,.\cos^3 x\,dx}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}^3}=\frac{1}{2r^3}Bg\sin\frac{2r}{4+r^2}\left\{\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}-\cos 2x\right\}-$$

$$-\frac{1}{r^2(4+r^2)}\left\{1-\frac{\cos 2x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}}\right\},\ldots\ldots\ldots\ldots(43^a)$$

$$\int \frac{\sin x \,.\, \cos x \, d\,x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} = \frac{1}{4 + r^2} \left\{ 1 - \frac{\cos 2\,x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} \right\} \dots \dots \dots \dots \quad (44^a)$$

Wat betreft de volgende integralen (13) en (14) heeft men volgens het theorema (I) dadelijk

$$\int \frac{\sin^3 x \,.\, \cos^3 x \,.\, \cos 2\,x \, d\,x}{\sqrt{1 + p \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} = 2 \left[-\frac{1}{p^2} \{ \sqrt{1 + p \sin^2 x \,.\, \cos^2 x} - 1 \} + \frac{1}{p} \tfrac{1}{2} \frac{\sin^2 x \,.\, \cos^2 x}{\sqrt{1 + p \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} \right] =$$

$$= -\frac{2}{p^2} + \frac{2 + p \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}{p^2 \sqrt{1 + p \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}};$$

en dus verder naar het theorema (II)

$$\int \frac{\sin x \,.\, \cos x \,.\, \cos 2\,x \, d\,x}{\sqrt{1 + p \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} = \frac{1}{p} - \frac{1}{p \sqrt{1 + p \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}}.$$

Derhalve heeft men hier, voor $p = -k^2$ en $= r^2$ achtereenvolgens,

$$\int \frac{\sin^3 x \,.\, \cos^3 x \,.\, \cos 2\,x \, d\,x}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} = \frac{2 - k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}{k^4 \sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} - \frac{2}{k^4}, \dots \dots \quad (45)$$

$$\int \frac{\sin x \,.\, \cos x \,.\, \cos 2\,x \, d\,x}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} = \frac{1}{k^2 \sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} - \frac{1}{k^2}, \dots \dots \quad (46)$$

$$= \tfrac{1}{4} \int \frac{\sin 4\,x \, d\,x}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3}, \dots \dots \dots \dots \quad (47)$$

$$\int \frac{\sin^3 x \,.\, \cos^3 x \,.\, \cos 2\,x \, d\,x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} = \frac{2 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}{r^4 \sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} - \frac{2}{r^4}, \dots \dots \quad (45^a)$$

$$\int \frac{\sin x \,.\, \cos x \,.\, \cos 2\,x \, d\,x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} = \frac{1}{r^2} - \frac{1}{r^2 \sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}}, \dots \dots \quad (46^a)$$

$$= \tfrac{1}{4} \int \frac{\sin 4\,x \, d\,x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3}. \dots \dots \dots \dots \quad (47^a)$$

Bij de volgende integralen (15) en (16) bestaat er weder onderscheid tusschen een positieven en een negatieven parameter; en komt er alzoo

$$\int \frac{sin^5 x \,.\, cos^3 x \, d x}{\sqrt{1 - k^2 \, sin^2 x \,.\, cos^2 x}^3} = \frac{1}{4 k^3} L \frac{k \cos 2 x + 2 \sqrt{1 - k^2 \, sin^2 x \,.\, cos^2 x}}{2 + k} -$$
$$- \frac{k^2 \cos 2 x + (4 - k^2)(2 - k^2 \, sin^2 x \,.\, cos^2 x)}{2 k^4 (4 - k^2) \sqrt{1 - k^2 \, sin^2 x \,.\, cos^2 x}} + \frac{8 - k^2}{2 k^4 (4 - k^2)}, \quad \ldots \ldots \ldots (48)$$

$$\int \frac{sin^3 x \,.\, cos^5 x \, d x}{\sqrt{1 - k^2 \, sin^2 x \,.\, cos^2 x}^3} = \frac{1}{4 k^3} L \frac{k \cos 2 x + 2 \sqrt{1 - k^2 \, sin^2 x \,.\, cos^2 x}}{2 + k} -$$
$$- \frac{k^2 \cos 2 x - (4 - k^2)(2 - k^2 \, sin^2 x \,.\, cos^2 x)}{2 k^4 (4 - k^2) \sqrt{1 - k^2 \, sin^2 x \,.\, cos^2 x}} - \frac{8 - 3 k^2}{2 k^4 (4 - k^2)}, \quad \ldots \ldots \ldots (49)$$

$$\int \frac{sin^3 x \,.\, cos \, x \, d x}{\sqrt{1 - k^2 \, sin^2 x \,.\, cos^2 x}^3} = \frac{k^2 \, sin^2 x - 2}{k^2 (4 - k^2) \sqrt{1 - k^2 \, sin^2 x \,.\, cos^2 x}} + \frac{2}{k^2 (4 - k^2)}, \ldots \ldots (50)$$

$$\int \frac{sin \, x \,.\, cos^3 x \, d x}{\sqrt{1 - k^2 \, sin^2 x \,.\, cos^2 x}^3} = \frac{2 - k^2 \, cos^2 x}{k^2 (4 - k^2) \sqrt{1 - k^2 \, sin^2 x \,.\, cos^2 x}} - \frac{2 - k^2}{k^2 (4 - k^2)}, \ldots \ldots (51)$$

$$\int \frac{sin^5 x \,.\, cos^3 x \, d x}{\sqrt{1 + r^2 \, sin^2 x \,.\, cos^2 x}^3} = \frac{1}{4 r^2} Bg \sin \frac{2 r}{4 + r^2} \left\{ \sqrt{1 + r^2 \, sin^2 x \,.\, cos^2 x} - \cos 2 x \right\} +$$
$$+ \frac{r^2 \cos 2 x - (4 + r^2)(2 + r^2 \, sin^2 x \,.\, cos^2 x)}{4 r^4 (4 + r^2) \sqrt{1 + r^2 \, sin^2 x \,.\, cos^2 x}} + \frac{8 + r^2}{4 r^4 (4 + r^2)}, \quad \ldots \ldots \ldots (48^a)$$

$$\int \frac{sin^3 x \,.\, cos^5 x \, d x}{\sqrt{1 + r^2 \, sin^2 x \,.\, cos^2 x}^3} = \frac{1}{4 r^2} Bg \sin \frac{2 r}{4 + r^2} \left\{ \sqrt{1 + r^2 \, sin^2 x \,.\, cos^2 x} - \cos 2 x \right\} +$$
$$+ \frac{r^2 \cos 2 x + (4 + r^2)(2 + r^2 \, sin^2 x \,.\, cos^2 x)}{4 r^4 (4 + r^2) \sqrt{1 + r^2 \, sin^2 x \,.\, cos^2 x}} - \frac{8 + 3 r^2}{4 r^4 (4 + r^2)}, \ldots \ldots \ldots (49^a)$$

$$\int \frac{sin^3 x \,.\, cos \, x \, d x}{\sqrt{1 + r^2 \, sin^2 x \,.\, cos^2 x}^3} = \frac{2 + r^2 \, sin^2 x}{r^2 (4 + r^2) \sqrt{1 + r^2 \, sin^2 x \,.\, cos^2 x}} - \frac{2}{r^2 (4 + r^2)}, \ldots \ldots (50^a)$$

$$\int \frac{sin \, x \,.\, cos^3 x \, d x}{\sqrt{1 + r^2 \, sin^2 x \,.\, cos^2 x}^3} = \frac{2 + r^2}{r^2 (4 + r^2)} - \frac{2 + r^2 \, cos^2 x}{r^2 (4 + r^2) \sqrt{1 + r^2 \, sin^2 x \,.\, cos^2 x}} \ldots \ldots (51^a)$$

7. De toepassing van onze theoremata op de integralen (17), (18) en (19) zoude ons slechts terugvoeren tot de uitkomsten (22) en (2), (20) en (21), (3) en (4); die toepassing van het theorema (II) op de integralen (20) en (21) tot de uitkomsten (28) en (29). Er blijft dus slechts over, op die inte-

gralen (20) en (21) het theorema (I) toe te passen. Langs dien weg verkrijgt men nog

$$\int \frac{\sin^6 x \,.\, \cos^4 x\, d\, x}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} = \frac{1}{4\, k^4 (4 - k^2)} \Big\{ (8 - k^2)\, E(\tfrac{1}{2} k, 2\, x) - 2(4 - k^2)\, F(\tfrac{1}{2} k, 2\, x) +$$
$$+ 3 \frac{4 - k^2}{k} Bg \sin(k \sin x . \cos x) - \frac{3(4 - k^2) + 2k^2 \cos 2x - (4 - k^2)\, k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} \sin x . \cos x \Big\}, \,.\,.\, (52)$$

$$\int \frac{\sin^4 x \,.\, \cos^6 x\, d\, x}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} = \frac{1}{4\, k^4 (4 - k^2)} \Big\{ (8 - k^2)\, E(\tfrac{1}{2} k, 2\, x) - 2(4 - k^2)\, F(\tfrac{1}{2} k, 2\, x) -$$
$$- 3 \frac{4 - k^2}{k} Bg \sin(k \sin x . \cos x) + \frac{3(4 - k^2) - 2k^2 \cos 2x - (4 - k^2)\, k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} \sin x . \cos x \Big\}, \,.\,.\, (53)$$

$$\int \frac{\sin^6 x \,.\, \cos^4 x\, d\, x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x . \cos^2 x}^3} = \frac{1}{4\, r^4 \sqrt{4 + r^2}} \Big[\tfrac{1}{2}(8 + r^2) \Big\{ E\Big(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}\Big) - E\Big(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2\, x\Big) \Big\} -$$
$$- 4 \Big\{ F\Big(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}\Big) - F\Big(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\Big) \Big\} - \frac{3}{r} \sqrt{4 + r^2}\, L(r \sin x . \cos x + \sqrt{1 + r^2 \sin^2 x . \cos^2 x}) -$$
$$- \frac{3(4 + r^2) - 2\, r^2 \cos 2\, x + (4 + r^2)\, r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} \frac{\sin x \,.\, \cos x}{\sqrt{4 + r^2}} \Big], \,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\, (52^a)$$

$$\int \frac{\sin^4 x \,.\, \cos^6 x\, d\, x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x . \cos^2 x}^3} = \frac{1}{4\, r^4 \sqrt{4 + r^2}} \Big[\tfrac{1}{2}(8 + r^2) \Big\{ E\Big(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}\Big) - E\Big(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2\, x\Big) \Big\} -$$
$$- 4 \Big\{ F\Big(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}\Big) - F\Big(\frac{r}{\sqrt{4 + r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\Big) \Big\} + \frac{3}{r} \sqrt{4 + r^2}\, L(r \sin x . \cos x + \sqrt{1 + r^2 \sin^2 x . \cos^2 x}) +$$
$$+ \frac{3(4 + r^2) + 2\, r^2 \cos 2\, x + (4 + r^2)\, r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} \frac{\sin x \,.\, \cos x}{\sqrt{4 + r^2}} \Big]. \,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\, (53^a)$$

Bij de integralen (22) en (23) kan men evenzoo slechts het theorema (I) gebruiken; omdat het theorema (II) ons terugbrengt tot de reeds gevonden uitkomst (26).

$$\int \frac{\sin^4 x . \cos^4 x \,.\, \cos 2\, x\, d\, x}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} = \frac{1}{2 k^4} \Big\{ \frac{3 - k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}} \sin x \,.\, \cos x - \frac{3}{k} Bg \sin(k \sin x . \cos x) \Big\}, \,.\,.\,.\, (54)$$

$$\int \frac{\sin^4 x \,.\, \cos^4 x \,.\, \cos 2\, x\, d\, x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} = \frac{1}{2\, r^4} \Big\{ \frac{3}{r} L(r \sin x \,.\, \cos x + \sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}) +$$
$$+ \frac{3 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} \sin x \,.\, \cos x \Big\}. \,.\, (54^a)$$

8. Nu men gezien heeft met welke gunstige gevolgen men de verkregen uitkomsten naar den parameter konde differentiëeren, ligt het voor de hand, dezelfde bewerking nog eens toe te passen, en alzoo de macht van de wortelgrootheid in den noemer te verhoogen. Bij de zamengesteldheid der verschillende uitkomsten evenwel zoude deze rechtstreeksche weg tot nog meer ingewikkelde vormen voeren. Beproeven wij dus liever, wat hieromtrent meer algemeen is af te leiden. Wanneer men voor de integraal $\int \frac{\varphi(x)\,dx}{\sqrt{1+p\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}^{2a+1}}$, als functie van den exponent a beschouwd, de notatie I_a invoert, volgt daaruit dadelijk

$$\frac{d\,.\,I_a}{dp} = -\frac{2a+1}{2}\int \varphi(x)\frac{sin^2 x\,.\,cos^2 x\,dx}{\sqrt{1+p^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}^{2a+3}},$$

en daarmede

$$I_a + \frac{2}{2a+1}p\frac{dI_a}{dp} = \int \frac{\varphi(x)\,dx}{\sqrt{1+p\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}^{2a+3}} = I_{a+1} = \left(1+\frac{2}{2a+1}p\frac{d}{dp}\right)I_a\,,\;.\;.\;\text{(III)}$$

symbolisch. Hiervan is het eenvoudigste geval, voor $a=0$, $I_1 = \left(1+2p\frac{d}{dp}\right)I_0$, niet onderscheiden van het vorige theorema (II) in N°. 4 behandeld, daar $I_0 = \int \frac{\varphi(x)\,dx}{\sqrt{1+p\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}}$ is. Men kan nu deze formule (III) achtereenvolgens toepassen, dat is voor $a = a-1$, $= a-2$, $= a-3, \ldots = 0$; en verkrijgt, door in iedere uitkomst de volgende te substitueeren, de volgende symbolische formule

$$I_a = \left(1+\frac{2}{2a-1}p\frac{d}{dp}\right)\left(1+\frac{2}{2a-3}p\frac{d}{dp}\right)\cdots\left(1+\frac{2}{5}p\frac{d}{dp}\right)\left(1+\frac{2}{3}p\frac{d}{dp}\right)\left(1+2p\frac{d}{dp}\right)I_0\,.\;.\;\text{(III}^a\text{)}$$

Wanneer men nu kortheidshalve voor I_0 stelt I, en dan de vorige formule, van achteren afgerekend, van lid tot lid uitrekent, zoo verkrijgt men achtereenvolgens

$I_1 = I + 2p\frac{dI}{dp}$, even als boven symbolisch werd gevonden,

$$I_2 = \left(I+2p\frac{dI}{dp}\right) + \frac{2}{3}p\left(3\frac{dI}{dp^2}+2p\frac{d^2 I}{dp^2}\right) = I + 4p\frac{dI}{dp} + \frac{4}{3}p^2\frac{d^2 I}{dp^2},$$

$$I_3 = \left(I + 4p\frac{dI}{dp} + \frac{4}{3}p^2\frac{d^2I}{dp^2}\right) + \frac{2}{5}p\left(5\frac{dI}{dp} + \frac{20}{3}p\frac{d^2I}{dp^2} + \frac{4}{3}p^2\frac{d^3I}{dp^3}\right) = I + 6p\frac{dI}{dp} + 4p^2\frac{d^2I}{dp^2} + \frac{8}{3.5}p^3\frac{d^3I}{dp^3},$$

$$I_4 = \left(I + 6p\frac{dI}{dp} + 4p^2\frac{d^2I}{dp^2} + \frac{8}{3.5}p^3\frac{d^3I}{dp^3}\right) + \frac{2}{7}p\left(7\frac{dI}{dp} + 14p\frac{d^2I}{dp^2} + \frac{84}{3.5}p^2\frac{d^3I}{dp^3} + \frac{8}{3.5}p^3\frac{d^4I}{dp^4}\right) =$$
$$= I + 8p\frac{dI}{dp} + 8p^2\frac{d^2I}{dp^2} + \frac{32}{3.5}p^3\frac{d^3I}{dp^3} + \frac{16}{3.5.7}p^4\frac{d^4I}{dp^4},$$

$$I_5 = \left(I + 8p\frac{dI}{dp} + 8p^2\frac{d^2I}{dp^2} + \frac{32}{3.5}p^3\frac{d^3I}{dp^3} + \frac{16}{3.5.7}p^4\frac{d^4I}{dp^4}\right) +$$
$$+ \frac{2}{9}p\left(9\frac{dI}{dp} + 24p\frac{d^2I}{dp^2} + \frac{216}{3.5}p^2\frac{d^3I}{dp^3} + \frac{288}{3.5.7}p^3\frac{d^4I}{dp^4} + \frac{16}{3.5.7}p^4\frac{d^5I}{dp^5}\right) =$$
$$= I + 10p\frac{dI}{dp} + \frac{40}{3}p^2\frac{d^2I}{dp^2} + \frac{80}{3.5}p^3\frac{d^3I}{dp^3} + \frac{80}{3.5.7}p^4\frac{d^4I}{dp^4} + \frac{32}{3.5.7.9}p^5\frac{d^5I}{dp^5}.$$

Wanneer men opmerkt, dat de getallen-coëfficiënten de opvolgende machten van 2 tot factor hebben, schijnt het, dat zij voldoen aan de volgende wet

$$1,\quad \binom{n}{1}\frac{2}{1},\quad \binom{n}{2}\frac{2^2}{1.3},\quad \binom{n}{3}\frac{2^3}{1.3.5},\quad \binom{n}{4}\frac{2^4}{3.5.7},\quad \binom{n}{5}\frac{2^5}{3.5.7.9};$$

zoodat de algemeene term tot factor zoude hebben

$$\binom{n}{k}\frac{2^k}{1^{k/2}} = \frac{n^{k/-1}}{1^{k/1}} \cdot \frac{2^k}{1^{k/2}} = \frac{n^{k/-1}\,2^{2k}}{2^{k/2}\quad 1^{k/2}} = \frac{n^{k/-1}\,2^{2k}}{1^{2k/1}}.$$

De verdere gedaante der coëfficienten springt duidelijk genoeg in het oog. Ten einde dus een algemeene wet op te zoeken, onderstelle men in het algemeen

$$I_a = I + \frac{a}{1}\,\frac{2p}{1}\,\frac{dI}{dp} + \frac{a^{2/-1}}{1.2}\,\frac{(2p)^2}{1.3}\,\frac{d^2I}{dp^2} + \frac{a^{3/-1}}{1.2.3}\,\frac{(2p)^3}{1.3.5}\,\frac{d^3I}{dp^3} +$$
$$+ \dots + \frac{a^{k/-1}\,(2p)^k}{1^{k/1}\;1^{k/2}}\,\frac{d^kI}{dp^k} + \frac{a^{k+1/-1}}{1^{k+1/1}}\,\frac{(2p)^{k+1}}{1^{k+1/2}}\,\frac{d^{k+1}I}{dp^{k+1}} + \dots + \frac{(2p)^a}{1^{a/2}}\,\frac{d^aI}{dp^a}, \quad \dots (\mathrm{III}^b)$$

en nu moet men onderzoeken of deze voldoet, en wel identiesch. Daartoe volge men de methode van BERNOULLI; dat is, men ga een stap verder, en zie of de uitkomst voor $a = a + 1$ voldoet. Deze verdere stap bestaat hier uit het toepassen der formule (III) zelve. Vooreerst heeft men

$$\frac{d}{dp} I_a = \frac{dI}{dp} + \frac{a}{1} \cdot \frac{2p}{1} \frac{d^2 I}{dp^2} + \frac{a^{2/-1}}{1.2} \frac{(2p)^2}{1.3} \frac{d^3 I}{dp^3} + \ldots + \frac{a^{k/-1}}{1^{k/-1}} \frac{(2p)^k}{1^{k/2}} \frac{d^{k+1} I}{dp^{k+1}} + \ldots + \frac{(2p)^a}{1^{a/2}} \frac{d^{a+1} I}{dp^{a+1}}.$$

$$+ \frac{a}{1} \frac{2}{1} \frac{dI}{dp} + \frac{a^{2/-1}}{1.2} \frac{2.2(2p)}{1.3} \frac{d^2 I}{dp^2} + \frac{a^{3/-1}}{1.2.3} \frac{3.2.\ (2p)^2}{1.3.5} \frac{d^3 I}{dp^3} + \ldots + \frac{a^{k+1/-1}}{1^{k+1/1}} \frac{(k+1).2(2p)^k}{1^{k+1/2}} \frac{d^{k+1} I}{dp^{k+1}} + \ldots$$

Bij de optelling van de beide onder elkander staande coëfficiënten van iederen term, vindt men bij den algemeenen term $(2p)^k \dfrac{d^{k+1} I}{dp^{k+1}}$ de volgende som

$$\frac{a^{k/-1}}{1^{k/1}\, 1^{k/2}} \left(1 + \frac{a-k}{k+1} \cdot \frac{k+1.2}{2k+1}\right) = \frac{a^{k/-1}}{1^{k/1}\, 1^{k/2}} \left(1 + \frac{a-k}{2k+1} 2\right) = \frac{a^{k/-1}}{1^{k/1}\, 1^{k/2}} \cdot \frac{2a+1}{2k+1} = \frac{a^{k/-1}}{1^{k/1} 1^{k+1/2}} (2a+1).$$

Deze $2a + 1$, onafhankelijk zijnde van k, wordt dus een factor van alle termen, behalve de laatste; en nu wordt dadelijk

$$\frac{2}{2a+1} p \frac{d}{dp} I_a = 2p \frac{dI}{dp} + \frac{a}{1} \frac{(2p)^2}{1.3} \frac{d^2 I}{dp^2} + \frac{a^{2/-1}}{1.2} \frac{(2p)^3}{1.3.5} \frac{d^3 I}{dp^3} + \ldots + \frac{a^{k/-1}}{1^{k/1}} \frac{(2p)^{k+1}}{1^{k+1/2}} \frac{d^{k+1} I}{dp^{k+1}} +$$
$$+ \ldots + \frac{(2p)^{a+1}}{(2a+1)\, 1^{a/2}} \frac{d^{a+1} I}{dp^{a+1}},$$

en derhalve

$$I_a + \frac{2}{2a+1} p \frac{d}{dp} I_a = I + \frac{a+1}{1} \frac{2p}{1} \frac{dI}{dp} + \frac{a(a+1)}{1\ .\ 2} \frac{(2p)^2}{1.3} \frac{d^2 I}{dp^2} + \frac{a^{2/-1}(a+1)}{1^{3/1}} \frac{(2p)^3}{1.3.5} \frac{d^3 I}{dp^3} +$$
$$+ \ldots + \frac{a^{k/-1}(a-k+k+1)}{1^{k+1/1}} \frac{(2p)^{k+1}}{1^{k+1/2}} \frac{d^{k+1} I}{dp^{k+1}} + \ldots + \frac{(2p)^{a+1}}{1^{a+1/2}} \frac{d^{a+1} I}{dp^{a+1}},$$

of

$$I_{a+1} = I + \frac{a+1}{1} \frac{2p}{1} \frac{dI}{dp} + \frac{(a+1)^{2/1}}{1\ .\ 2} \frac{(2p)^2}{1\ .\ 3} \frac{d^2 I}{dp^2} + \frac{(a+1)^{3/-1}}{1^{3/1}} \frac{(2p)^3}{1.3.5} \frac{d^3 I}{dp^3} +$$
$$+ \ldots + \frac{(a+1)^{k+1/-1}}{1^{k+1/1}} \frac{(2p)^{k+1}}{1^{k+1/2}} \frac{d^{k+1} I}{dp^{k+1}} + \ldots + \frac{(2p)^{a+1}}{1^{a+1/2}} \frac{d^{a+1} I}{dp^{a+1}};$$

die nu, als men $a+1$ door a vervangt, met de onderstelde wet (III^b) identiek zamenvalt. Aangezien nu boven gebleken is, dat die wet (III^b) voor $a = 1$, $= 2$, $= 3$, $= 4$, $= 5$, geldt, zal zij voor alle mogelijke geheele waarden van a moeten gelden; dat is de ware wet der coëfficiënten voorstellen. Door gebruik te maken van het somteeken, luidt zij eenvoudiger aldus

$$I_a = \sum_{k=0}^{k=a} \frac{a^{k/-1}\,(2p)^k}{1^{k/1} \quad 1^{k/2}} \frac{d^k I}{d p^k} = \sum_{k=0}^{k=a} \frac{a^{k/-1}}{2^{k/2}} \frac{(4p)^k}{1^{k/2}} \frac{d^k I}{d p^k} = \sum_{k=0}^{k=a} \frac{a^{k/-1}}{1^{2k/1}} (4p)^k \frac{d^k I}{d p^k} \ldots \quad (\mathrm{III}^c)$$

Deze formule (III^c) of (III^b) geeft dus de ontwikkeling van onze integraal I_a in den vorm van eene reeksontwikkeling, terwijl de formule (III^a) den symbolischen vorm, en de vorige (III) den wederkeerigen vorm aangeeft.

Voor onze vroeger gevonden uitkomsten, in zoo verre zij niet alleen k^2 of r^2, maar ook k of r bevatten, zijn deze formulen weinig gemakkelijk in de toepassing, omdat de formule $\frac{d\varphi}{dk^2} = \frac{1}{2k}\frac{d\varphi}{dk}$ bijv. wel voor de eerste differentiaal, maar niet meer voor de hoogere differentialen, geldt. De hoogere differentiaal $\frac{d^n I}{d(k^2)^n}$ zoude dan zelve door eene som algemeen kunnen uitgedrukt worden; maar dan zoude de uitdrukking (III^c) eene dubbele sommatie geven, hetgeen in het gebruik altijd veel omslag geeft. In het geval dus, dat men eene I_a te berekenen had, zoude het veeleer aan te raden zijn, de I_2 uit de I_1 af te leiden uit de gevondene uitkomsten in de laatste nummers, dan op die zelfde wijze voort te gaan tot I_3, en zoo voorts: dat is, lid voor lid, de formule (III^a) te gaan uitwerken.

9. Men kan ook langs geheel anderen weg tot de vorige uitkomsten geraken, en wel door de substitutie

$$1 + p \sin^2 x \,.\, \cos^2 x = \frac{1 + \frac{1}{4} p}{1 + p \sin^2 y \,.\, \cos^2 y}.$$

Dus geeft toch achtereenvolgens

$$\sin^2 x \,.\, \cos^2 x = \frac{1}{4} \frac{\cos^2 2y}{1 + p \sin^2 y \,.\, \cos^2 y}. \qquad \sin 2x = \frac{\cos 2y}{\sqrt{1 + p \sin^2 y \,.\, \cos^2 y}},$$

$$\sin^4 x - \sin^2 x = -\frac{1}{4} \frac{\cos^2 2y}{1 + p \sin^2 y \,.\, \cos^2 y} = \cos^4 x - \cos^2 x,$$

$$\left.\begin{array}{l}\sin^2 x\\ \cos^2 x\end{array}\right| = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{\cos^2 2y}{1 + p \sin^2 y \,.\, \cos^2 y}} = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sin y \,.\, \cos y \,.\, \sqrt{\frac{4 + p}{1 + p \sin^2 y \,.\, \cos^2 y}},$$

$$\cos 2x = \sin y \,.\, \cos y \,.\, \sqrt{\frac{4 + p}{1 + p \sin^2 y \,.\, \cos^2 y}},$$

$$\sin 4x = \frac{2 \sin y \,.\, \cos y \,.\, \cos 2y \,.\, \sqrt{4 + p}}{1 + p \sin^2 y \,.\, \cos^2 y}, \qquad \tan^2 2x = \frac{4 \cot^2 2y}{4 + p};$$

zoodat dus $y = 0$ overeenkomt met $x = \frac{1}{4}\pi$.

Door het differentieëren van de formule $tang\, 2\, x = cot\, 2\, y\,.\sqrt{\frac{4}{4+p}}$, die uit de laatste betrekking volgt, komt er

$$\frac{2\,dx}{cos^2\, 2\,x} = \frac{-2\,dy}{sin^2\, 2\,y}\sqrt{\frac{4}{4+p}}\,,$$

dus

$$dx = \frac{-dy}{4 sin^2 y . cos^2 y}\sqrt{\frac{4}{4+p}}\,.\,cos^2\, 2\,x = \frac{-dy}{4 sin^2 y . cos^2 y}\sqrt{\frac{4}{4+p}}\,.\,sin^2 y\,.\,cos^2 y\;\frac{4+p}{1+p\,sin^2 y . cos^2 y} =$$

$$= \frac{-dy}{\sqrt{1+p\,sin^2 y\,.\,cos^2 y}}\,.\,\frac{\sqrt{4+p}}{2\sqrt{1+p\,sin^2 y\,.\,cos^2 y}} = \frac{-dy}{\sqrt{1+p\,sin^2 y\,.\,cos^2 y}}\,.\sqrt{1+p\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}\,,$$

dus

$$\frac{dx}{\sqrt{1+p\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}} = \frac{-dy}{\sqrt{1+p\,sin^2 y\,.\,cos^2 y}}\,.$$

Komt men door deze substitutie bij de gevonden uitkomsten in te voeren tot bekende integraalformulen terug, dat zoo straks zal blijken meermalen het geval te zijn, — men kan daaruit wederkeerig de boven gevonden integralen terugvinden. Daartoe heeft men slechts de omgekeerde betrekkingen noodig

$$1 + p\,sin^2 y\,.\,cos^2 y = \frac{1+\frac{1}{4}p}{1+p\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}\,,\qquad sin^2 y\,.\,cos^2 y = \tfrac{1}{4}\,\frac{cos^2\, 2\,x}{1+p\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}\,,$$

$$sin\, 2\,y = \frac{cos\, 2\,x}{\sqrt{1+p\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}}\,,\qquad cos\, 2\,y = sin\,x\,.\,cos\,x\,.\sqrt{\frac{4+p}{1+p\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}}\,,$$

$$sin\, 4\,y = \frac{2 sin\,x\,.\,cos\,x\,.\,cos\,2x\,.\sqrt{4+p}}{1+p\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}\,,\qquad tang^2\, 2\,y = \frac{2\,cot^2\, 2\,x}{4+p}\,,$$

waaruit blijkt, dat met $x = 0$ overeenstemt $y = \frac{1}{4}\pi$; dan

$$\frac{dy}{\sqrt{1+p\,sin^2 y\,.\,cos^2 y}} = \frac{-dx}{\sqrt{1+p\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}}\,.$$

Voor de toepassing beginne men met in de formulen $p = -k^2$ te stellen, en verder de vormen te herleiden, die er voorkomen in de gevonden uitkomsten (1) tot (56) zonder den index a. Men vindt dan

$$1 - k^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x = \tfrac{1}{4}\,\frac{4-k^2}{1-k^2\,sin^2 y\,.\,cos^2 y}\,,\qquad sin^2 x\,.\,cos^2 x = \tfrac{1}{4}\,\frac{cos^2\, 2\,y}{1-k^2\,sin^2 y\,.\,cos^2 y}\,,$$

$$\cos 2x = \sin y.\cos y.\sqrt{\frac{4-k^2}{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}}, \quad \frac{dx}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}} = \frac{-dy}{\sqrt{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}},$$

$$\sin 4x = \frac{2\sin y.\cos y.\cos 2y.\sqrt{4-k^2}}{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}, \qquad x = X = \tfrac{1}{2}\, Bg\cot\left(tg\, 2y.\sqrt{\frac{4-k^2}{4}}\right),$$

$$Bg\sin(k\sin x.\cos x) = Bg\sin\left(\tfrac{1}{2}k\frac{\cos 2y}{\sqrt{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}}\right) = Bg\cos\left(\tfrac{1}{2}\sqrt{\frac{4-k^2}{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}}\right),$$

$$L\frac{k\cos 2x+2\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}}{2+k} = L\frac{1}{2+k}\left\{k\sin y.\cos y.\sqrt{\frac{4-k^2}{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}}+2\sqrt{\frac{1-\frac{1}{4}k^2}{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}}\right\} =$$
$$= L\left(\frac{1}{2+k}\frac{\sqrt{4-k^2}(1+k\sin y.\cos y)}{\sqrt{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}}\right) = \tfrac{1}{2}L\left(\frac{2-k}{2+k}\cdot\frac{1+k\sin y.\cos y}{1-k\sin y.\cos y}\right).$$

En nu ontstaan er uit de gevonden integralen zeer onderscheidene groepen van integralen; (27) en (44) geven

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi} \sin y.\cos y\, dy = \tfrac{1}{4}\cos 2y, \qquad \int_y^{\frac{1}{4}\pi} \cos 2y\, dy = \tfrac{1}{2}(1-\sin 2y) \quad \text{geheele vormen;}$$

(2), (12), (26), (43) daarentegen rationaal gebroken vormen

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi} \frac{\sin y.\cos y\, dy}{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y} = \frac{1}{k\sqrt{4-k^2}}\, Bg\cos\left(\tfrac{1}{2}\sqrt{\frac{4-k^2}{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}}\right),$$

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi} \frac{\cos 2y\, dy}{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y} = \frac{1}{2k}\, L\left(\frac{2-k}{2+k}\frac{1+k\sin y.\cos y}{1-k\sin y.\cos y}\right),$$

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi} \frac{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}{\sin y.\cos y.\cos^2 2y\, dy} = \frac{1}{k^3}\left\{k\cos 2y - \sqrt{4-k^2}\, Bg\cos\left(\tfrac{1}{2}\sqrt{\frac{4-k^2}{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}}\right)\right\},$$

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi} \frac{\cos^3 2y\, dy}{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y} = \frac{1}{2k^2}\left\{\tfrac{1}{2}(4-k^2)\, L\left(\frac{2-k}{2+k}\frac{1+k\sin y.\cos y}{1-k\sin y.\cos y}\right) + (1-\sin 2y)\right\},$$

terwijl de nitkomsten (17), (22), (23), (54) ons rationeel gebroken vormen leveren, waarvan de nommer in de tweede macht voorkomt

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi} \frac{\sin y.\cos y\, dy}{(1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y)^2} = \frac{1}{\sqrt{4-k^2}^3}\left\{\tfrac{1}{8}\frac{\cos 2y.\sqrt{4-k^2}}{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y} + \frac{1}{2k}Bg\cos\left(\tfrac{1}{2}\sqrt{\frac{4-k^2}{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}}\right)\right\},$$

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi}\frac{\sin y.\cos y.\cos^2 2y\,dy}{(1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y)^2}=\frac{2}{k^2\sqrt{4-k^2}}\left\{\tfrac{1}{4}Bg\cos\left(\tfrac{1}{2}\sqrt{\frac{4-k^2}{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}}\right)-\tfrac{1}{4}\frac{\cos 2y.\sqrt{4-k^2}}{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}\right\}=$$

$$=\tfrac{1}{8}\int_y^{\frac{1}{4}\pi}\frac{\cos 2y.\sin 4y\,dy}{(1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y)^2},$$

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi}\frac{\sin y.\cos y.\cos^4 2y\,dy}{(1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y)^2}=\frac{2\sqrt{4-k^2}}{k^4}\left\{\frac{3}{k}\,Bg\cos\left(\tfrac{1}{2}\sqrt{\frac{4-k^2}{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}}\right)-\right.$$

$$\left.-\frac{3-\frac{1}{4}k^2-2k^2\sin^2 y.\cos^2 y}{\sqrt{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}^{\,3}}\cdot\frac{\cos^2 y}{\sqrt{4-k^2}}\right\}.$$

Al deze rationeele integralen volgen nu ten deele reeds uit dadelijke integratie, deels door enkele zeer eenvoudige herleidingen. Zij kunnen dus naar het boven gezegde dienen, om door middel der straks behandelde substitutie, terug te voeren tot de telkens genoemde uitkomsten.

Onder de overige uitkomsten zijn er, die tot noemer hebben $\sqrt{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}$, andere $\sqrt{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}^{\,3}$. Deze kunnen gevoegelijk worden beschouwd als nieuwe integralen van dezelfde soort, als de vroeger bepaalde (1) tot (54). Tot de eerste behooren (1), (24), (25), (42), (46); zij geven ons

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi}\frac{dy}{\sqrt{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}}=\tfrac{1}{2}F(\tfrac{1}{2}k,2X),\ \ldots\ldots\ldots \quad (55)$$

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi}\frac{\cos^2 2y\,dy}{\sqrt{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}}=\frac{1}{k^2}\left\{2E(\tfrac{1}{2}k,2X)-\tfrac{1}{2}(4-k^2)F(\tfrac{1}{2}k,2X)-\frac{k^2\sin 4y}{4\sqrt{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}}\right\},\ldots (56)$$

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi}dy\sqrt{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}=\tfrac{1}{4}\left\{2E(\tfrac{1}{2}k,2X)-\frac{k^2\sin 4y}{4\sqrt{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}}\right\},\ \ldots\ldots \quad (57)$$

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi}\frac{\sin^2 y.\cos^2 y\,dy}{\sqrt{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}}=\frac{1}{2k^2}\left\{F(\tfrac{1}{2}k,2X)-E(\tfrac{1}{2}k,2X)+\frac{k^2\sin 4y}{8\sqrt{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}}\right\},\ldots (58)$$

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi}\frac{\sin y.\cos y.\cos 2y\,dy}{\sqrt{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}}=\frac{1}{2k^2}\left\{2\sqrt{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}-\sqrt{4-k^2}\right\}\ \ldots\ldots \quad (59)$$

$$=\tfrac{1}{4}\int_y^{\frac{1}{4}\pi}\frac{\sin 4y\,dy}{\sqrt{1-k^2\sin^2 y.\cos^2 y}}.\ \ldots\ldots\ldots \quad (60)$$

Tot de tweede soort met den noemer $\sqrt{1-k^2 \sin^2 y . \cos^2 y}^3$ voeren de uitkomsten (5), (6), (11), (13), (14), (32), (41), (45).

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi} \frac{dy}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 y . \cos^2 y}^3} = \frac{2}{4-k^2} E(\tfrac{1}{2}k, 2X), \ldots \ldots (61)$$

$$\int^{\frac{1}{4}\pi} \frac{\cos^2 2y \, dy}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 y . \cos^2 y}^3} = \frac{2}{k^2} \{F(\tfrac{1}{2}k, 2X) - E(\tfrac{1}{2}k, 2X)\}, \ldots \ldots (62)$$

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi} \frac{\sin^2 y . \cos^2 y \, dy}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 y . \cos^2 y}^3} = \frac{1}{2k^2(4-k^2)} \{4E(\tfrac{1}{2}k, 2X) - (4-k^2) F(\tfrac{1}{2}k, 2X)\}, \ldots (63)$$

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi} \frac{\sin y . \cos y . \cos 2y \, dy}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 y . \cos^2 y}^3} = \frac{2}{k^2 \sqrt{4-k^2}} \left\{1 - \tfrac{1}{2} \sqrt{\frac{4-k^2}{1-k^2 \sin^2 y . \cos^2 y}}\right\} \ldots (64)$$

$$= \tfrac{1}{4} \int_y^{\frac{1}{4}\pi} \frac{\sin 4y \, dy}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 y . \cos^2 y}^3} \ldots \ldots (65)$$

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi} \frac{\cos^4 2y \, dy}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 y . \cos^2 y}^3} = \frac{4}{k^4} \left\{\tfrac{1}{2}(8-k^2) E(\tfrac{1}{2}k, 2X) - (4-k^2) F(\tfrac{1}{2}k, 2X) - \frac{k^2 \sin 4y}{4\sqrt{1-k^2 \sin^2 y . \cos^2 y}}\right\}, \ldots (66)$$

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi} \frac{\sin^2 y . \cos^2 y . \cos^2 2y \, dy}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 y . \cos^2 y}^3} = \frac{1}{k^4} \left\{\tfrac{1}{2}(8-k^2) F(\tfrac{1}{2}k, 2X) - 4E(\tfrac{1}{2}k, 2X) + \frac{k^2 \sin 4y}{4\sqrt{1-k^2 \sin^2 y . \cos^2 y}}\right\} \ldots (67)$$

$$= \tfrac{1}{16} \int_y^{\frac{1}{4}\pi} \frac{\sin^2 4y \, dy}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 y . \cos^2 y}^3}, \ldots \ldots (68)$$

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi} \frac{\sin y . \cos y . \cos^3 2y \, dy}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 y . \cos^2 y}^3} = \frac{1}{k^4} \left\{\frac{(4-k^2) + 4(1-k^2 \sin^2 y . \cos^2 y)}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 y . \cos^2 y}} - 4\sqrt{4-k^2}\right\}. \ldots (69)$$

10. En nu kan men overgaan tot het geval van $p = + r^2$, maar dan ook slechts voor de beide laatste groepen, daar de vorige hier evenmin merkwaardige uitkomsten leveren. Zoo vindt men door de vorige uitkomsten (1^a), (24^a), (25^a), (42^a), (46^a),

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi} \frac{dy}{\sqrt{1+r^2 \sin^2 y . \cos^2 y}} = \frac{1}{\sqrt{4+r^2}} \left\{ F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right) - F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2X\right)\right\}, \ldots (55^a)$$

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi}\frac{cos^2 2\,y\,d\,y}{\sqrt{1+r^2 sin^2 y\,.\,cos^2 y}}=\frac{1}{r^2}\sqrt{4+r^2}\Big[\Big\{F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2\,X\Big)\Big\}-$$

$$-\Big\{E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2\,X\Big)\Big\}-\frac{sin\,4\,y}{4\sqrt{1+r^2 sin^2 y\,.\,cos^2 y}}\,\frac{r^2}{\sqrt{4+r^2}}\Big],\ldots(56^a)$$

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi}d\,y\sqrt{1+r^2 sin^2 y\,.\,cos^2 y}=\tfrac{1}{8}\sqrt{4+r^2}\Big[\Big\{E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2\,X\Big)\Big\}+$$

$$+\frac{sin\,4\,y}{4\sqrt{1+r^2 sin^2 y\,.\,cos^2 y}}\,\frac{r^2}{\sqrt{4+r^2}}\Big],\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(57^a)$$

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi}\frac{sin^2 y\,.\,cos^2 y\,d\,y}{\sqrt{1+r^2 sin^2 y\,.\,cos^2 y}}=\frac{1}{r^2\sqrt{4+r^2}}\Big[(4+r^2)\Big\{E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2\,X\Big)\Big\}-$$

$$-4\Big\{F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2\,X\Big)\Big\}+\frac{sin\,4\,y}{8\sqrt{1+r^2 sin^2 y\,.\,cos^2 y}}\,\frac{r^2}{\sqrt{4+r^2}}\Big],\ldots(58^a)$$

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi}\frac{sin\,y\,.\,cos\,y\,.\,cos\,2\,y\,d\,y}{\sqrt{1+r^2 sin^2 y\,.\,cos^2 y}}=\frac{1}{2\,r^2}\{2\sqrt{1+r^2 sin^2 y\,.\,cos^2 y}-\sqrt{4+r^2}\}\ \ldots\ldots(59^a)$$

$$=\tfrac{1}{4}\int_y^{\frac{1}{4}\pi}\frac{sin\,4\,y\,d\,y}{\sqrt{1+r^2 sin^2 y\,.\,cos^2 y}}.\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(60^a)$$

En even zoo door de integralen (5^a), (6^a), (11^a), (13^a), (14^a), (32^a), (41^a), (45^a),

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi}\frac{d\,y}{\sqrt{1+r^2 sin^2 y\,.\,cos^2 y}^3}=\frac{1}{\sqrt{4+r^2}}\Big\{E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2\,X\Big)\Big\},\ldots(61^a)$$

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi}\frac{cos^2 2\,y\,d\,y}{\sqrt{1+r^2 sin^2 y.cos^2 y}^3}=\frac{1}{r^2\sqrt{4+r^2}}\Big[(4+r^2)\Big\{E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2\,X\Big)\Big\}-$$

$$-4\Big\{F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2\,X\Big)\Big\}\Big],\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(62^a)$$

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi}\frac{sin^2 y\,.\,cos^2 y\,d\,y}{\sqrt{1+r^2 sin^2 y\,.\,cos^2 y}^3}=\frac{1}{r^2\sqrt{4+r^2}}\Big[\Big\{F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2\,X\Big)\Big\}-$$

$$-\Big\{E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2\,X\Big)\Big\}\Big],\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(63^a)$$

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi} \frac{\sin y \cdot \cos y \cdot \cos 2y\, dy}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 y \cdot \cos^2 y}^3} = \frac{2}{r^2\sqrt{4 + r^2}} \left\{ 1 - \tfrac{1}{2} \sqrt{\frac{4 + r^2}{1 + r^2 \sin^2 y \cdot \cos^2 y}} \right\} \quad \ldots\ldots (64^a)$$

$$= \tfrac{1}{4} \int_y^{\frac{1}{4}\pi} \frac{\sin 4y\, dy}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 y \cdot \cos^2 y}^3}, \quad \ldots\ldots (65^a)$$

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi} \frac{\cos^4 2y\, dy}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 y \cdot \cos^2 y}^3} = \frac{\sqrt{4+r^2}}{4r^2} \Big[\tfrac{1}{4}(8+r^2) \Big\{ E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big) - E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2X\Big) \Big\} -$$

$$- 2 \Big\{ F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big) - F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2X\Big) \Big\} + \frac{\sin 4y}{4\sqrt{1+r^2 \sin^2 y \cdot \cos^2 y}} \frac{r^2}{\sqrt{4+r^2}} \Big], \ldots (66^a)$$

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi} \frac{\sin^2 y \cdot \cos^2 y \cdot \cos^2 2y\, dy}{\sqrt{1+r^2 \sin^2 y \cdot \cos^2 y}^3} = \frac{1}{r^4\sqrt{4+r^2}} \Big[(8+r^2) \Big\{ F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big) - F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2X\Big) \Big\} -$$

$$- 2(4+r^2) \Big\{ E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big) - E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2X\Big) \Big\} - \frac{\sin 4y}{4\sqrt{1+r^2 \sin^2 y \cdot \cos^2 y}} \frac{r^2}{\sqrt{4+r^2}} \Big] \ldots (67^a)$$

$$= \tfrac{1}{16} \int_y^{\frac{1}{4}\pi} \frac{\sin^2 4y\, dy}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 y \cdot \cos^2 y}^3}, \quad \ldots\ldots (68^a)$$

$$\int_y^{\frac{1}{4}\pi} \frac{\sin y \cdot \cos y \cdot \cos^3 2y\, dy}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 y \cdot \cos^2 y}^3} = \frac{1}{r^4} \left\{ \frac{(4 + r^2) + 4(1 + r^2 \sin^2 y \cdot \cos^2 y)}{\sqrt{1 + r^2 \sin^2 y \cdot \cos^2 y}} - 4\sqrt{4 + r^2} \right\} \ldots (69^a)$$

11. Nog kan men, door middel van gedeeltelijk integreeren, uit enkele der gevonden uitkomsten weder andere terugvinden, of ook nieuwe afleiden. Dit zal van toepassing kunnen zijn, indien een der factoren van den vorm onder het integraalteeken een volkomen differentiaalquotient is. Men vindt dan, in zulk geval, voor de integralen van N⁰. 1, 2 en 3,

$$\int_0^x \frac{f(x)\varphi'(x)\, dx}{\sqrt{1+p\sin^2 x.\cos^2 x}} = \frac{f(x)}{\sqrt{1+p\sin^2 x.\cos^2 x}} \varphi(x) \Big|_0^x - \int_0^x \varphi(x) dx \left\{ \frac{f'(x)}{\sqrt{1+p\sin^2 x.\cos^2 x}} - f(x) \frac{p \sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x}{\sqrt{1+p\sin^2 x.\cos^2 x}^3} \right\}.$$

Hierbij valt op te merken, vooreerst, dat de eerste geïntegreerde term in het tweede lid tusschen de grenzen 0 en x te nemen is: nu zal deze wel meestal, maar toch niet altijd, voor $x = 0$ verdwijnen. Vervolgens bestaat de laatste integraal in het tweede lid uit twee deelen; slechts zoolang de eerste met den

noemer $\sqrt{1+p\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}$ eene bekende waarde heeft, zal men daarmede de tweede, met den noemer $\sqrt{1+p\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}^3$, kunnen berekenen.

Nemen we eerst $p=-k^2$, dan geven (2), (3) en (4) ons

$$\frac{1}{k}\,Bg\,sin\,(k\,sin\,x\,.\,cos\,x)=-\frac{1}{2\sqrt{1-k^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}}\,sin\,2\,x+\tfrac{1}{2}\int sin\,2\,x\,dx\,\frac{k^2\,sin\,x\,.\,cos\,x\,.\,cos\,2\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}^3},$$

$$\tfrac{1}{4}\left\{F(\tfrac{1}{2}\,k\,,2\,x)-\frac{2}{k}\,Bg\,sin\,(k\,sin\,x\,.\,cos\,x)\right\}=$$

$$=-\frac{sin\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}}\,cos\,x+\int cos\,x\,d\,x\left\{\frac{cos\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.cos^2 x}}+\frac{k^2\,sin^2 x\,.\,cos\,x\,.\,cos\,2\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}^3}\right\},$$

$$\tfrac{1}{4}\left\{F(\tfrac{1}{2}\,k\,,2\,x)+\frac{2}{k}\,Bg\,sin\,(k\,sin\,x\,.\,cos\,x)\right\}=$$

$$=\frac{cos\,x}{\sqrt{1-k^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}}\,sin\,x-\int sin\,x\,d\,x\left\{\frac{-\,sin\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}}+\frac{k^2\,sin\,x\,.\,cos^2 x\,.\,cos\,2\,x}{\sqrt{1-k^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}^3}\right\}.$$

De eerste voert dadelijk tot de integraal (36): de beide laatsten evenzeer, na het gebruik der integralen (4) en (3) zelve respectievelijk.

Door (6) komt er

$$\frac{1}{2\,k^2}\left\{F(\tfrac{1}{2}\,k,2\,x)-E(\tfrac{1}{2}\,k,2\,x)\right\}=$$

$$=\tfrac{1}{2}\,\frac{sin\,x\,.\,cos\,x}{\sqrt{1-k^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}}\,sin^2 x-\tfrac{1}{2}\int sin^2 x\,dx\left\{\frac{cos\,2\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}}+\frac{k^2\,sin^2 x.cos^2 x.cos 2\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}^3}\right\},$$

$$=-\tfrac{1}{2}\frac{sin\,x\,.\,cos\,x}{\sqrt{1-k^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}}\,cos^2 x+\tfrac{1}{2}\int cos^2 x\,dx\left\{\frac{cos\,2\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}}+\frac{k^2\,sin^2 x.cos^2 x.cos 2\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}^3}\right\},$$

$$=-\tfrac{1}{4}\frac{sin\,x\,.\,cos\,x}{\sqrt{1-k^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}}\,cos 2x+\tfrac{1}{4}\int cos 2x dx\left\{\frac{cos\,2\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}}+\frac{k^2\,sin^2 x.cos^2 x.cos 2\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}^3}\right\}.$$

Deze voeren, na gebruik der formulen (9), (10) en (11), tot de uitkomsten (37), (38) en (41). Of daar de tweeledige grootheid tusschen de haakjes onder de laatste integraal, telkens gelijk is aan $\dfrac{cos\,2x}{\sqrt{1-k^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}^3}$, komen er de integralen (39), (40) en (42) terug.

De integralen (7) en (8) leveren

$$\frac{1}{4k^2}\left\{2E(\tfrac{1}{2}k, 2x) - (2-k^2)F(\tfrac{1}{2}k, 2x) - 2k\,Bg\,sin\,(k\,sin\,x\,.\,cos\,x)\right\} =$$

$$= -\frac{sin^3 x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}}cos\,x + \int cos\,x\,dx\left\{\frac{3\,sin^2 x\,.\,cos\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}} + \frac{k^2 sin^4 x\,.\,cos x.cos\,2\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}^3}\right\},$$

$$\frac{1}{4k^2}\left\{2E(\tfrac{1}{2}k, 2x) - (2-k^2)F(\tfrac{1}{2}k, 2x) + 2k\,Bg\,sin\,(k\,sin\,x\,.\,cos\,x)\right\} =$$

$$= \frac{cos^3 x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}}sin\,x - \int sin\,x\,dx\left\{\frac{-3\,cos^2 x\,.\,sin\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}} + \frac{k^2 sin\,x\,.\,cos^4 x.cos\,2\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}^3}\right\}.$$

Met behulp van de integraal (6) komen hier de integralen (37) en (38) te voorschijn.

Uit de integralen (9) en (10) leidt men af

$$\frac{1}{4k^2}\left\{(4-k^2)F(\tfrac{1}{2}k, 2x) - 4E(\tfrac{1}{2}k, 2x) + 2k\,Bg\,sin\,(k\,sin\,x\,.\,cos\,x)\right\} =$$

$$= \tfrac{1}{2}\frac{sin^2 x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}}sin\,2\,x - \tfrac{1}{2}\int sin 2x\,dx\left\{\frac{2\,sin\,x\,.\,cos\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}} + \frac{k\,sin^3 x\,.\,cos\,x\,.\,cos\,2\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.cos^2 x}^3}\right\},$$

$$= \frac{sin\,x\,.\,cos\,2\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}}cos\,x + \int cos\,x\,dx\left\{\frac{cos\,3\,x - sin x\,.\,sin 2x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}} + \frac{k^2 sin^2 x\,.\,cos x\,.\,cos^2 2x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.cos^2 x}^3}\right\},$$

$$\frac{1}{4k^2}\left\{4E(\tfrac{1}{2}k, 2x) - (4-k^2)F(\tfrac{1}{2}k, 2x) + 2k\,Bg\,sin\,(k\,sin\,x\,.\,cos\,x)\right\} =$$

$$= \tfrac{1}{2}\frac{cos^2 x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}}sin 2x - \tfrac{1}{2}\int sin\,2\,x\,dx\left\{\frac{-2\,cos\,x\,.\,sin\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}} + \frac{k^2 sin x\,.\,cos^3 x\,.\,cos\,2x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}^3}\right\},$$

$$= \frac{cos\,x\,.\,cos\,2\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}}sin\,x - \int sin\,x\,dx\left\{\frac{-sin\,3x - cos x\,.sin 2x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}} + \frac{k^2 sin x\,.\,cos^2 x.cos^2 2x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}^3}\right\}.$$

Hiervan geven de eerste en de derde, door gebruik te maken van de integraal (6), wederom de uitkomsten (37) en (38): de tweede en vierde geven uit behulp van de integralen (6) en (41) hier de nieuwe uitkomsten.

$$\int\frac{sin\,x\,.\,sin\,3\,x\,dx}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}} = \frac{1}{4k^2}\left\{(8-k^2)F(\tfrac{1}{2}k, 2x) - 8\,E(\tfrac{1}{2}k, 2x) + 2k\,Bg\,sin(k\,sin x.cos x)\right\}\,,\,..(70)$$

$$\int \frac{\cos x \,.\, \cos 3\,x\,d\,x}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}} = \frac{1}{4\,k^2}\{8E(\tfrac{1}{2}\,k, 2x)-(8-k^2)F(\tfrac{1}{2}\,k, 2x)+2k\,Bg\,\sin(k \sin x . \cos x)\}\,; \;..\;(71)$$

waarvan het verschil geeft

$$\int \frac{\cos 4\,x\,d\,x}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} = \frac{1}{2\,k^2}\{8\,E(\tfrac{1}{2}\,k, 2\,x)-(8-k^2)\,F(\tfrac{1}{2}\,k, 2\,x)\}. \;....\;(72)$$

De formule (21) voert tot de herleiding

$$\frac{1}{2\,k^2}\{4\,E(\tfrac{1}{2}\,k, 2\,x)-(4-k^2)\,F(\tfrac{1}{2}\,k, 2\,x)\} =$$

$$= \tfrac{1}{2}\,\frac{\cos 2\,x}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}} \sin 2\,x - \tfrac{1}{2}\int \sin 2\,x\,d\,x \left\{\frac{-2 \sin 2\,x}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}} + \frac{k^2 \sin x \,.\, \cos x . \cos^2 2\,x}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}^3}\right\},$$

wederom slechts eene verbinding der uitkomsten (6) en (36). Daarentegen levert ons de integraal (12)

$$-\frac{1}{2\,k} L \frac{k \cos 2x + 2\sqrt{1-k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}}{2+k} = \tfrac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}} \sin^2 x - \tfrac{1}{2}\int \sin^2 x\,d x \frac{k^2 \sin x . \cos x \,.\, \cos 2\,x}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}^3} =$$

$$= -\tfrac{1}{2}\left\{\frac{1}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} \cos^2 x - 1\right\} + \tfrac{1}{2}\int \cos^2 x\,d\,x\,\frac{k^2 \sin x \,.\, \cos x \,.\, \cos 2\,x}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} =$$

$$= -\tfrac{1}{4}\left\{\frac{1}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} \cos 2\,x - 1\right\} + \tfrac{1}{4}\int \cos 2\,x\,d\,x\,\frac{k^2 \sin x \,.\, \cos x \,.\, \cos 2\,x}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3},$$

welke uitkomsten dadelijk geven

$$\int \frac{\sin^3 x . \cos x \,.\, \cos 2x\,dx}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}^3} = \frac{1}{k^2}\left\{\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}} + \frac{1}{k} L \frac{k \cos 2x + 2\sqrt{1-k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}}{2+k}\right\}, \;...\;(73)$$

$$\int \frac{\sin x . \cos^3 x . \cos 2\,x\,dx}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}^3} = \frac{1}{k^2}\left\{\frac{\cos^2 x}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}} - 1 - \frac{1}{k} L \frac{k \cos 2x + 2\sqrt{1-k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}}{2+k}\right\}, \;..\;(74)$$

$$\int \frac{\sin x . \cos x . \cos^2 2\,x\,dx}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}^3} = \frac{1}{k^2}\left\{\frac{\cos 2\,x}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}} - 1 - \frac{2}{k} L \frac{k \cos 2x + 2\sqrt{1-k^2 \sin^2 x . \cos^2 x}}{2+k}\right\} \;...\;(75)$$

Evenzoo de integraal (13)

$$\frac{1}{k^2}\{1-\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}\} =$$

$$= \tfrac{1}{2}\frac{cos\,2\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}} sin^2 x - \tfrac{1}{2}\int sin^2 x\,dx \left\{\frac{-2\,sin\,2\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}} + \frac{k^2 sin\,x\,.\,cos\,x\,.\,cos^2\,2\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}^3}\right\} =$$

$$= -\tfrac{1}{2}\left\{\frac{cos\,2\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}} cos^2 x - 1\right\} + \tfrac{1}{2}\int cos^2 x dx \left\{\frac{-2\,sin\,2\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}} + \frac{k^2 sin x.cos\,x\,.\,cos^2\,2\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}^3}\right\} =$$

$$= -\tfrac{1}{8}\left\{\frac{1}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}} cos^2\,2\,x - 1\right\} + \tfrac{1}{8}\int cos^2\,2\,x\,d\,x \frac{k^2 sin\,x\,.\,cos\,x\,.\,cos\,2\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}^3}.$$

Hiervan geven de beide eerste uitkomsten met behulp van de integralen (15) en (16), doch de laatste rechtstreeks,

$$\int\frac{sin^3 x.cos x.cos^2 2\,x\,dx}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}^3} = \frac{1}{k^4}\left\{\frac{4-(1+2cos^2 x)k^2 sin^2 x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}} - 4 - kL\frac{k\,cos\,2\,x + 2\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}}{2+k}\right\}, \ldots (76)$$

$$\int\frac{sin x.cos^3 x.cos^2 2x dx}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}^3} = \frac{1}{k^4}\left\{\frac{(1+2sin^2 x)k^2 cos^2 x - 4}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}} + 4 - k^2 - kL\frac{k\,cos 2x + 2\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}}{2+k}\right\}, . (77)$$

$$\int\frac{sin\,x\,.\,cos\,x\,.\,cos^3\,2\,x\,d\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}^3} = \frac{1}{k^4}\left\{\frac{4\,k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x + k^2 - 8}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}} + 8 - k^2\right\}. \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (78)$$

Verder leidt men uit de integralen (15) en (16) het volgende af:

$$\frac{1}{4\,k^2}\left\{2\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x} - 2 - k\,L\frac{k\,cos\,2\,x + 2\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}}{2+k}\right\} =$$

$$= \frac{sin^3 x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}} sin\,x - \int sin\,x\,d\,x\left\{\frac{3\,sin^2 x\,.\,cos\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}} + \frac{k^2 sin^4 x\,.\,cos\,x\,.\,cos\,2\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}^3}\right\} =$$

$$= \tfrac{1}{2}\frac{sin^2 x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}} sin^2 x - \tfrac{1}{2}\int sin^2 x\,d\,x\left\{\frac{2\,sin\,x\,.\,cos\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}} + \frac{k^2 sin^3 x\,.\,cos\,x\,.\,cos 2x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}^3}\right\} =$$

$$= -\tfrac{1}{2}\frac{sin^2 x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}} cos^2 x + \tfrac{1}{2}\int cos^2 x\,dx\left\{\frac{2\,sin\,x\,.\,cos\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}} + \frac{k^2 sin^3 x\,.\,cos\,x.cos 2x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}^3}\right\} =$$

$$= -\tfrac{1}{4}\frac{sin^2 x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}} cos 2x + \tfrac{1}{4}\int cos\,2\,x\,d\,x\left\{\frac{2\,sin\,x\,.\,cos\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}} + \frac{k^2 sin^3 x\,.\,cos\,x.cos\,2x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}^3}\right\},$$

$$\frac{1}{4k^2}\left\{2-2\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}-k\,L\frac{k\cos 2x+2\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}}{2+k}\right\}=$$

$$=-\left(\frac{cos^3 x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}}\cos x-1\right)+\int\cos x\,dx\left\{\frac{-3\cos^2 x\,.\,\sin x}{\sqrt{1-k^2sin^2x.cos^2x}}+\frac{k^2 sin x\,.\,cos^4 x.cos 2x}{\sqrt{1-k^2sin^2x.cos^2x}^3}\right\}=$$

$$=-\tfrac{1}{2}\left(\frac{cos^2 x}{\sqrt{1-k^2sin^2x.cos^2x}}cos^2 x-1\right)+\tfrac{1}{2}\int cos^2 x dx\left\{\frac{-2\sin x\,.\,\cos x}{\sqrt{1-k^2sin^2x.cos^2x}}+\frac{k^2 sin x.cos^3x.cos 2x}{\sqrt{1-k^2sin^2x.cos^2x}^3}\right\}=$$

$$=\tfrac{1}{2}\,\frac{cos^2 x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}}sin^2x-\tfrac{1}{2}\int sin^2 x dx\left\{\frac{-2\sin x\,.\,\cos x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}}+\frac{k^2 sin x\,.\,cos^3x.cos 2x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.cos^2x}^3}\right\}=$$

$$=-\tfrac{1}{4}\left(\frac{cos^2 x}{\sqrt{1-k^2sin^2x.cos^2x}}cos 2x-1\right)+\tfrac{1}{4}\int cos 2x dx\left\{\frac{-2\sin x\,.\,\cos x}{\sqrt{1-k^2sin^2x.cos^2x}}+\frac{k^2 sin x\,.cos^3x.cos 2x}{\sqrt{1-k^2sin^2x.cos^2x}^3}\right\}.$$

Van deze acht uitkomsten voeren de derde, door middel van de integraal (16), en de zevende, door de integraal (15), tot de reeds gevonden integraal (45). De vierde en de achtste geven, als men de integraal (13) invoert, de integralen (76) en (77), zoo straks afgeleid. Maar de beide eerste uitkomsten voeren met behulp van de integraal (15) zelve, en evenzeer de vijfde en zesde door gebruik van de integraal (16) zelve, tot de volgende nieuwe uitkomsten.

$$\int\frac{sin^5x.cos x.cos 2x\,dx}{\sqrt{1-k^2sin^2x.cos^2x}^3}=\frac{1}{k^4}\left\{2-\frac{2(1-k^2sin^2x)+k^2sin^4x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}}+kL\frac{k\cos 2x+2\sqrt{1-k^2sin^2x.cos^2x}}{2+k}\right\},\ldots(79)$$

$$\int\frac{sin x.cos^5x.cos 2x\,dx}{\sqrt{1-k^2sin^2x.cos^2x}^3}=\frac{1}{k^4}\left\{2-k^2-\frac{2(1-k^2sin^2x)-k^2sin^4x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}}+kL\frac{k\cos 2x+2\sqrt{1-k^2sin^2x.cos^2x}}{2+k}\right\}..(80)$$

De integralen (20) en (21) leveren verder langs denzelfden weg

$$\frac{1}{4k^2}\left\{F(\tfrac{1}{2}k, 2x)-E(\tfrac{1}{2}k, 2x)+\sin x\,.\,\cos x.\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}-\frac{1}{k}Bg\sin(k\sin x\,.\,\cos x)\right\}=$$

$$=\frac{sin^4 x\,.\,\cos x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}}\sin x-\int\sin x\,dx\left\{\frac{4sin^3x\,.\,cos^2x-sin^5x}{\sqrt{1-k^2sin^2 x.cos^2 x}}+\frac{k^2 sin^5 x\,.\,cos^2 x.cos 2x}{\sqrt{1-k^2 sin^2x\,.\,cos^2x}^3}\right\}=$$

$$=-\frac{sin^3 x\,.\,cos^2 x}{\sqrt{1-k^2sin^2x.cos^2x}}cos x+\int cos x dx\left\{\frac{3sin^2x.cos^3x-2sin^4x.cos x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}}+\frac{k^2sin^4x.cos^3x.cos 2x}{\sqrt{1-k^2sin^2x.cos^2x}^3}\right\}=$$

$$=-\tfrac{1}{4}\frac{sin^3 x\,.\,\cos x}{\sqrt{1-k^2 sin^2x\,.\,cos^2 x}}cos 2x+\tfrac{1}{4}\int cos 2x\left\{\frac{3sin^2x.cos^2 x-sin^4x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2x}}+\frac{k^2 sin^4 x\,.\,cos^2x.cos 2x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}^3}\right\},$$

$$\frac{1}{4k^2}\left\{F(\tfrac{1}{2}k, 2x) - E(\tfrac{1}{2}k, 2x) - \sin x \,.\, \cos x \,.\, \sqrt{1-k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x} + \frac{1}{k} Bg\sin(k \sin x \,.\, \cos x)\right\} =$$

$$= \frac{\sin^2 x \,.\, \cos^3 x}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}} \sin x - \int \sin x\, dx \left\{\frac{2\sin x.\cos^4 x - 3\sin^3 x.\cos^2 x}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x\,.\,\cos^2 x}} + \frac{k^2 \sin^3 x\,.\,\cos^4 x\,.\,\cos 2x}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}^3}\right\} =$$

$$= -\frac{\sin x\,.\,\cos^4 x}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}} \cos x + \int \cos x\, dx \left\{\frac{\cos^5 x - 4\sin^2 x\,.\,\cos^3 x}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x\,.\,\cos^2 x}} + \frac{k^2\sin^3 x\,.\,\cos^5 x\,.\cos 2x}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x\,.\,\cos^2 x}^3}\right\} =$$

$$= -\tfrac{1}{4}\frac{\sin x\,.\,\cos^3 x}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}} \cos 2x + \tfrac{1}{4}\int \cos 2x\, dx \left\{\frac{\cos^4 x - 3\sin^2 x\,.\cos^2 x}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x\,.\,\cos^2 x}} + \frac{k^2\sin^2 x.\cos^4 x.\cos 2x}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}^3}\right\}.$$

De tweede en vierde van deze uitkomsten bevatten de integralen (20) en (21) beide, en voeren met haar behulp tot de vorige integraal (54). Ten einde echter de vier andere te gebruiken, moeten er eerst eenige hulpintegralen gevonden worden. Daartoe stelle men in (20) $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ en in (21) $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$, dan is, met behulp respectievelijk van de integralen (7) en (8),

$$\int \frac{\sin^6 x\, dx}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}} = \frac{1}{4k^2}\Big\{3E(\tfrac{1}{2}k, 2x) - (3-k^2)F(\tfrac{1}{2}k, 2x) - \sin x.\cos x.\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x} +$$
$$+ \frac{1}{k}(1-2k^2)\, Bg\sin(k\sin x\,.\,\cos x)\Big\}, \quad \ldots \quad (81)$$

$$\int \frac{\cos^6 x\, dx}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}} = \frac{1}{4k^2}\Big\{3E(\tfrac{1}{2}k, 2x) - (3-k^2)F(\tfrac{1}{2}k, 2x) + \sin x.\cos x.\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x} -$$
$$- \frac{1}{k}(1-2k^2)\, Bg\sin(k\sin x\,.\,\cos x)\Big\}. \quad \ldots \quad (82)$$

Vervolgens stelle men in dezelfde integralen (20) $\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$ en in (21) $\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$, en gebruike weder de integralen (7) en (8); dan verkrijgt men

$$\int \frac{\sin^4 x\,.\,\cos 2x\, dx}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}} = \frac{1}{4k^2}\Big\{(4-k^2)F(\tfrac{1}{2}k, 2x) - 4E(\tfrac{1}{2}k, 2x) + 2\sin x.\cos x.\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x} -$$
$$- \frac{2}{k}(1-k^2)\, Bg\sin(k\sin x\,.\,\cos x)\Big\}, \quad \ldots \quad (83)$$

$$\int \frac{\cos^4 x\,.\,\cos 2x\, dx}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x}} = \frac{1}{4k^2}\Big\{4E(\tfrac{1}{2}k, 2x) - (4-k^2)F(\tfrac{1}{2}k, 2x) + 2\sin x.\cos x.\sqrt{1-k^2\sin^2 x.\cos^2 x} -$$
$$- \frac{2}{k}(1-k^2)\, Bg\sin(k\sin x\,.\,\cos x)\Big\}. \quad \ldots \quad (84)$$

En nu kan men uit de eerste en vijfde, en uit de derde en zesde der straks gevonden herleidingen, de integralen bepalen, die $\sqrt{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x}^3$ in den noemer hebben, dat is

$$\int \frac{sin^6 x . cos^2 x . cos\, 2x\, dx}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x}^3} = \frac{1}{4k^4}\Big\{ 8E(\tfrac{1}{2}k, 2x) - (8-k^2)F(\tfrac{1}{2}k, 2x) + \frac{2}{k}(3-k^2)\, Bg\, sin\,(k\, sin x . cos x) - \\ - \frac{6-6\,k^2\, sin^2 x + 2\,k^2\, sin^4 x}{\sqrt{1-k^2\, sin^2 x . cos^2 x}}\, sin\, x . cos\, x \Big\}, \quad \ldots \quad (85)$$

$$\int \frac{sin^2 x . cos^6 x . cos\, 2x\, dx}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x}^3} = \frac{1}{4k^4}\Big\{ (8-k^2)F(\tfrac{1}{2}k, 2x) - 8\,E(\tfrac{1}{2}k, 2x) + \frac{2}{k}(3-k^2)\, Bg\, sin\,(k\, sin x . cos x) - \\ - \frac{6-6\,k^2\, sin^2 x + 2\,k^2\, sin^4 x}{\sqrt{1-k^2\, sin^2 x . cos^2 x}}\, sin\, x . cos\, x \Big\}, \quad \ldots \quad (86)$$

$$\int \frac{sin^4 x . cos^2 x . cos^2 2x\, dx}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x}^3} = \frac{1}{4k^4}\Big\{ (8-k^2)\, F(\tfrac{1}{2}k, 2\,x) - 8\,E(\tfrac{1}{2}k, 2\,x) + 2\,k\, Bg\, sin\,(k\, sin\, x . cos\, x) + \\ + \frac{4\,k^2\, sin^3 x . cos\, x . cos\, 2\,x}{\sqrt{1-k^2\, sin^2 x . cos^2 x}} \Big\}, \quad \ldots \quad (87)$$

$$\int \frac{sin^2 x . cos^4 x . cos^2 2x dx}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x}^3} = \frac{1}{4k^4}\Big\{ (8-k^2)\, F(\tfrac{1}{2}k, 2\,x) - 8\,E(\tfrac{1}{2}k, 2\,x) - 2\,k\, Bg\, sin\,(k\, sin\, x . cos\, x) - \\ - \frac{4\,k^2\, sin\, x . cos^3 x . cos\, 2\,x}{\sqrt{1-k^2\, sin^2 x . cos^2 x}} \Big\} \ldots \quad (88)$$

Ten slotte geeft de integraal (23)

$$\frac{1}{2\,k^2}\Big\{ \frac{1}{k}\, Bg\, sin\,(k\, sin\, x . cos\, x) - sin\, x . cos\, x . \sqrt{1-k^2\, sin^2 x . cos^2 x} \Big\} =$$

$$= \tfrac{1}{4} \frac{sin\, x . sin\, 4\, x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x}} sin x - \tfrac{1}{4} \int sin x dx \Big\{ \frac{cos x . sin 4x + 4 sin x . cos 4x}{\sqrt{1-k^2\, sin^2 x . cos^2 x}} + \frac{k^2 sin^2 x\, cos x . sin 4x . cos 2x}{\sqrt{1-k^2\, sin^2 x . cos^2 x}^3} \Big\} =$$

$$= -\tfrac{1}{4} \frac{cos\, x . sin\, 4\, x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x}} cos x + \tfrac{1}{4} \int cos x dx \Big\{ \frac{-sin x . sin 4x + 4 cos x . cos 4x}{\sqrt{1-k^2\, sin^2 x . cos^2 x}} + \frac{k^2 sin x . cos^2 x . sin 4x . cos 2x}{\sqrt{1-k^2\, sin^2 x . cos^2 x}^3} \Big\} =$$

$$= -\tfrac{1}{16} \frac{sin\, 4\, x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x}} cos 2x + \tfrac{1}{16} \int cos 2x dx \Big\{ \frac{4\, cos\, 4\, x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x}} + \frac{k^2 sin x . cos x . sin 4x . cos 2x}{\sqrt{1-k^2\, sin^2 x . cos^2 x}^3} \Big\},$$

waarvan de twee eerste door de integraal (23) zelve geven

$$\frac{1}{k^2}\left\{\frac{1}{k}\,Bg\,sin\,(k\,sin\,x\,.\,cos\,x) - sin\,x\,.\,cos\,x\,.\sqrt{1-k^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}\right\} =$$

$$= \tfrac{1}{4}\,\frac{sin^2 x\,.\,sin\,4\,x}{\sqrt{1-k^2\,sin^2 x.cos^2 x}} - \int\frac{sin^2 x\,.\,cos\,4\,x\,d\,x}{\sqrt{1-k^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}} - \tfrac{1}{4}\,k^2\int\frac{sin^3 x.cos x.sin 4\,x\,.\,cos\,2\,x}{\sqrt{1-k^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}^3}\,dx =$$

$$= -\tfrac{1}{4}\,\frac{cos^2 x\,.\,sin\,4\,x}{\sqrt{1-k^2\,sin^2 x.cos^2 x}} + \int\frac{cos^2 x\,.\,cos\,4\,x\,d\,x}{\sqrt{1-k^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}} + \tfrac{1}{4}\,k^2\int\frac{sin\,x\,.\,cos^3 x\,.\,sin\,4\,x\,.\,cos\,2\,x}{\sqrt{1-k^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}^3}\,dx.$$

Hare som geeft de laatste van het vorige drietal terug; maar haar verschil levert ons

$$0 = -\tfrac{1}{4}\,\frac{sin\,4\,x\,.\,cos\,2\,x}{\sqrt{1-k^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}} + \int\frac{cos\,4\,x\,d\,x}{\sqrt{1-k^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}} + \tfrac{1}{4}\,k^2\int\frac{sin\,x\,.\,cos\,x\,.\,sin\,4\,x\,.\,cos\,2x}{\sqrt{1-k^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}^3}\,dx,$$

en nu volgt met behulp der vorige integraal (72)

$$\int\frac{sin x.cos x.sin 4x.cos 2x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}^3}dx = \frac{1}{k^2}\left\{(8-k^2)2F(\tfrac{1}{2}k, 2x) - 16E(\tfrac{1}{2}k, 2x) + k^2\frac{sin\,4\,x\,.\,cos\,2\,x}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x.cos^2 x}}\right\} \,..\,(89)$$

$$= \tfrac{1}{4}\int\frac{sin^2\,4\,x\,d\,x}{\sqrt{1-k^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}^3} \,. \,(90)$$

12. Op dezelfde wijze kan men nu de overeenkomstige integralen met den noemer $\sqrt{1+r^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}^3$ terugvinden. Dit is echter onnoodig; maar het kan goed zijn, de nieuwe overeenkomstige integralen af te leiden. Derhalve vindt men door het gedeeltelijk integreeren der integralen (9^a) en (10^a)

$$\frac{\sqrt{4+r^2}}{2\,r}\Bigg[\left\{E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right) - E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\right)\right\} - \left\{F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right) - F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\right)\right\} +$$

$$+ \frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\,L\,(r\,sin\,x\,.\,cos\,x + \sqrt{1+r^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x})\Bigg] = -\frac{sin\,x\,.\,cos\,2\,x}{\sqrt{1+r^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}}\,cos\,x +$$

$$+ \int cos\,x\,d\,x\left\{\frac{cos\,3\,x - sin\,x\,.\,sin\,2\,x}{\sqrt{1+r^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}} + \frac{-r^2\,sin^2 x\,.\,cos\,x\,.\,cos^2\,2\,x}{\sqrt{1+r^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}^3}\right\},$$

$$\frac{\sqrt{4+r^2}}{2\,r}\Bigg[\left\{F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right) - F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\right)\right\} - \left\{E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right) - E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\right)\right\} +$$

$$+ \frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\,L\,(r\,sin\,x\,.\,cos\,x + \sqrt{1+r^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x})\Bigg] = \frac{cos\,x\,.\,cos\,2\,x}{\sqrt{1+r^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}}\,sin\,x -$$

$$- \int sin\,x\,d\,x\,\frac{-sin\,3\,x - cos\,x\,.\,sin\,2\,x}{\sqrt{1+r^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}} + \frac{-r^2\,sin\,x\,.\,cos^2 x\,.\,cos^2\,2\,x}{\sqrt{1+r^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}^3}\Bigg\},$$

dus volgens de integralen (6^a) en (42^a)

$$\int \frac{\cos x \,.\, \cos 3\,x\, d\,x}{\sqrt{1+r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} = \frac{1}{2\,r^2 \sqrt{4+r^2}} \Big[(8+r^2) \Big\{ F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big) - F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2\,x\Big) \Big\} -$$
$$- 2\,(4+r^2) \Big\{ E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big) - E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2\,x\Big) \Big\} +$$
$$+ r\sqrt{4+r^2}\, L\,(r \sin x \,.\, \cos x + \sqrt{1+r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}) \Big], \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (71^a)$$

$$\int \frac{\sin x \,.\, \sin 3\,x\, d\,x}{\sqrt{1+r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} = \frac{1}{2\,r^2 \sqrt{4+r^2}} \Big[2\,(4+r^2) \Big\{ E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big) - E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2\,x\Big) \Big\} -$$
$$- (8+r^2) \Big\{ F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big) - F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2\,x\Big) +$$
$$+ r\sqrt{4+r^2}\, L\,(r \sin x \,.\, \cos x + \sqrt{1+r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}) \Big], \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (70^a)$$

waarvan het verschil levert

$$\int \frac{\cos 4\,x\, d\,x}{\sqrt{1+r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} = \frac{1}{r^2 \sqrt{4+r^2}} \Big[(8+r^2) \Big\{ F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big) - F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2\,x\Big) \Big\} -$$
$$- 2\,(4+r^2) \Big\{ E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big) - E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2\,x\Big) \Big\} \Big]. \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (72^a)$$

Evenzeer vindt men door de integraal (12^a)

$$\frac{1}{2\,r}\, Bg \sin \frac{2\,r}{4+r^2} \{ \sqrt{1+r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x} - \cos 2\,x \} =$$
$$= \tfrac{1}{2}\, \frac{1}{\sqrt{1+r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} \sin^2 x - \tfrac{1}{2} \int \sin^2 x\, d\,x\, \frac{-r^2 \sin x \,.\, \cos x \,.\, \cos 2x}{\sqrt{1+r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} =$$
$$= -\tfrac{1}{2} \Big\{ \frac{1}{\sqrt{1+r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} \cos^2 x - 1 \Big\} + \tfrac{1}{2} \int \cos^2 x\, d\,x\, \frac{-r^2 \sin x \,.\, \cos x \,.\, \cos 2x}{\sqrt{1+r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3} =$$
$$= -\tfrac{1}{4} \Big\{ \frac{1}{\sqrt{1+r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}} \cos 2\,x - 1 \Big\} + \tfrac{1}{4} \int \cos 2\,x\, d\,x\, \frac{-r^2 \sin x \,.\, \cos x \,.\, \cos 2x}{\sqrt{1+r^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x}^3},$$

waaruit men afleidt

$$\int \frac{\sin^3 x \,.\, \cos x . \cos 2x\, dx}{\sqrt{1+r^2 \sin^2 x . \cos^2 x}^3} = \frac{1}{r^2} \Big\{ \frac{-\sin^2 x}{\sqrt{1+r^2 \sin^2 x . \cos^2 x}} + \frac{1}{r} Bg \sin \frac{2\,r}{4+r^2} (\sqrt{1+r \sin^2 x . \cos^2 x} - \cos 2 x) \Big\}, . \quad (73^a)$$

$$\int\frac{\sin x.\cos^3 x.\cos 2x\,dx}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}^3}=\frac{1}{r^2}\left\{1-\frac{\cos^2 x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}-\frac{1}{r}Bg\sin\frac{2r}{4+r^2}(\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}-\cos 2x)\right\},\,.\,(74^a)$$

$$\int\frac{\sin x.\cos x.\cos^2 2x\,dx}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}^3}=\frac{1}{r^2}\left\{1-\frac{\cos 2x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}-\frac{2}{r}Bg\sin\frac{2r}{4+r^2}(\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}-\cos 2x)\right\}.\,.\,(75^a)$$

Verder is, wanneer men dezelfde methode op de integraal (13^a) toepast,

$$\frac{1}{r^2}\{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}-1\}=$$

$$=\tfrac{1}{2}\frac{\cos 2x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}\sin^2 x-\tfrac{1}{2}\int\sin^2 x\,dx\left\{\frac{-2\sin 2x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}+\frac{-r^2\sin x.\cos x.\cos^2 2x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}^3}\right\}=$$

$$=-\tfrac{1}{2}\left(\frac{\cos 2x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}\cos^2 x-1\right)+\tfrac{1}{2}\int\cos^2 x\,dx\left\{\frac{-2\sin 2x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}+\frac{-r^2\sin x.\cos x.\cos^2 2x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}^3}\right\}=$$

$$=-\tfrac{1}{8}\left(\frac{1}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}\cos^2 2x-1\right)+\tfrac{1}{8}\int\cos^2 2x\,dx\,\frac{-r^2\sin x.\cos x.\cos^2 x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}^3}.$$

Bij de derde herleiding kan men de laatste integraal rechtstreeks oplossen; ij de eerste echter moet men, om hetzelfde doel te bereiken, eerst de waarde der integraal (15^a) invoeren; bij de tweede evenzoo die der integraal (16^a). Langs dezen weg leveren alle drie herleidingen nieuwe uitkomsten, en wel

$$\int\frac{\sin^3 x.\cos x.\cos^2 2x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}^3}dx=$$
$$=\frac{1}{r^4}\left\{\frac{4+(1+2\cos^2 x)r^2\sin^2 x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}-4-r\,Bg\sin\frac{2r}{4+r^2}(\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}-\cos 2x)\right\},\,.\,.\,(76^a)$$

$$\int\frac{\sin x.\cos^3 x.\cos^2 2x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}^3}dx=$$
$$=\frac{1}{r^4}\left\{4+r^2-\frac{4+(1+2\sin^2 x)r^2\cos^2 x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}-r\,Bg\sin\frac{2r}{4+r^2}(\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}-\cos 2x)\right\},\,.\,.\,(77^a)$$

$$\int\frac{\sin x.\cos x.\cos^3 2x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}^3}dx=\frac{1}{r^4}\left\{8+r^2-\frac{8+r^2+4r^2\sin^2 x.\cos^2 x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}\right\}\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(78^a)$$

Door middel der integralen (15^a) en (16^a) verkrijgen wij

$$\frac{1}{4r^2}\left\{ r\, Bg\, sin\, \frac{2r}{4+r^2}\left(\sqrt{1+r^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x} - cos\, 2x\right) + 2 - 2\sqrt{1+r^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}\right\} =$$

$$= \frac{sin^3 x}{\sqrt{1+r^2 sin^2 x . cos^2 x}} sin\, x - \int sin\, x\, dx \left\{ \frac{3\, sin^2 x\,.\,cos\, x}{\sqrt{1+r^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}} + \frac{-r^2 sin^4 x\,.\,cos x\,.\,cos 2x}{\sqrt{1+r^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}^3}\right\},$$

$$\frac{1}{4r^2}\left\{ r\, Bg\, sin\, \frac{2r}{4+r^2}\left(\sqrt{1+r^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x} - cos\, 2x\right) - 2 + 2\sqrt{1+r^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}\right\} =$$

$$= -\left(\frac{cos^3 x}{\sqrt{1+r^2 sin^2 x . cos^2 x}} cos x - 1\right) + \int cos x\, dx \left\{ \frac{-3\, cos^2 x\,.\,sin\, x}{\sqrt{1+r^2 sin^2 x . cos^2 x}} + \frac{-r^2 sin x . cos^4 x . cos\, 2x}{\sqrt{1+r^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}^3}\right\}.$$

In deze herleidingen komen dezelfde integralen (15^a) en (16^a) wederom voor; wanneer men dus hare waarden substitueert, is

$$\int \frac{sin^5 x\,.\,cos\, x\,.\,cos\, 2x}{\sqrt{1+r^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}^3} dx = \frac{1}{r^2}\left\{ 2 - \frac{2+r^2(1+cos^2 x)\, sin^2 x}{\sqrt{1+r^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}} - \right.$$

$$\left. - 2\sqrt{1+r^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x} + r\, Bg\, sin\, \frac{2r}{4+r^2}\left(\sqrt{1+r^2 sin^2 x . cos^2 x} - cos\, 2x\right)\right\}, \quad . \; . \; . \; . \; (79^a)$$

$$\int \frac{sin\, x\,.\,cos^5 x\,.\,cos\, 2x}{\sqrt{1+r^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}^3} dx = \frac{1}{r^2}\left\{ 2 + r^2 - \frac{2+r^2(1+sin^2 x) cos^2 x}{\sqrt{1+r^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}} - \right.$$

$$\left. - 2\sqrt{1+r^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x} - r\, Bg\, sin\, \frac{2r}{4+r^2}\left(\sqrt{1+r^2 sin^2 x . cos^2 x} - cos\, 2x\right)\right\}; \quad . \; . \; . \; . \; (80^a)$$

terwijl dezelfde integralen (15^a) en (16^a), langs een dergelijken weg, zooals boven, ook tot de uitkomsten (76^a) en (77^a) hadden kunnen voeren.

Wanneer wij nu overgaan tot het tweetal (20^a) en (21^a), zoo stelle men vooraf in de eerste $cos^2 x = 1 - sin^2 x = \frac{1}{2}(1 + cos\, 2x)$ en in de tweede $sin^2 x = 1 - cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + cos\, 2x)$; wanneer men dan daarbij gebruik maakt van de integralen (7^a) en (8^a), dan verkrijgen wij

$$\int \frac{sin^6 x\, dx}{\sqrt{1+r^2 sin^2 x . cos^2 x}} = \frac{1}{8r^2\sqrt{4+r^2}}\left[(3+r^2)\, 4\left\{ F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right) - F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\right)\right\} - \right.$$

$$- (4+r^2)\, 3\left\{ E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right) - E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}, \tfrac{1}{2}\pi - 2x\right)\right\} + 2\sqrt{4+r^2} sin x . cos x . \sqrt{1+r^2 sin^2 x . cos^2 x} -$$

$$\left. - \frac{2}{r}(1+2r^2)\sqrt{4+r^2}\, L\left(r\, sin\, x\,.\,cos\, x + \sqrt{1+r^2 sin^2 x\,.\,cos^2 x}\right)\right], \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (81^a)$$

$$\int\frac{\sin^4 x\,.\cos 2x\,dx}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}}=\frac{1}{2r^2}\Big[\sqrt{4+r^2}\left\{E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}-$$
$$-\sqrt{4+r^2}\left\{F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}-\sin x.\cos x\,.\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}+$$
$$+\frac{1}{r}(1+r^2)\,L\left(r\sin x\,.\cos x+\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}\right)\Big], \quad \ldots \ldots \quad (83^a)$$

$$\int\frac{\cos^6 x\,dx}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}=\frac{1}{8r^2\sqrt{4+r^2}}\Big[(3+r^2)4\left\{F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}-$$
$$-(4+r^2)3\left\{E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}-2\sqrt{4+r^2}\sin x.\cos x.\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}-$$
$$-\frac{2}{r}(1+2r^2)\sqrt{4+r^2}\,L\left(r\sin x\,.\cos x+\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}\right)\Big], \quad \ldots \ldots \quad (82^a)$$

$$\int\frac{\cos^4 x\,.\cos 2x\,dx}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}}=\frac{1}{2r^2}\Big[\sqrt{4+r^2}\left\{F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}-$$
$$-\sqrt{4+r^2}\left\{E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}-\sin x.\cos x\,.\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}+$$
$$+\frac{1}{r}(1+r^2)\,L\left(r\sin x\,.\cos x+\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}\right)\Big]. \quad \ldots \ldots \quad (84^a)$$

Nu wij deze integralen gevonden hebben, kunnen wij onze methode van gedeeltelijk integreeren toepassen op dezelfde integralen (20^a) en (21^a), en daaruit afleiden

$$\frac{1}{8r^2}\Big[\sqrt{4+r^2}\left\{E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-E\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}-\frac{4}{\sqrt{4+r^2}}\left\{F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\right)-F\left(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\right)\right\}-$$
$$-2\sin x\,.\cos x.\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}+\frac{2}{r}L\left(r\sin x\,.\cos x+\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}\right)\Big]=$$
$$=\frac{\sin^4 x\,.\cos x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}}\sin x-\int\sin x\,dx\left\{\frac{4\sin^3 x\,.\cos^2 x-\sin^5 x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}+\frac{-r^2\sin^5 x.\cos^2 x.\cos 2x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}^3}\right\}=$$
$$=-\tfrac{1}{4}\frac{\sin^3 x\,.\cos x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}\cos 2x+\tfrac{1}{4}\int\cos 2x\,dx\left\{\frac{3\sin^2 x.\cos^2 x-\sin^4 x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}+\frac{-r^2\sin^4 x.\cos^2 x.\cos 2x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}^3}\right\},$$

$$\frac{1}{8r^2}\Big[\sqrt{4+r^2}\Big\{E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\Big)\Big\}-\frac{4}{\sqrt{4+r^2}}\Big\{F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\Big)\Big\}+$$

$$+2\sin x\,.\cos x\,.\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}-\frac{2}{r}L\,(r\sin x\,.\cos x+\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x})\Big]=$$

$$=-\frac{\sin x\,.\cos^4 x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}\cos x+\int\cos x\,dx\Big\{\frac{\cos^5 x-4\sin^2 x.\cos^3 x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}}+\frac{-r^2\sin^2 x.\cos^5 x.\cos 2x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}^3}\Big\}=$$

$$=-\tfrac{1}{4}\frac{\sin x\,.\cos^3 x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}\cos 2x+\tfrac{1}{4}\int\cos 2x\,dx\Big\{\frac{\cos^4 x-3\sin^2 x.\cos^2 x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}+\frac{-r^2\sin^2 x.\cos^4 x.\cos 2x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}^3}\Big\}.$$

Wanneer men nu in de eerste dezer herleidingen de integraal (20^a) zelve en bovendien (81^a); in de derde de integraal (21^a) zelve en bovendien (82^a); in de derde en vierde eerst de integraal (22^a) en vervolgens respectivelijk de integralen (83^a) en (84^a) substitueert, komt er ten slotte

$$\int\frac{\sin^6 x.\cos^2 x\,.\cos 2x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}^3}dx=\frac{1}{2r^4\sqrt{4+r^2}}\Big[2(4+r^2)\Big\{E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\Big)\Big\}-$$

$$-(8+r^2)\Big\{F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\Big)\Big\}+$$

$$+\frac{1}{r}(3+r^2)\sqrt{4+r^2}L(r\sin x.\cos x+\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x})-\sin x.\cos x.\sqrt{4+r^2}\frac{3+3r^2\sin^2 x-r^2\sin^4 x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}\Big],\;.(85^a)$$

$$\int\frac{\sin^2 x\,.\cos^6 x\,.\cos 2x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}^3}dx=\frac{1}{2r^4\sqrt{4+r^2}}\Big[(8+r^2)\Big\{F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\Big)\Big\}-$$

$$-2(4+r^2)\Big\{E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\Big)\Big\}+$$

$$+\frac{1}{r}(3+r^2)\sqrt{4+r^2}L(r\sin x.\cos x+\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x})-\sin x.\cos x.\sqrt{4+r^2}\frac{3+3r^2\cos^2 x-r^2\cos^4 x}{\sqrt{1+r\sin^2 x\,.\cos^2 x}}\Big],\;.(86^a)$$

$$\int\frac{\sin^4 x\,.\cos^2 x\,.\cos^2 2x}{\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}^3}dx=\frac{1}{2r^4\sqrt{4+r^2}}\Big[(8+r^2)\Big\{F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\Big)\Big\}$$

$$-2(4+r^2)\Big\{E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\Big)-$$

$$-r\sqrt{4+r^2}L(r\sin x.\cos x+\sqrt{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x})-2r^2\sin^3 x.\cos x.\cos 2x.\sqrt{\frac{4+r^2}{1+r^2\sin^2 x.\cos^2 x}}\Big],\;.(87^a)$$

$$\int\frac{sin^2 x\,.\,cos^4 x\,.\,cos^2 2\,x}{\sqrt{1+r^2 sin^2 x.cos^2 x}^3}dx=\frac{1}{2r^4\sqrt{4+r^2}}\Big[(8+r^2)\Big\{F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2\,x\Big)\Big\}-$$
$$-2\,(4+r^2)\Big\{E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2\,x\Big)\Big\}+$$
$$+r\sqrt{4+r^2}\,L(r\,sin x.cos x+\sqrt{1+r^2 sin^2 x.cos^2 x})-2r^2 sin x.cos^3 x.cos 2x\,.\sqrt{\frac{4+r^2}{1+r^2 sin^2 x.cos^2 x}}\Big]\,..(88^a)$$

Bij het gebruik van de integraal (23^a) kan men op dezelfde wijze handelen als bij de integraal (23) geschiedde; en dan vindt men

$$0=\tfrac{1}{4}\frac{sin\,4\,x\,.\,cos\,2\,x}{\sqrt{1+r^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}}-\int\frac{cos\,4\,x\,d\,x}{\sqrt{1+r^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}}+\tfrac{1}{4}r^2\int\frac{sin x\,.\,cos\,x.sin\,4x.cos\,2x\,dx}{\sqrt{1+r^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}^3};$$

derhalve met behulp van de integraal (72^a)

$$\int\frac{sin x.cos x.sin 4x.cos 2x}{\sqrt{1+r^2 sin^2 x.cos^2 x}^3}d\,x=\frac{1}{r^4\sqrt{4+r^2}}\Big[(8+r^2)\,4\Big\{F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-F\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\Big)\Big\}-$$
$$-8(4+r^2)\Big\{E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}}\Big)-E\Big(\frac{r}{\sqrt{4+r^2}},\tfrac{1}{2}\pi-2x\Big)\Big\}-r^2\sqrt{4+r^2}\frac{sin\,4\,x\,.\,cos\,2\,x}{\sqrt{1+r^2 sin^2 x.cos^2 x}}\Big]\,.\,.(89^a)$$

$$=\tfrac{1}{4}\int\frac{sin^2 4\,x\,d\,x}{\sqrt{1+r^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}^3}\,.\,(90^a)$$

13. Men kan echter door dezelfde methode van gedeeltelijk integreeren ook geheel andere uitkomsten verkrijgen, en wel langs den volgenden weg. In het algemeen heeft men

$$\frac{d}{d\,x}\Big[\varphi(x)\int_0^x\frac{d\,y}{\sqrt{1-k^2\,sin^2 y\,.\,cos^2 y}}\Big]=\frac{d\,\varphi(x)}{d\,x}\int_0^x\frac{d\,y}{\sqrt{1-k^2 sin^2 y.cos^2 y}}+\varphi(x)\frac{1}{\sqrt{1-k^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}}$$

volgens de regels van het differentiëeren eener bepaalde integraal, naar eene standvastige, wanneer de grenzen daarvan eene functie zijn, niet de grootheid onder het integraalteeken, — en hier is juist alleen de bovenste grens eene functie van x. Daaruit volgt nu

$$\int_0^x\frac{\varphi(x)\,d\,x}{\sqrt{1-k^2\,sin^2 x\,.\,cos^2 x}}=\varphi(x)\,F(\tfrac{1}{2}\,k\,,2\,x)-\int_0^x F(\tfrac{1}{2}\,k,\,2x)\frac{d\,\varphi(x)}{d\,x}d\qquad.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(\boldsymbol{a})$$

zoolang althans $\varphi(x)\,.\,F(\tfrac{1}{2}\,k,\,2\,x)$ voor $x=0$ verdwijnt, en derhalve $\varphi(0)$ niet

oneindig groot wordt. Het is hier natuurlijk te doen om de laatste integraal in het tweede lid.

Men kan nu gereedelijk dit theorema op zulke der boven gevonden integralen toepassen, waarbij het differentiaalquotient $\frac{d\,(\varphi)\,x}{d\,x}$ een eenvoudigen vorm verkrijgt. Zoo geeft de integraal (2)

$$\int sin\,2\,x\,.\,F(\tfrac{1}{2}\,k, 2\,x)\,d\,x = \frac{1}{2\,k}\left\{2\,Bg\,sin\,(k\,sin\,x\,.\,cos\,x) - k\,cos\,2\,x\,.\,F(\tfrac{1}{2}\,k, 2\,x)\right\}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (91)$$

die nu ook door de integralen (3) en (4) kan verkregen worden. Daarentegen leveren de integralen (6), (7) en (8)

$$\int sin\,4\,x\,.\,F(\tfrac{1}{2}\,k, 2\,x)\,d\,x = \frac{2}{k^2}\left\{E(\tfrac{1}{2}\,k, 2\,x) - F(\tfrac{1}{2}\,k, 2\,x)(1 + k^2\,sin^2\,x\,.\,cos^2\,x)\right\}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (92)$$

$$\int sin^3\,x\,.\,cos\,x\,.\,F(\tfrac{1}{2}\,k\,, 2\,x)\,d\,x = \frac{1}{8\,k^2}\left\{(2 - k^2 + 2\,k^2\,sin^4\,x)\,F(\tfrac{1}{2}\,k\,, 2\,x) - 2\,E(\tfrac{1}{2}\,k\,, 2\,x) + \right.$$
$$\left. + 2\,k\,Bg\,sin\,(k\,sin\,x\,.\,cos\,x)\right\}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (93)$$

$$\int sin\,x\,.\,cos^3\,x\,.\,F(\tfrac{1}{2}\,k\,, 2\,x)\,d\,x = \frac{1}{8\,k^2}\left\{2\,E(\tfrac{1}{2}\,k\,, 2\,x) - (2 - k^2 + 2\,k^2\,cos^4\,x)\,F(\tfrac{1}{2}\,k\,, 2\,x) + \right.$$
$$\left. + 2\,k\,Bg\,sin\,(k\,sin\,x\,.\,cos\,x)\right\}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (94)$$

Deze drie uitkomsten zoude men ook door de integralen (9) en (10) verkregen hebben; de integraal (11) levert nog de integraal (92) terug. Nog geven de integralen (12) en (14)

$$\int cos\,2\,x.F(\tfrac{1}{2}\,k, 2x)\,dx = \frac{1}{2\,k}\left\{2k\,sin2x\,.\,F(\tfrac{1}{2}k, 2x) + L\frac{k\,cos\,2\,x + 2\sqrt{1 - k^2 sin^2 x. cos^2 x}}{2 + k}\right\}, . . (95)$$

$$\int cos\,4\,x\,.\,F(\tfrac{1}{2}\,k, 2\,x)\,d\,x = \frac{1}{k^2}\left\{2\,k^2\,F(\tfrac{1}{2}\,k, 2\,x) - 1 + \sqrt{1 - k^2\,sin^2\,x\,.\,cos^2\,x}\right\}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (96)$$

Bij de integralen (15) en (16) heeft men $\frac{d\varphi_1(x)}{dx} = 3\,sin^2\,x\,.\,cos^2\,x - sin^4\,x$ en $\frac{d\,\varphi_2\,(x)}{d\,x} = -\,3\,sin^2 x\,.\,cos^2 x + cos^4 x.$

Hiervan levert de som $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos 2x$ de reeds gevonden integraal (95): het verschil daarentegen $6 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x - (\sin^4 x + \cos^4 x) = 8 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x - 1$ vordert de integraal $\int F(\tfrac{1}{2} k, 2x)\, dx$; ware deze bekend, dan zouden dus ook de integralen $\int \sin^2 x \,.\, \cos^2 x \,.\, F(\tfrac{1}{2} k, 2x)\, dx = \tfrac{1}{4} \int \sin^2 2x \,.\, F(\tfrac{1}{2} k, 2x)\, dx$, en evenzeer $\int \sin^4 x \,.\, F(\tfrac{1}{2} k, 2x)\, dx$ en $\int \cos^4 x \,.\, F(\tfrac{1}{2} k, 2x)\, dx$, te vinden zijn. Wendt men zich nu eerst tot de integralen (81) en (82), zoo verkrijgt men

$$\int \sin^5 x \,.\, \cos x \,.\, F(\tfrac{1}{2} k, 2x)\, dx = \frac{1}{24\, k^2} \Big\{ (3 - k^2 + 8\, k^2 \sin^6 x)\, F(\tfrac{1}{2} k, 2x) - 3\, E(\tfrac{1}{2} k, 2x) +$$

$$+ \sin x \,.\, \cos x \,.\, \sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x} - \frac{1}{k} (1 - 2\, k^2)\, Bg \sin (k \sin x \,.\, \cos x) \Big\}, \;\ldots\ldots \quad (97)$$

$$\int \sin x \,.\, \cos^5 x \,.\, F(\tfrac{1}{2} k, 2x)\, dx = \frac{1}{24\, k^2} \Big\{ 3\, E(\tfrac{1}{2} k, 2x) - (3 - k^2 + 8\, k^2 \cos^6 x)\, F(\tfrac{1}{2} k, 2x) +$$

$$+ \sin x \,.\, \cos x \,.\, \sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x} - \frac{1}{k} (1 - 2\, k^2)\, Bg \sin (k \sin x \,.\, \cos x) \Big\} \ldots\ldots \quad (98)$$

En nu kan men zich tot de integralen (20) en (21) wenden; hierbij heeft men immers

$$\frac{d\varphi_1(x)}{dx} = 4 \sin^3 x \,.\, \cos^3 x - 2 \sin^5 x \,.\, \cos x \quad \text{en} \quad \frac{d\varphi_2(x)}{dx} = -4 \sin^3 x \,.\, \cos^3 x + 2 \sin x \,.\, \cos^5 x.$$

Uit beiden vindt men dus nu, met behulp der vorige uitkomsten (97) of (98),

$$\int \sin^3 x \,.\, \cos^3 x \,.\, F(\tfrac{1}{2} k, 2x)\, dx = \frac{1}{24\, k^2} \Big\{ (\tfrac{1}{2} - 12 \sin^2 x \,.\, \cos^4 x - 8 \cos^6 x)\, k^2\, F(\tfrac{1}{2} k, 2x) -$$

$$- \sin x \,.\, \cos x \,.\, \sqrt{1 - k^2 \sin^2 x \,.\, \cos^2 x} + \frac{1}{k} (1 + k^2)\, Bg \sin (k \sin x \,.\, \cos x) \Big\}. \;\ldots\ldots \quad (99)$$

De integraal (23) levert het volgende differentiaalquotient

$$\frac{d\varphi(x)}{dx} = 2 \sin 4x \,.\, \cos 2x + 4 \sin 2x \,.\, \cos 4x = 4 \sin 2x \,.\, (\cos^2 2x + \cos 4x) = 4 \sin 2x \,.\, (3 \cos^2 2x - 1) =$$

$$= 2 \sin 2x \,.\, (1 + 3 \cos 4x) = 3 \sin 6x - \sin 2x = 6 \sin 4x \,.\, \cos 2x - 4 \sin 2x.$$

Dewijl de integraal met den factor $sin\,2\,x$ door de uitkomst (99) bekend is, leveren deze verschillende herleidingen de volgende uitkomsten

$$\int sin 6x . F(\tfrac{1}{2}k, 2x)\,dx = \frac{1}{6k^2}\Big\{(1-cos 4x)k^2 cos 2x . F(\tfrac{1}{2}k, 2x) + 8 sin\,x . cos\,x . \sqrt{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x} -$$
$$- \frac{2}{k}(4-k^2)\, Bg\,sin\,(k\,sin\,x . cos\,x)\Big\}, \quad (100)$$

$$\int sin\,2\,x . cos^2\,2\,x . F(\tfrac{1}{2}k, 2x)\,dx = \frac{1}{6k^2}\Big\{2 sin\,x . cos\,x . \sqrt{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x} - k^2 cos^3 2\,x . F(\tfrac{1}{2}k, 2x) -$$
$$- \frac{2}{k}(1-k^2)\, Bg\,sin\,(k\,sin\,x . cos\,x)\Big\}, \quad (101)$$

$$\int sin 2x . cos 4x . F(\tfrac{1}{2}k, 2x)\,dx = \frac{1}{6k^2}\Big\{(1+2 sin^2 2x)k^2 cos 2x . F(\tfrac{1}{2}k, 2x) + 4 sin\,x . cos\,x . \sqrt{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x} -$$
$$- \frac{2}{k}(2+k^2)\, Bg\,sin\,(k\,sin\,x . cos\,x)\Big\}, \quad (102)$$

$$\int sin 4\,x . cos\,2\,x . F(\tfrac{1}{2}k, 2x)\,dx = \frac{1}{3k^2}\Big\{2 sin\,x . cos\,x . \sqrt{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x} - k^2 cos^3 2x . F(\tfrac{1}{2}k, 2x) -$$
$$- \frac{2}{k}(1-k^2)\, Bg\,sin\,(k\,sin\,x . cos\,x)\Big\}. \quad (103)$$

Op dergelijke wijze vindt men ook in het algemeen

$$\int \varphi(x)\,dx \sqrt{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x} = \tfrac{1}{2}\varphi(x)\,E(\tfrac{1}{2}k, 2x) - \tfrac{1}{4}\int E(\tfrac{1}{2}k, 2x)\frac{d\varphi(x)}{dx}\,dx. \quad (b)$$

Er zijn slechts enkele onder de gevonden integralen, waarop dit theorema eenvoudig kan toegepast worden. Nemen wij daartoe de integraal (17), dan wordt

$$\int sin\,2\,x . E(\tfrac{1}{2}k, 2x)\,dx = \tfrac{1}{4} sin\,x . cos\,x . \sqrt{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x} - \frac{1}{2k} Bg\,sin\,(k\,sin\,x . cos\,x) -$$
$$- \tfrac{1}{4} cos\,2\,x . E(\tfrac{1}{2}k, 2x); \quad (104)$$

en deze zelfde uitkomst zouden de integralen (18) en (19) ons evenzeer geleverd hebben.

Wanneer men dezelfde methode wil toepassen op de integralen, die

$\sqrt{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x}^3$ in den noemer bezitten — en tot deze soort behooren de meeste der gevonden integralen — zoo vindt men

$$2\int\frac{\varphi(x)\,dx}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x}^3} =$$

$$=\frac{\varphi(x)}{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x} . F(\tfrac{1}{2}k,2x) - \int F(\tfrac{1}{2}k,2x)\left\{\frac{d(\varphi)x}{dx}\frac{1}{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x} + \frac{k^2 sin\, x . cos\, x . cos 2x}{(1-k^2 sin^2 x . cos^2 x)^2}\varphi(x)\right\}dx =$$

$$=\frac{\varphi(x)}{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x} . F(\tfrac{1}{2}k,2x) - \int F(\tfrac{1}{2}k,2x)\frac{dx}{(1-k^2 sin^2 x . cos^2 x)^2}\left\{(1-k^2 sin^2 x . cos^2 x)\frac{d\varphi(x)}{dx} +\right.$$

$$\left. + k^2 sin\, x . cos\, x . cos\, 2\, x . \varphi(x)\right\} . . . . (c)$$

Hier, bij de vorige integralen, is in den regel $\varphi(x) = sin^a x . cos^b x$, dus $\frac{d\varphi(x)}{dx} = sin^{a-1} x . cos^{b-1} x . (a\, cos^2 x - b\, sin^2 x)$; dus de grootheid tusschen haakjes onder het laatste integraalteeken

$$(1-k^2 sin^2 x . cos^2 x)\, sin^{a-1} x . cos^{b-1} x . (a\, cos^2 x - b\, sin^2 x) + k^2 sin^{a+1} x . cos^{b+1} x . cos\, 2\, x =$$

$$= sin^{a-1} x . cos^{b-1} x . (a cos^2 x - b sin^2 x) + \tfrac{1}{2}k^2 sin^{a+1} x . cos^{b+1} x . \{2 cos 2x + b(1-cos 2x) - a(1+cos 2x)\} =$$

$$= sin^{a-1} x . cos^{b-1} x . (a\, cos^2 x - b\, sin^2 x) + \tfrac{1}{2} k^2 sin^{a+1} x . cos^{b+1} x . \{(b-a) - (b+a-2) cos 2x\} =$$

$$= \tfrac{1}{2} sin^{a-1} x . cos^{b-1} x . [2\, cos\, 2\, x - \{(b-a) - (b+a-2)\, cos\, 2\, x\}(1 - k^2 sin^2 x . cos^2 x)].$$

Men houdt dus in den regel onder het integraalteeken drie integralen over, eene met den noemer $(1-k^2 sin^2 x . cos^2 x)^2$, en twee met den noemer $(1-k^2 sin^2 x . cos^2 x)$ zelven. Deze herleidingen zullen dus weinig opleveren, tenzij $b = a$ zij; door deze onderstelling wordt de laatste vorm eenvoudiger

$$= sin^{a-1} x . cos^{a-1} x . [cos\, 2\, x + (a-1)\, cos\, 2\, x . (1 - k^2 sin^2 x . cos^2 x)].$$

Hiermede geeft nu de integraal (c)

$$2\int\frac{sin^a x . cos^a x\, dx}{\sqrt{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x}^3} = \frac{sin^a x . cos^a x}{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x} F(\tfrac{1}{2}k, 2\, x) -$$

$$-\int\frac{sin^{a-1} x . cos^{a-1} x . cos 2x}{(1-k^2 sin^2 x . cos^2 x)^2} F(\tfrac{1}{2}k, 2\, x)\, dx - (a-1)\int\frac{sin^{a-1} x . cos^{a-1} x . cos 2x}{1-k^2 sin^2 x . cos^2 x} F(\tfrac{1}{2}k, 2x)\, dx \, ; . \, (d)$$

waarbij nu wel slechts twee integralen voorkomen, maar die hier voor de toepassing toch niets oplevert.

Algemeener nog zoude men vinden

$$2\int\frac{\sin^a x\,.\cos^a x\,dx}{(1-k^2\sin^2x.\cos^2x)^{b+\frac{1}{2}}}=\int\frac{\sin^a x\,.\cos^a x}{(1-k^2\sin^2x.\cos^2x)^b}\frac{dx}{\sqrt{1-k^2\sin^2x.\cos^2x}}=\frac{\sin^a x\,.\cos^a x}{(1-k^2\sin^2x.\cos^2x)^b}F(\tfrac{1}{2}k,2x)-$$
$$-\int F(\tfrac{1}{2}k,2x)\frac{\sin^a x\,.\cos^a x}{(1-k^2\sin^2 x\,.\cos^2 x)^b}\left[a\frac{\cos x}{\sin x}-a\frac{\sin x}{\cos x}-b\frac{-k^2\sin x\,.\cos x\,.\cos 2x}{1-k^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}\right].$$

De factor onder het laatste integraalteeken kan men nu aldus herleiden

$$\frac{\sin^{a-1} x\,.\cos^{a-1} x}{(1-k^2\sin^2 x\,.\cos^2 x)^{b+1}}\left[(a\cos^2 x-a\sin^2 x)(1-k^2\sin^2 x\,.\cos^2 x)+b\,k^2\sin^2 x\,.\cos^2 x\,.\cos 2x\right]=$$

$$=\frac{\sin^{a-1} x\,.\cos^{a-1} x\,.\cos 2x}{(1-k^2\sin^2 x\,.\cos^2 x)^{b+1}}\left[a(1-k^2\sin^2 x\,.\cos^2 x)+b\,k^2\sin^2 x\,.\cos^2 x\right]=$$
$$=\frac{\sin^{a-1} x\,.\cos^{a-1} x\,.\cos 2x}{(1-k^2\sin^2 x\,.\cos^2 x)^{b+1}}\left[b+(a-b)(1-k^2\sin^2 x\,.\cos^2)\right];$$

en daarmede verkrijgt men dan

$$2\int\frac{\sin^a x\,.\cos^a x\,dx}{(1-k^2\sin^2 x\,.\cos^2 x)^{b+\frac{1}{2}}}=\frac{\sin^a x\,.\cos^a x}{(1-k^2\sin^2 x\,.\cos^2 x)^b}F(\tfrac{1}{2}k,2x)-$$
$$-b\int\frac{\sin^{a-1}x\,.\cos^{a-1}x\,.\cos 2x}{(1-k^2\sin^2 x\,.\cos^2 x)^{b+1}}F(\tfrac{1}{2}k,2x)\,dx-(a-b)\int\frac{\sin^{a-1}x.\cos^{a-1}x.\cos 2x}{(1-k^2\sin^2 x\,.\cos^2 x)^b}F(\tfrac{1}{2}k,2x)dx\,.\,.\,(\boldsymbol{e})$$

Hetzelfde geldt ook omtrent dergelijke integralen, die de elliptische integraal der tweede soort bevatten. Zoo heeft men in overeenstemming met het theorema (**c**)

$$2\int\frac{\varphi(x)\,dx}{\sqrt{1-k^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}}=\frac{\varphi(x)}{1-k^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}E(\tfrac{1}{2}k,2x)-$$
$$-\int E(\tfrac{1}{2}k,2x)\left\{\frac{d\varphi(x)}{dx}\frac{1}{1-k^2\sin^2 x\,.\cos^2 x}+k^2\frac{\sin x\,.\cos x\,.\cos 2x}{(1-k^2\sin^2 x\,.\cos^2 x)^2}\varphi(x)\right\},\;.\;.\;.\;(\boldsymbol{f})$$

waaruit blijkt, dat al het voorgaande bijna woordelijk op deze integralen toepasselijk is.

14. Het zij hier de plaats om te wijzen op eene fout, die is ingeslopen in mijne verhandeling: „Over het differentiëeren van eenige Elliptische Integralen

naar den Modulus of eene functie daarvan", opgenomen in Deel XVIII dezer Verhandelingen; deze fout echter is gelukkig niet van invloed op de algemeene uitkomsten, in die verhandeling verkregen.

Deze fout is te vinden op bladz. 4, formule (I), waar voor

$$= \frac{1}{(1-p^2)(2b-1)}\Big[- \quad \text{moet gelezen worden} \quad = \frac{1}{(1-p^2)(2b-1)}\Big[-p^2.$$

Dientengevolge moet telkens een factor p^2 worden ingevoegd in het tweede lid bij den eersten term, in de vergelijkingen regel 4 v. o. blz. 5, formule (III) blz. 6, regel 7 v. b. blz. 8.

Verder moet $1 + (1-p^2)\, sin^2 x$ door 1 vervangen worden in de formulen (6) blz. 5, (b) en (d) blz. 6, en evenzoo 1 voor $1 + (1 + p^2)\, sin^2 x$ worden gelezen in formulen (12) en (f) blz. 8, (h) en regels 1 en 3 v. o. blz. 9, en in de formulen (f_1) en (h_1) blz. 10. In de volgende formulen, die veel eenvoudiger worden, zijn de verbeteringen niet zoo kort aan te wijzen; maar de algemeene vergelijkingen i_3, i_4, k_2, k_3 blijven in volle kracht, en ongelukkigerwijze ook de daarop volgende aanmerking over de moeielijkheid in het algemeen bepalen der functiën $\Phi(x)$.

STASIASTISCHE DIMERIE

(TWEETALLIGHEID DOOR STORING)

MONSTRUOSITEIT EENER BLOEM VAN

CYPRIPEDIUM VENUSTUM WALL.

DOOR

W. F. R. SURINGAR.

Bij vroegere gelegenheden had ik de eer, aan de Academie gevallen van plantaardige monstrositeiten voor te leggen, die òf bizonder instructieve voorbeelden van bekende verschijnselen op teratologisch gebied opleverden, òf aanleiding gaven tot het openen van nieuwe gezichtpunten. Daaraan wensch ik thans eene toe te voegen, onlangs in den Leidschen kruidtuin te Leiden waargenomen, en die mij, wat de vraag naar de verklaring van het verschijnsel betreft, belangrijk genoeg voorkwam om ze hier ter sprake te brengen. Zij betreft eene Oost-Indische orchidée, *Cypripedium venustum* WALL. Tot vergelijking zijn, in de hierbij gevoegde afbeelding, de normale bloem dezer plant en de abnormale naast elkander gesteld. De veranderingen, bij de laatste, bestaan hierin: 1^0. dat, behalve het normale dekblad, nog een tweede kleiner, daar tegenover, en, blijkens de omvatting der randen, iets hooger ingeplant, wordt aangetroffen; 2^0. dat, in plaats van de twee mediaan geplaatste kelkbladen, waarvan het voorste enkelvoudig, en het achterste uit twee vergroeide kelkbladen samengesteld is, twee laterale, eenigzins naar achteren convergeerende kelkbladen worden aangetroffen; 3^0. dat, in plaats van de twee laterale bloembladen, aan weerszijden van het labellum

ingeplant, slechts één zoodanig orgaan, tegenover het labellum, wordt waargenomen; 4°. dat in het gynostemium het schild (de steriele meeldraad) ontbreekt, en de twee vruchtbare helmknoppen op het gemeenschappelijk voetstuk dichter bij elkander staan; 5°. dat stempel en vruchtbeginsel twee carpellen vertoonen in plaats van drie, met twee mediaan geplaatste placentae. Bovendien vallen nog enkele bizonderheden te vermelden, bijv. het langer zijn der filamenten, waardoor de antherae op een hooger punt van de achterzijde van den stempel komen te rusten; het min of meer petaloid ontwikkeld zijn van de eene helft der antherae; de eenigzins van de gewone petala afwijkende geaardheid van het petalum tegenover het labellum; de omstandigheid, dat de beide kelkbladen naar de achterzijde nauw aaneen sluiten en aan de voorzijde eene duidelijke ruimte tusschen zich open laten; eindelijk, dat de carpella ongelijkzijdig zijn en hunne middelnerven schuins naar de labellumzijde zijn gericht. Wat, bij de eerste beschouwing der bloem, terstond in het oog valt, is, dat de twee kelkbladen juist vallen in de richting, die anders door de twee zijdelingsche bloembladen wordt ingenomen, en dat het ééne bloemblad juist valt in de richting van het voorste kelkblad, zoodat, met verwisseling der bestanddeelen, dezelfde uiterlijke symmetrie der bloem bewaard gebleven is.

De vraag is nu, hoe deze monstreuse afwijking te verklaren.

Onder de beschreven monstrositeiten, die met de onze min of meer overeenkomst aanbieden, valt in de eerste plaats te vermelden die, welke door Morren bij *Cypripedium insigne* is beschreven en, met afbeelding der analyse, gepubliceerd in de *Bulletins de l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des beaux Arts de Belgique*, (Tome XVII, 1850, p. 188). Hij schreef haar toe aan eene zijdelingsche verplaatsing der deelen rondom de as, gepaard met gedeeltelijken abortus, waaraan hij den naam *speiranthie* gaf. De kelkbladen waren 90° verplaatst, daardoor lateraal, één (links geplaatst) veel breeder dan gewoonlijk, het andere daarentegen smaller, en, wat kleur en vorm betreft, naderende tot den toestand der bloembladen; één der laterale bloembladen was eveneens 90° verplaatst, en naar boven (voren) gericht; het andere, dat dus naar beneden had moeten staan, was geaborteerd. Op die plaats bevond zich het eenigzins monstreus gewijzigde labellum. Aan het gynostemium was, van de meeldraden, alleen de naar de rechterzijde geplaatste ontwikkeld, de linker en het schild ontbraken. Stempel en ovarium waren normaal, het laatste ook niet getordeerd. Aan den voet van het ovarium kwam het schutblad, klein en bladvormig, vrij voor den dag uit de bloeischeede, die zelve tot een groot blad, als een stengelblad, was ontwikkeld. De schrijver maakt er uit op, dat de bloem wel, als altijd, uit den oksel van dit blad ontstaan was, maar bevestigd-

op een klein zijtakje. Hij vat dus het kleine blaadje als voorblad aan dit zijtakje op.

MASTERS (*Vegetable teratology*, p. 91) citeert, naast dit geval, onderscheidene andere, onder den naam van *displacement*. Ten deele zijn er ook ontleend aan *Cypripedium*, met scheef geplaatst labellum enz., die echter geen punten van aansluiting met het onze opleveren. Ook onder het hoofdstuk *Meiophylly* maakt hij gewag van de door MORREN beschreven monstrositeit, te gelijkertijd met een door ASA GRAY bij *C. candidum* beschreven afwijking, en met voorbeelden bij andere *orchideën*, waar het getal van drie in elken cyclus min of meer volkomen door dat van *twee* is vervangen. Het geval van A. GRAY gold een exceptioneel gevormde terminaalbloem. Volgens de beschrijving (ontleend aan 't *American Journal* of *Science* en overgenomen in het werk van MASTERS l. c.) waren er twee kelkbladen, twee daarmeê gekruiste bloembladen, geen labellum, twee schildvormige steriele meeldraden tegenover de kelkbladen, twee vruchtbare tegenover de bloembladen, en twee carpellen. Het was dus eene dimerische pelorie, gelijk er ook bij andere orchideën worden opgegeven. Van eenigzins anderen aard is de dimerie, door MAGNUS beschreven bij *C. barbatum* (*Sitzungsberichte d. Gesellschaft Naturf. Freunde zu Berlin*, *Sitzung vom* 18 Juni 1878; refer. *Bot. Zeit.*, 1878, p. 573). De bloem was nl., bij de dimerie, zijgomorph gebleven; zij bevatte twee voor $^3/_4$ vergroeide kelkbladen, een normaal labellum, waar tegenover een min of meer kelkachtig ontwikkeld bloemblad, in het gynostemium 4 meeldraden, nl. behalve de eene schildvormende onvruchtbare, drie vruchtbare, twee zijdelings en één tegenover het schild geplaatst. Het vruchtbeginsel was bicarpellair.

Dat men echter voorzichtig moet zijn, en dat een nauwkeurig onderzoek noodig is, voordat men eene afwijking als geval van *typische metaschematie* opvat, wordt terecht door VAN FREYHOLD opgemerkt (*Bot. Verein d. Prov. Brandenburg Sitz.* v. 24 Nov. 1876; ref. *Bot. Zeitüng* 1878, p. 614) bij de behandeling van eene monstrositeit bij dezelfde plant als de onze, nl. *Cypripedium venustum*. Bij den eersten aanblik scheen deze een geval van *dimerie* op te leveren, maar bij nader onderzoek bleek het slechts een *pseudo-dimerie* te zijn, gelijk ze door hem wordt genoemd. Hij bevond namelijk, dat het vruchtbeginsel exceptioneel eene torsie van 90° had ondergaan. Daardoor waren de beide kelkbladen, waarvan het ééne, gelijk bekend, uit twee vergroeide is samengesteld, zonder overigens veranderd te zijn, uit hunne verticale positie in eene horizontale overgebracht; daarmede gekruist vertoonden zich het labellum en een naar boven gericht bloemblad, echter ook geen dimeren krans vormende, want het derde bloemblad werd teruggevonden, vergroeid met het labellum. Eigenlijk had dit

laatste, ten gevolge van de torsie transversaal hebben moeten staan, maar het was, tegelijk met die vergroeiing, naar beneden verplaatst. Aan het gynostemium werd eene torsie waargenomen, in tegengestelden zin als in het ovarium, tengevolge waarvan het schild zijne gewone mediane plaats had hernomen. De twee andere meeldraden waren ook aanwezig, ofschoon rudimentair. Evenzeer was het ovarium trimeer, hoewel zich slechts ééne placenta behoorlijk ontwikkeld had.

De schrijver houdt het er voor, dat het in den aanvang geciteerde, door MORREN beschreven geval, in hoofdzaak aan het zijne analoog was.

Zonder dit punt te willen beslissen, of in nadere bizonderheden te treden omtrent de hier genoemde en andere daarmede min of meer overeenkomstige gevallen, moge het voldoende zijn op te merken, dat geene der voor die gevallen gegeven verklaringen mij voor het thans aan u voorgelegde geval voldoende voorkomt. Eene torsie van het ovarium is niet aanwezig en evenmin in het gynostemium, zoodat ons geval niet met het door VAN FREYHOLD beschrevene kan worden vergeleken. Er blijven dus over de onderstelling van eene verplaatsing der deelen rondom de as, in den zin der speiranthie van MORREN, of die van typische dimerie, met behoud der zygomorphie.

Tegen deze beide ontmoet men echter terstond bezwaar in den stand der kelkbladen. Deze convergeeren onder een hoek van 120° naar achteren; zij zijn aan die zijde nauw aan elkander gesloten, terwijl zij aan de andere zijde eene duidelijke ruimte tusschen zich openlaten. Zij doen zich dus volstrekt niet voor als twee diametraal tegenover elkander staande deelen, maar veeleer als twee deelen van een trimeren krans, waarin het derde deel ontbreekt. Gelijk bekend is, bestaat het achterste kelkblad, bij de Cypripediums met twee kelkbladen, uit twee met elkander vergroeide, die, wanneer zij afzonderlijk stonden, juist de plaats zouden moeten innemen, dien de beide kelkbladen in de monstrositeit thans bezetten. De eenvoudigste onderstelling is dus deze, dat de twee kelkbladen in de monstreuse bloem ook werkelijk die twee kelkbladen vertegenwoordigen, m. a. w., dat men hier te doen heeft met eene scheiding van het achterste kelkblad in zijne oorspronkelijke bestanddeelen, op hunne oorspronkelijke plaatsen.

Hiervan uitgaande, moet dus het voorste kelkblad als ontbrekend worden beschouwd. Indien het ovarium bij *Cypripedium*, of ook speciaal bij deze monstrositeit, getordeerd ware, even als bij andere orchideën en bij de door VAN FREYHOLD waargenomen afwijking bij *C. venustum*, zou men kunnen denken aan antholyse, en het ontbrekende kelkblad kunnen zoeken in het extra schutblad onder het ovarium. Zoodanige antholyse komt niet zelden voor, en is bij orchideën

nl. bij *Dendrobium Wallichii* met vorming van een nieuwe bloem in den oksel van het afgescheiden kelkblad, waargenomen door MAGNUS (*Sitzungsberichte des Botanischen Vereins in Brandenburg*, *Sitzung vom* 28 Mei 1870, ref.: *Bot. Zeit.* 1879, p. 707. De schrijver leidt daaruit af, dat bij *Orchideën* niet, zoo als bij vele *Rosaceën, Pomaceën* enz., het onderstandig vruchtbeginsel gevormd wordt door een holle as, waarbinnen de vruchtbladen en op welks rand de verdere bloemdeelen geplaatst zijn, maar dat deze laatste in dit geval beneden geïnsereerd en met hunne oppervlakte vergroeid zijn. In onze bloem is evenwel, even als normaal bij Cypripedium, geenerlei torsie van het ovarium aanwezig, enkel de gewone overbuiging, en zoo kan hier aan antholyse als de genoemde niet worden gedacht, want het extra dekblad staat juist aan de tegenovergestelde zijde van de plaats die het voorste kelkblad heeft opengelaten. Dit laatste moet dus als geaborteerd, en het extra dekblad als een nieuw bijgekomen orgaan worden beschouwd.

Toch schijnt mij in dit extra dekblad, op welks morphologische natuur wij nog nader zullen terugkomen, de aanleidende oorzaak voor de geheele monstrositeit gelegen te zijn. Dit tusschengeschoven blad stoort namelijk de normale symmetrie. In de gewone bloem staat het achterste (dubbele) kelkblad aan de overzijde van het normale schutblad en volgt daarop in de orde van het ontstaan. In de monstrositeit neemt het extra schutblad diezelfde plaats ten opzichte van het normale schutblad in, en er zouden dus, zonder verdere verandering, twee organen, nl. het extra schutblad en het achterste kelkblad, onmiddellijk na elkander aan dezelfde zijde der as voorkomen. Dit nu, stel ik mij voor, wordt ontgaan door de scheiding van het oorspronkelijk dubbel kelkblad in zijne beide bestanddeelen, m. a. w.: het nieuwe, in onmiddellijken voorafgang en aan dezelfde zijde tusschengeschoven orgaan scheidt de bestanddeelen van het dubbel blad van elkander, en drijft ze naar hunne oorspronkelijke plaatsen terug. Eene, hoezeer niet volkomene, analogie voor zoodanigen invloed meen ik te vinden in de omstandigheid, dat zelfs typisch enkelvoudige organen, zoo als de voorbladen der *Gramineën*, *Irideën*, enz. (zie o. a. EICHLER, *Blüthendiagramme* I, p. 21) onder den invloed van een nabijstaand orgaan (bij deze de as) tweekielig en zelfs geheel verdubbeld kunnen worden. Indien dit door den mechanischen invloed van een nabijstaand orgaan kan plaats hebben, dan is de onderstelling zeker niet te gewaagd, dat zulks kan geschieden, onder vergelijkbare, hoewel niet geheel identieke omstandigheden, met een orgaan, dat in oorspronkelijken aanleg reeds samengesteld is.

Wordt eens aangenomen, dat de twee kelkbladen der monstrositeit de oorspronkelijke bestanddeelen van het achterste kelkblad der normale bloem ver-

tegenwoordigen, dan verklaart zich van zelf, uit hunne sterke ontwikkeling in de breedte, de abortus van het voorste kelkblad.

Ten opzichte van de bloemkroon doen zich twee onderstellingen voor. Het is duidelijk, dat de twee kelkbladen, die thans in dezelfde richting vallen als anders de bloembladen, tegenover deze storend moeten optreden. Men kan onderstellen, dat deze laatste daardoor tot voorbij hunne normale plaats (120° van het labellum) zijn teruggedrongen, en, met, elkander vergroeid, het bloembladachtig orgaan tegenover het labellum hebben opgeleverd; of wel, daar het schild, de steriele meeldraad, aan het gynostemium ontbreekt, kan men het bloembladachtig orgaan tegenover het labellum als staminodium, ontstaan uit dien meeldraad, en de laterale bloembladen als onder den invloed van de thans laterale kelkbladen geaborteerd beschouwen. Het laatste komt mij het meest waarschijnlijk voor, ook wegens den vorm en de geaardheid van dat bloembladachtig orgaan zelf; het vertoont geenerlei kenteekenen van vergroeid zijn uit twee organen, en herinnert daarentegen wel, door zijn geknikten vorm en de geaardheid van het topgedeelte, aan het schild met zijn filament. Er is slechts éénе kleine bizonderheid, waarvan ik, in die onderstelling, niet goed rekenschap kan geven, namelijk deze: het gynostemium vertoont aan zijn uiteinde, boven en vóór de zijdelingsche vruchtbare antherae, drie kleine puntjes, niet zoo sterk sprekend als in de figuur, maar toch duidelijk aanwezig. De twee buitenste zijn zeer goed verklaarbaar; elke normale meeldraad is tweetakkig, de bovenste (buitenste) tak eindigt in een spitsen punt, de onderste (binnenste) draagt de anthera, en zoo kunnen twee der drie tandjes als de buitenstukken der zijdelingsche meeldraden worden aangemerkt; maar de vraag blijft, wat het middelste puntje beteekent. Is het een toevallig resultaat van de zeer gewijzigde vergroeiing, of wellicht de ondertak van den sterielen meeldraad, terwijl de boventak zich heeft losgemaakt en tot bloembladachtig staminodium heeft ontwikkeld? Wellicht zou het onderzoek van het verloop der vaatbundels, waarvan Darwin en van Tieghem tot het herkennen van de oorspronkelijke symmetrie der orchideën gebruik gemaakt hebben, hieromtrent opheldering kunnen geven. Ik heb echter het voorwerp liever willen bewaren voor eventueele latere vergelijking met andere gevallen, dan het aan dit anatomisch onderzoek op te offeren, en zoo moet ik dus dit punt eenigermate in twijfel laten. In elk geval, hetzij dit bloembladachtig orgaan als staminodium, in de plaats van den sterielen meeldraad, moet worden beschouwd, hetgeen mij het waarschijnlijkst voorkomt, dan wel als ontstaan uit de vergroeiing van de twee laterale bloembladen, in elk geval is zijne ontwikkeling daar ter plaatse gemotiveerd door het opengevallen zijn der daarmede correspondeerende plaats in den buitensten krans.

De toenadering der twee vruchtbare meeldraden verklaart zich voorts van zelf uit het weggevallen zijn van den anders daartusschen geplaatsten sterielen; en uit die toenadering wederom de abortus van het onmiddellijk daarbij geplaatste carpellum.

Het ovarium, ofschoon bicarpellair, levert een grond te meer op, om de monstruositeit niet als eene typische dimerie te beschouwen. In de eerste plaats toch staan de carpellen niet diametraal tegenover elkander. Hunne middelnerven zijn, onder een hoek van 120° met elkander, schuins geplaatst naar de zijde van het labellum, hunne ééne helft, naar dien kant, is op de gewone wijze ontwikkeld, en heeft aan de randen eene krachtige placenta gevormd, hunne andere helft heeft zich blijkbaar verbreed, om de plaats van een naar die zijde opengevallen ruimte te vullen; de placenta naar die zijde is veel zwakker; het ovarium is dus ook een trimere krans, waarvan één element is weggevallen, niet een typisch tweetallige krans van aan elkander tegenovergestelde elementen. Bovendien zou men, bij typische dimerie, een anderen stand der carpella moeten verwachten, namelijk eenen gekruist met de twee aanwezige meeldraden, terwijl zij nu, in het diagram, daarmede parallel zijn.

De geheele monstruositeit laat zich dus, als mijne verklaring juist is, afleiden uit de storing, door een tusschengevoegd orgaan te weeg gebracht, en de correlatieve werkingen van een stelsel bij elkander geplaatste organen op elkander. Het is vooral uit dit oogpunt, dat ik haar belangrijk genoeg achtte, om ze in deze vergadering te behandelen. Wil men het geval, naar deze verklaring, onderscheiden door een bizonderen naam, dan stel ik voor *stasiastie* in het algemeen als storende invloed, en wordt dus dit speciale geval een van *stasiastische dimerie.*

Wij merkten in den beginne op, dat, in de monstreuse bloem dezelfde uitrijke symmetrie als in de normale wordt aangetroffen, doordien de kelkbladen geheel in de richting vallen van de bloembladen, en het eene bloemblad in de richting van het thans ontbrekende kelkblad. Zij vervangen als het ware elkander; en, in zoo verre de relatieve positie der deelen in de normale bloem eene biologische beteekenis heeft, kan men ook zeggen, dat eene verwisseling van rollen heeft plaats gegrepen. MASTERS merkt (l. c. p. 95) bij eene monstruositeit van *Odontoglossum* en van *Lycaste Skinneri*, waar het labellum ontbrak en daarentegen de twee zijdelingsche sepala zoodanig met elkander vergroeid voorkwamen, dat zij de positie van het labellum innamen en dit in zekeren zin vervingen, het volgende op: „Soortgelijke gevallen zijn te meer belangrijk in betrekking tot de bevruchting van deze bloemen, door insecten; het schijnt alsof, wanneer het labellum, dat eene zeer gewichtige rol vervult in het aanlokken

en leiden der insecten, ontbreekt, in zijn plaats door andere middelen wordt voorzien." Het spreekt echter wel van zelf, dat dit slechts een secundair verschijnsel wezen kan, dat biologische invloeden, langs den weg der natuurkeus, niet hebben kunnen werken op een ééns voorkomend geval, dat zich niet door geslachten heeft voortgeplant. Alleen in zooverre kan hier van biologische invloeden op den vorm der monstreuse bloem sprake zijn, als deze aandeel hebben gehad in den vorm der normale, en dit aandeel, ten gevolge van den correlatieven invloed der deelen van het geheele systeem op elkander, bij verwisseling der elementen, zichtbaar is gebleven. Van belang voor de instandhouding der soort is dit ook juist niet; alleenlijk zou het kunnen leiden tot het erfelijk voortbestaan van de monstruositeit.

Verder is duidelijk, dat monstrositeiten als deze er toe kunnen leiden, om in den normalen bouw der bloem de verschillende samenwerkende oorzaken op te sporen. Zoo rijst, bij ons geval, als van zelf de vraag, waaraan het moet worden toegeschreven, dat bij de meeste *Cypripediums* de twee achterste kelkbladen tot één vergroeid zijn. Het naast voor de hand ligt, om dit op te vatten als een evenwichtstoestand tusschen de distichie der vegetatieve bladen en de trimerie der bloem. Als secundair gevolg van de verandering in den kelk treedt dan op de vermindering van den hoek tusschen de laterale bloembladen en het labellum, van 120° tot 90° of 60°. Indien echter bleek, dat deze neiging der laterale bloembladen tot het labellum eene belangrijke biologische beteekenis heeft, zou dit als primair verschijnsel en de vergroeiïng der achterste kelkbladen als secundair gevolg kunnen worden beschouwd. In elk geval lijdt geen twijfel, dat beide verschijnselen te samen hangen.

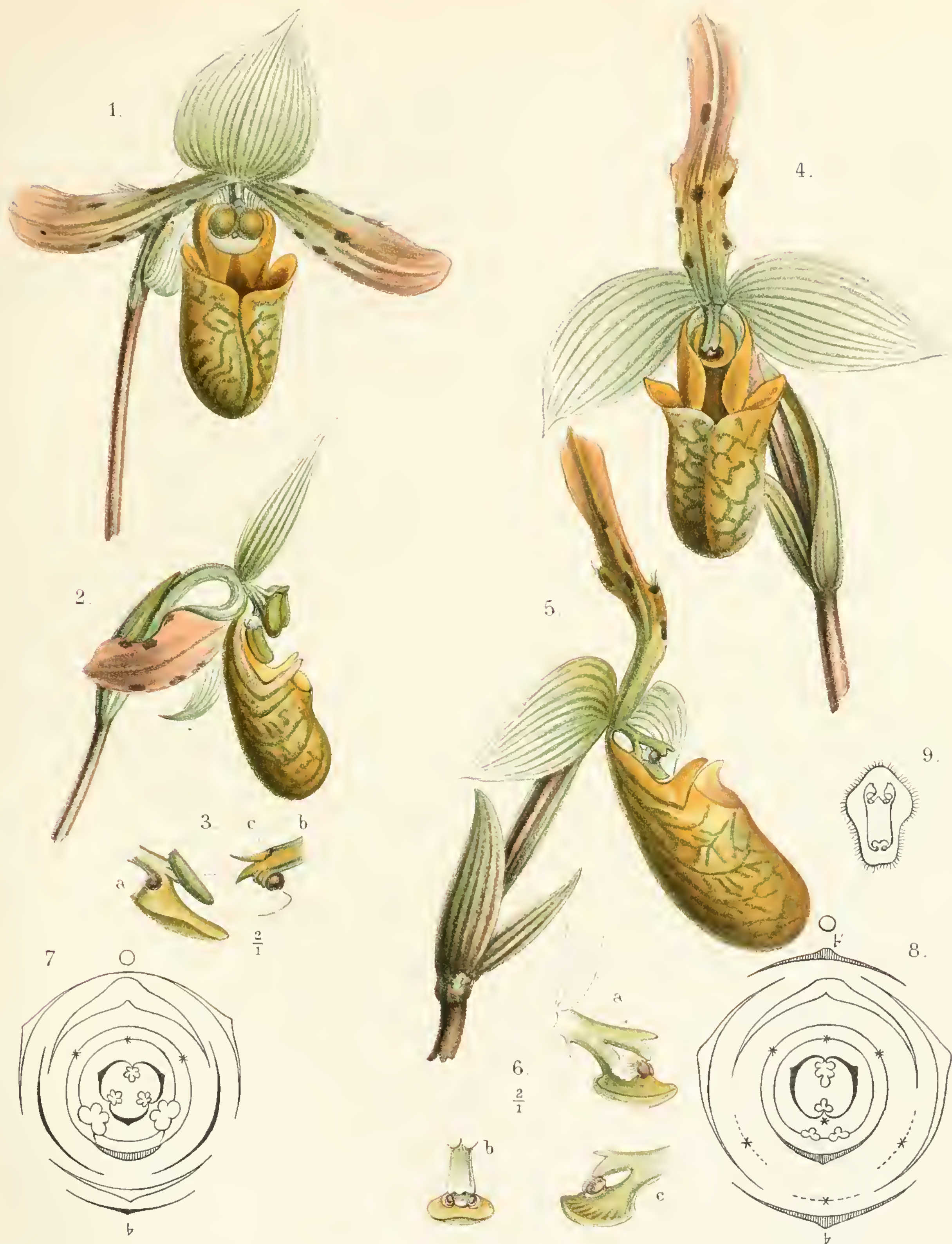
Ten slotte blijft nog over, de morphologische beteekenis van het extra dekblad te bespreken. Eichler (*Blüthendiagramme* l. c.) leidt uit de omstandigheid, dat bij dimerie van *Orchideën* de kelkbladen transversaal staan, af, dat bij deze planten voorbladen typisch ontbreken. Alsdan kan het nu te voorschijn gekomen dekblad ook niet als accidenteel ontwikkeld voorblad worden beschouwd, en kan dus de voorstelling van Morren dienaangaande niet worden aangenomen. Het is echter ook niet noodig, hier, in morphologischen zin, aan een voorblad te denken. Gelijk bekend is, is de enkele bloem van *Cypripedium* eene zijbloem in den oksel van het dekblad, terwijl de as verder niet ontwikkeld is. Somwijlen ontstaan echter meer bloemen in den oksel van nieuwe dekbladen, en zoo kan dit tweede dekblad eenvoudig worden beschouwd als het dekblad eener tweede zijbloem, die zelve geheel is achtergebleven, terwijl de as evenmin verder ontwikkeld is. Mechanisch kan het daarom denzelfden invloed als een voorblad uitoefenen, al heeft het ook morphologisch eene andere betee-

kenis. Bij *Cypripedium venustum* is het voorkomen van meer dan ééne bloem zeldzaam, maar toch waargenomen, bijv. door E. VAN FREYHOLD (*Bot. Verein d. Prov. Brandenburg*, *Sitz. vom* 24 Nov. 1876, refer: *Bot. Zeit.* 1878, p. 614). In het door hem waargenomen geval droeg de relatieve hoofdas twee bladen, en in de oksels van elk van deze eene bloem.

VERKLARING DER AFBEELDINGEN.

Fig. 1. Normale bloem van *Cypripedium venustum* WALL.
» 2. Dezelfde van ter zijde.
» 3. Monstreuse bloem van dezelfde, van voren gezien.
» 4. Dezelfde van ter zijde.
» 5. Tweemaal vergroot; *a*. het gynostemium van de monstreuse bloem van ter zijde; *b*. schuins van boven; *c*. van den anderen kant.
» 6. Diagram der normale bloem.
» 7. Diagram der monstreuse bloem.

In fig. 6 en 7,: *b*. de normale bractea, fig. 7: *b'*. de buitengewone bractea.



Steendr v. P.W.M. Trap.

ZUR

ONTOGENIE DER KNOCHENFISCHE

VON

C. K. HOFFMANN.



EINLEITUNG.

Im Frühling von 1879 habe ich mich an der Küste der Zuiderzee bei Monnikendam, mit der Entwickelungsgeschichte des Zuiderzeeherings beschäftigt, damals mehr aus praktischen Rücksichten, durch „het Collegie voor de Zeevisscherijen" dazu aufgefordert, als zu rein wissenschaftlichen Zwecken. Die Gelegenheit, die Entwickelungsgeschichte eines Fisches zu studiren, welcher für unser Vaterland von einer so grossen Bedeutung ist, war mir höchst angenehm.

Vom Hering habe ich Eier aus allen Entwickelungsstufen zum Theil in Lösungen von Bi. Chrom. Kal. von 5 pCt., zum Theil in den von Bi Chrom. Amm. von 5 pCt., zum Theil in Lösungen von Osmiumsäure von $^1/_{10}$ pCt.—1 pCt., zum Theil in Lösungen von Osmiumsäure und Bi. Chrom. Kal. conservirt.

Von allen den in Rede stehenden Conservirungsflüssigkeiten sind Lösungen von Bi. Chrom. Amm., von Osmiumsäure, von Mischungen von Osmiumsäure und Bi. Chrom. Kal. nicht zu empfehlen. Nur für das Studium junger nicht geschlechtsreifer Eierstockeier leistet die Osmiumsäure (in schwachen Lösungen von $^1/_{10}$ pCt.—$^1/_5$ pCt) gute Dienste. Wohl zu empfehlen dagegen sind die Lösungen von Bi. Chrom. Kal. von 5 pCt.

A 1

Von den ersten vier Stunden nach der Befruchtung habe ich die Eier von Viertelstunde zu Viertelstunde, von der fünften Stunde bis zum Ende des zweiten Tages von Stunde zu Stunde, von dem Anfang des dritten Tages bis zum Ende des sechsten Tages jede zwei Stunden und von dem Anfang des siebenten Tages bis zum Auschlüpfen jede vier Stunden bewahrt.

Bekanntlich verdanken wir KUPFFER * eine schöne Monographie über die Entwickelungsgeschichte des Ostseeherings, welche mir bei meiner Untersuchung über die Entwickelung des Zuiderzeeherings von sehr grossem Nutzen und grosser Bequemlichkeit war. Als ich nachher zu Hause die auf oben angegebene Weise conservirten Eier in feinen Querschnitten genauer untersuchte, ergaben sich neben Punkten von grosser Uebereinstimmung, auch solche von so grossen Differenzen, dass ich die erste Gelegenheit benützte, um an anderen Arten und Gattungen von Knochenfischen die beim Hering angefangenen Studien weiter fortzusetzen.

Hierzu bot sich sehr bald günstige Gelegenheit, denn schon im Frühling und Sommer vorigen Jahres konnte ich in der zoologischen Station in Neapel die Ontogenie zahlreicher anderer Knochenfische studiren.

Allererst wurden mir in Neapel die schon von HAECKEL † und VAN BENEDEN § untersuchten, schönen, wasserklaren, pelagischen Eier gebracht, die bei günstigem Wetter jeden Tag in ziemlich grosser Menge gefischt werden. Bei einer genaueren Untersuchung dieser Eier ergab sich, dass es wenigstens 12—14 Arten von Knochenfischen sein müssen, welche solche Eier produciren.

HAECKEL (l. c.) sagt von diesen Eiern folgendes „Unter den verschiedenen Teleostier-Eiern, welche wir während unseres Aufenthaltes in Ajaccio (im Frühling) erhielten, waren von besonderem Interesse einige vollkommen durchsichtige pelagische Laich-Arten.

Jedoch war nur eine von diesen Laich-Arten so häufig, dass ich sie genauer untersuchen konnte. Dieser Laich bildet kleine weiche Gallertklumpen, in welche zahlreiche, kleine, vollkommen durchsichtige Eier eingebettet sind. Ich vermuthe, dass sie der *Lota* selbst oder einem *Lota* verwandten Gadoiden angehören, angesichts der auf unsere Eier passenden Schilderung, welche RETZIUS

---

* C. KUPFFER. Die Entwickelung des Herings im Ei, in *Jahresb. der Comm. zur wissenschaftlichen Untersuchung der Deutschen Meere in Kiel* für die Jahre 1874, 1875, 1876, IV, V, VI, Jahrg.

† E. HAECKEL. Die Gastrula und die Eifurchung, in *Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft*, Bd. IX, p. 402, 1875.

§ E. VAN BENEDEN. Contribution à l'historie du développement embryonnaire des Téléostiens, in *Bulletins de l'Académie royale des sciences de Belgique*, 2 Serie, T. XLIV, p. 742, 1877.

von den ähnlichen Eiern des Gadus lota gegeben hat. Die fraglichen, vorläufig als Gadoiden-Eier zu bezeichnenden, pelagischen Teleostier-Eier sind vollkommen farblose und durchsichtige Kugeln von 0,64—0,66 Mm. Durchmesser. Die äussere Eihaut ist vollkommen homogen und structurlos, sehr dünn, aber fest und elastisch. Den grössten Theil des Innenraums erfüllt der Nahrungsdotter, welcher aus zwei völlig getrennten Theilen besteht, einer grossen, wasserhellen Eiweisskugel und einer kleinen, glänzenden Fettkugel. Da die Fettkugel der specifisch-leichteste Theil des Eies ist, so ist sie an dem schwimmenden Ei stets nach oben gekehrt, während der kleine, am entgegengesetzten Polen der Eiachse befindliche „Bildungsdotter" nach unten gekehrt ist."

Ich bin nicht im Stande gewesen festzustellen, welcher Fischart diese Eier angehören.

Van Beneden (l. c.) sagt von den während eines Aufenthaltes in August und September in Villa Franca bei Nizza von ihm untersuchten pelagischen Eiern folgendes „Plusieurs fois les pêcheurs m'apportèrent des masses d'apparence gelatineuse recueillies à la surface de la mer et formées de centaines ou de milliers d'oeufs agglutenés ensemble. Ces oeufs presentaient tous les caractères de ceux que je rencontrais journellement détachés les uns des autres: ils avaient les mêmes dimensions, la même transparence, la même composition. Il est probable que les oeufs agglutinés proviennent du même poisson que les oeufs que l'on pêche isolés. Il semble que, pondus en masses, ils restent quelque temps agglutinés pour se séparer ensuite et flotter alors, libres de toute adhérence, à la surface de la mer. Je dois ajouter cependant, qu'ayant conservé ces grappes dans des vases, afin de suivre pas à pas les modifications qui se produisent, je ne vis jamais les oeufs se détacher les uns des autres.

Les oeufs que j'ai trouvés à Ville Franche et ceux qui ont servi aux recherches de Haeckel présentent les plus grandes analogies. Trouvés dans les mêmes conditions, sur le même point des côtes de la Méditerranée, ils ont à peu près les mêmes dimensions, la même apparence et la même composition. Au moment de la ponte ils sont agglutinés en amas de volume variable, dont la forme ne présente rien de constant. Cependant la quantité de matière qui les réunit, était en ce qui concerne mes oeufs fort peu considérable, de sorte que je ne pourrais pas dire comme Haeckel, que les oeufs sont empâtés dans une substance homogène; il n'est pas possible d'isoler des fragments de cette substance unissante et il est à peine possible de l'apercevoir entre les oeufs, quand même on se sert de forts grossissements. Mes oeufs ont un diamètre de 0,80—0,85 de millimètre. Ils sont complètement incolores et ont la transparence du cristal. Leur membrane est très mince, on ne peut y découvrir

*

ni pores en canicules, ni ponctuation d'aucun genre; elle est homogène, assez resistante, fort elastique et assez étroitement appliquée sur le vitellus. Tous les oeufs ont la forme d'un ellipsoïde de révolution, très-voisin de la sphère: le grand axe est d'un sixième à peine plus grand que le petit. A l'une des extrémités du grand axe (pôle animal) se trouve le disque germinatif. Toujours le pôle animal était dirigé vers la profondeur, le pôle végétatif vers la surface. J'ai constaté que, dans mes oeufs, la position du globe huileux était tout à fait constante: il était toujours excentriquement placé et occupait invariablement l'hémisphère végétatif de l'oeuf." Aus dem Mitgetheilten geht also bestimmt hervor, dass die von HAECKEL untersuchten Eier andere sind als die welche VAN BENEDEN beschreibt. Indessen hören die von VAN BENEDEN erwähnten Eier jedenfalls wohl zwei verschiedenen Fischspecies an. Die isolirt gefundenen Eier stimmen in Bau vollkommen mit den von Serranus scriba überein, dessen Geschlechtsreife in Neapel gegen Ende Juli eintritt. Die anderen Eier, von welchen es heisst „ils sont agglutinés en amas de volume variable" sind sehr wahrscheinlich von Fierasfer acus. Von Serranus habe ich die Entwickelungsgeschichte nicht studiren können, wohl dagegen von Fierasfer, obgleich ich nicht Gelegenheit hatte, hier die künstliche Befruchtung anzustellen, so dass ich über die ersten Stadien nichts mittheilen kann.

Die im Frühling in Neapel häufigst vorkommenden pelagischen Eier sind die von Julis (J. vulgaris, turcica, giofredi). Von Julis vulgaris habe ich die ganze Ontogenie studiren können.

Die schönsten pelagischen Eier sind wohl von Scorpaena (S. porcus und scrofa). Auch von diesen beiden Fischarten konnte ich die ganze Entwickelung studiren.

Zu den übrigen untersuchten pelagischen Eiern habe ich die Mutterthiere nicht auffinden können.

Ich habe weiter die Entwickelungsgeschichte von Gobius (G. minutus, sp. und niger) untersucht. Künstliche Befruchtung konnte ich hier dagegen nicht anstellen. Von Crenilabrus (C. pavo, griseus, ocellatus) habe ich Gelegenheit gehabt, die ganze Entwickelung bei Crenilabrus pavo zu verfolgen. Ich habe weiter in meinen Untersuchungen die Ontogenie von Heliasis chromis, von Syngnathus acus und pflegon, von Hippocampus brevirostus und von einem Knochenfisch aufgenommen, den ich nicht mit Bestimmtheit unterbringen kann. Am wahrscheinlichsten kommt es mir vor, dass letzterer einer Blennius-Art angehört, ich werde ihn daher als Blennius bezeichnen; obgleich ich es durchaus nicht mit Bestimmtheit angeben kann,

dass es eine Blennius-Art ist. Auf den Bau der Eier selbst habe ich noch eine grosse Anzahl anderer Knochenfische untersucht.

Während meines Aufenthaltes in Neapel habe ich gleichzeitig die Entwickelungsgeschichte von Amphioxus lanceolatus und einiger Knorpelfische (Scyllium, Pristiurus, Torpedo) studirt, weniger zu dem Zwecke darüber neue Untersuchungen anzustellen, als um dieselben so viel wie möglich als Ausgangs- und Vergleichungspunkte bei der so höchst schwierigen und interessanten Frage von der Anlage der Keimblätter bei den Knochenfischen zu benützen.

Die Eier der Knochenfische sind zum Theil in Lösungen von Bi. chrom. Kal. von 5 pCt., zum Theil in der bekannten KLEINENBERG'schen Pikrin-Schwefelsäure-Lösung conservirt Für die Embryonen der Knorpelfische habe ich mit mehr oder weniger günstigem Erfolg Mischungen von KLEINENBERG'scher Pikrin-Schwefelsäure und Chromsäure, mit ungünstigem Erfolg die von PAUL MAYER empfohlene Pikrin-Salpetersäure angewendet.

Am meisten zu empfehlen ist wohl die Pikrin-Schwefelsäure.

I. ALLGEMEINES UEBER DIE ONTOGENIE EINIGER KNOCHENFISCHE.

Aus KUPFFER's Untersuchungen (l. c.) geht hervor, dass in der Ostsee zwei Heringracen angetroffen werden: der Frühjahrshering und der Herbsthering. Der erste laicht in schwach salzigem Wasser an seichten Stellen, in der Zeit von Anfang April bis Mitte Juni. Die Hauptlaichzeit fällt in den April und Mai. Der Herbsthering frequentirt die Laichplätze des Frühjahrsherings nicht. Letztgenannter laicht dagegen in salzigerem Wasser im September bis Mitte October. Die Eier des Herbstherings entwickeln sich bei kalter Temperatur (9—11° C.) und bei einem Salzgehalt des Wassers von etwa 2 pCt. genau in derselben Zeit und unter Einhaltung desselben Verlaufs in den einzelnen Phasen, wie die Eier des Frühjahrsherings der Schlei bei warmer Temperatur (14—20° C.) und in Wasser mit nur 0,5 pCt. Salz. Und von dem Frühjahrshering giebt KUPFFER an, dass aus künstlich befruchteten Eiern bereits am 6. Tage einige Embryonen, am 7. die Mehrzahl, andere noch am 8. aus den Eihüllen schlüpften. In der westlichen Ostsee vollzieht sich also die Entwickelung des Herings im Ei unabhängig von der Temperatur und dem Salzgehalt des Wassers bis zum 7. Tage, vom Momente der Befruchtung an gerechnet.

Die von KUPFFER erhaltenen Resultate stehen, wie er selbst angiebt in

Uebereinstimmung mit WIDEGREEN's * Angaben, dass während der an der schwedischen Küste beobachteten Augustperiode des Laichens, die jungen Heringe in 6—8 Tagen aus dem Ei schlüpfen. Für den Frühjahrshering der schwedischen Küste, der im Mai laicht, giebt er aber eine doppelt so lange Entwickelungsdauer (von 14—16 Tagen) an. Dagegen weichen, wie ich bei KUPFFER angegeben finde, die Angaben von A. BOECK † über die Entwickelung des norwegischen Frühjahrsherings bedeutend von den von KUPFFER ab. Nach BOECK nämlich dauert die Entwickelung des norwegischen Frühjahrsherings 24 Tage. An diesem Tage und der folgenden Nacht schlüpfen die meisten aus. Dieser Tag würde mithin dem 7. Tage an KUPFFER's Beobachtungsmaterial entsprechen. Diese bedeutende Verlängerung des Vorganges kann nach ihm möglicher Weise durch die beträchtlich niedrige Temperatur bedingt sein, denn der sogenannte Frühjahrshering der Norweger ist eigentlich ein Winterhering, seine Laichzeit fällt in den Januar und Februar und die Wassertemperatur wird von BOECK auf 3—4° C. angegeben. Indessen möchte KUPFFER es doch bezweifeln, dass die äusseren Bedingungen zur Erklärung der Differenz ausreichen. Es liegen nämlich noch andere, nicht gering anzuschlagende Unterschiede vor. Der Ostseehering schlüpft aus bei einer Länge von 5,2—5,2 Mm., der norwegische erreicht im Ei eine Länge von 10 Mm.

MEYER § hat einige höchst interessante Mittheilungen veröffentlicht über den Einfluss der Temperatur auf den Entwickelungsgang des Ostseeherings und er ist zu folgenden Resultaten gekommen.

1. Nicht so wohl die Temperatur zur Laichzeit, sondern ein gewisses Wärmequantum während der ganzen Entwickelungszeit bestimmt die Dauer derselben.

2. Diese kann auf allen Stufen durch Kälte verzögert und durch Wärme wieder beschleunigt werden.

3. Durch Versetzung von Eiern und ausgeschlüpften Jungen aus Wasser von 13° C. in solches von nur 3,5° C. erleiden dieselben keinen ersichtlichen Nachtheil.

4. Die Entwickelung im Ei währt bei einer Temperatur von 3,5° C. etwa 40 Tage, von 7—8° C. etwa 15 Tage, von 10—11° C. etwa 11 Tage.

---

* H. WIDEGREEN. Einige Worte über die heringsartigen Fische. Stockholm 1871.

† A. BOECK. Om Silden og Sildefiskerierne navnlig om de norske Vaarsildfiske, 1871, Christiania.

§ H. A. MEYER. Beobachtungen über das Wachsthum des Herings im westl. Theile der Ostsee, in *Jahresb. der Comm.* etc., Bd. IV, V, VI, p 224, 1874, 1875, 1876.

Bei einer nur wenig höheren und bei bedeutend höherer Temperatur tritt dann die fast gleiche von 6 bis 8 Tagen ein. Die grösste Verzögerung findet also in den Wärmengraden unter 7° C. statt.

Es scheint, dass die Länge der ausschlüpfenden Jungen zunächst von der Grösse, zu der sich die Eier ausdehnen, abhängig ist. So schlüpften, wie MEYER angiebt, schon bei 11 tägiger Entwickelungszeit in freiem Wasser aus den grössten Eiern viele Hundert von 7.1 bis 7.3 mm. und manche längere selbst bis 8.0 mm. aus. Dagegen auch aus kleinen Eiern gleichzeitig kleinere von 5.5 bis 7 mm., unter 6 mm. jedoch wenige.

In der Zuiderzee kommt nur eine Heringrace vor. Dieselbe laicht in April; bei kurzen Wintern und warmen Frühjahren etwas früher, bei langen Wintern und kalten Frühjahren etwas später. Die Eier entwickeln sich nur regelmässig in strömendem Wasser. Das Wasser wurde zwei Mal täglich erneuert. Der Salzgehalt des gebrauchten Zuiderzeewassers war, als Minimum 0.706 pCt., als Maximum 0.788 pCt., der mittlere Gehalt aus 30 Bestimmungen 0.743 pCt.

Von Morgens 8 bis Abends 8 Uhr, wurde jede zwei Stunden die Temperatur des Brutwassers und des Zimmers, in welchem die Aquarien standen, aufgenommen. Die niedrigste Temperatur des Seewassers war 7.2° C., die höchste 11.5° C., die mittlere Temperatur aus 105 Wahrnehmungen 9.4° C. Die niedrigste Temperatur des Zimmers, in welchem die Aquarien standen, war 6.6° C., die höchste 14.4° C., die mittlere Temperatur aus 105 Wahrnehmungen 11.5° C. Bei einem mittleren Salzgehalt von 0.743 pCt., und bei einer mittleren Temperatur des Wassers von 9.4° C. dauert die Entwickelungszeit des Zuiderzeeherings 12 Tage. Die ausgeschlüpften Jungen haben eine Länge von 6.2—6.4 mm. Bei dem Ostseehering beginnt, wie KUPFFER mittheilt, die Zellenmasse des Keimes, der bisher annähernd die Form eines Kugelsegmentes bewahrte, sich 17 Stunden nach der Befruchtung über die dem Keimpol zugekehrte Hälfte der Dotterkugel auszubreiten, bei dem Zuiderzeehering tritt dies erst nach 28 Stunden ein; bei dem Ostseehering tritt die einseitige Verdickung auf nachdem die Dotterkugel zu Hälfte umwachsen ist, etwa um die 24ste Stunde, bei dem Zuiderzeehering 40 Stunden nach der Befruchtung; bei dem Ostseehering ist nach 33 Stunden die Umwachsung des Dotters durch die Keimhaut beendigt, bei dem Zuiderzeehering erst in der ersten Hälfte des dritten Tages. Bei den ausgeschlüpften Jungen des Ostseeherings pulsirt das Herz kräftig und in raschem Rhythmus, die Flüssigkeit die es bewegt, ist aber ein aller festen Partikeln entbehrendes

Serum und enthält noch keine Spur von Blutkörperchen; dasselbe gilt auch von den ausgeschlüpften Jungen des Zuiderzeeherings.

Es scheint dass alle Knochenfische, welche ihre Eier pelagisch absetzen, sich auch dadurch auszeichnen, dass ihre Eier vollkommen klar und durchsichtig sind. Bei allen diesen Eiern verläuft die Entwickelung überaus schnell, und die Jungen schlüpfen in einem noch viel früheren Stadium aus den Eihüllen als beim Hering der Fall ist.

Bei Julis vulgaris dauert die Entwickelungszeit 52 Stunden. 12 Stunden nach der Befruchtung ist der Furchungsprocess beendigt und fängt die Umwachsung des Keimes über die dem Keimpol zugekehrte Dotterhälfte an. Noch bevor der Dotter zur Hälfte umwachsen ist, tritt die einseitige Verdickung auf. Nach 24 Stunden ist die Umwachsung des Dotters durch die Keimhaut beendigt, die Segmentirung in Urwirbelplatten hat dann schon eben angefangen, so wie die Anlage der primären Augenblase. Am Anfang des dritten Tages (nach 52 Stunden) schlüpft der Embryo aus; die Chorda ist dann fast überall zu secundären Chordazellen umgebildet, nur der hintere Theil besteht noch aus primären Chordazellen. Es hat sich noch kein Pigment in den Augen abgesetzt; das Herz pulsirt kräftig, enthält aber noch kein Blut. In dem Augenblick, in welchem der Embryo ausschlüpft, umspannt er noch nicht vollständig den ganzen Dotter.

Bei Scorpaena porcus und scrofa dauert die Entwickelungszeit 58 Stunden. 12 Stunden nach der Befruchtung fängt der Keim sich über die dem Keimpol zugekehrte Dotterhälfte auszubreiten an. Noch ehe der Dotter zur Hälfte umwachsen ist, zeigt sich die einseitige Verdickung. Nach 29—30 Stunden ist die Umwachsung beendigt, die Anlage der Chorda deutlich und schon 3—4 Urwirbel vorhanden. Am Ende des zweiten Tages (um die 48. Stunde) fangen die Embryonen an leicht zu zücken und um die 58. Stunde schlüpfen sie aus den Eihüllen. Dieselben haben dann ebenfalls noch kein Pigment in den Augen, der hintere Theil der Chorda besteht noch aus primären Chordazellen, und obgleich das Herz kräftig pulsirt, ist noch kein Blut vorhanden. Die Embryonen von Scorpaena porcus und scrofa sind also bei dem Ausschlüpfen aus dem Ei ebenso durchsichtig als wie von JULIS.

Nicht so genau kann ich die Entwickelungszeit bei Fierasfer acus angeben, indem ich keine Gelegenheit hatte, die Eier künstlich zu befruchten. Ich erhielt die Eier erst, nachdem der Furchungsprocess schon ziemlich weit gefördert war. Höchst wahrscheinlich wird die Entwickelungszeit hier auch nur

58—60 Stunden dauern und die Embryonen schlüpfen in derselben niedrigen Entwickelungsstufe aus, wie dies für Julis und Scorpaena beschrieben ist.

Auf ähnliche Weise verhalten sich nun auch die übrigen vollkommen klaren, pelagischen Eier, von welchen ich die Mutterthiere nicht angeben kann.

Bei Crenilabrus (Crenilabrus pavo) dauert die Entwickelungszeit ungefähr 7 Tage. 30 Stunden nach der Befruchtung ist hier der Dotter umwachsen, der Embryo ist dann schon deutlich angelegt, die Chorda und die Anlage des Auges sind schon sichtbar. Beim Anfang des vierten Tages zucken die Embryonen schon. Am fünften Tage entwickelt sich das Pigment in den Augen. Am sechsten Tage nimmt die ganze Entwickelung, besonders die des Pigmentes in den Augen noch zu, und am siebenten Tage werden die Embryonen frei. Beim Ausschlüpfen ist von Blutkörperchen noch nichts zu sehen.

Bei Gobius (G. minutus) dauert die Entwickelungszeit ungefähr 12 Tage. Nach 20 Stunden ist die Furchung beendigt und fängt die Umwachsung des Keimes über die dem Keimpol zugekehrte Dotterhälfte an. Nach 44 Stunden ist der Dotter umwachsen. Kurz vor der Umwachsung tritt die einseitige Verdickung auf. Beim Anfang des dritten Tages ist der Embryo schon deutlich angelegt Am 7. Tage zeigen sich die ersten Blutkörperchen in der Circulation. Am 10. Tage ist der Embryo eigentlich schon fertig, prachtvoll ist die Circulation zu sehen und die Zahl der Blutkörperchen ist schon eine recht bedeutende. Am 11. Tage entwickeln sich die Embryonen noch weiter, und am 12. Tage schlüpfen die meisten aus, einzelne schon am 11. Tage.

Bei Heliasis chromis kann ich die Entwickelungszeit nicht so genau angeben, indem ich die Eier nicht bis zum Ausschlüpfen züchten konnte. Am Anfang des zweiten Tages war der Dotter fast vollständig umwachsen, und die einseitige Verdickung schon vorhanden. Nach 32 Stunden war die Chorda schon deutlich zu sehen und zählte man bereits 3 bis 4 Urwirbel. Ungefähr um diese Zeit ist die Umwachsung fertig. Am Ende des vierten und beim Anfang des fünften Tages fängt das Pigment in den Augen an sich zu entwickeln und höchst wahrscheinlich schlüpfen die Embryonen am 7. Tage aus, ohne dass Blutkörperchen vorhanden sind. Bei den Eiern welche ich als die einer Blennius-Art bezeichnet habe, dauert die Entwickelungszeit 15—16 Tage. Erst im Laufe des zweiten Tages ist der Furchungsprocess beendigt und gegen das Ende des zweiten Tages beginnt der Keim sich über die dem Keimpol zugekehrte Hälfte auszubreiten. Am Anfang des dritten Tages tritt die einseitige Verdickung auf, der Dotter ist dann noch nicht bis zum Aequator umwachsen, denn erst gegen die Mitte des dritten Tages erreicht der Keim den Aequator. Erst am Anfang des vierten Tages ist der Dotter umwachsen, man zählt dann bereits

8—10 Urwirbel, die Anlage des Auges, des Herzens und der von KUPFFER als „Allantois" bezeichneten Blase ist ebenfalls schon vorhanden.

Am Ende des siebenten und Anfang des achten Tages zeigen sich schon die ersten Blutkörperchen, die Entwickelung schreitet dann im Ei immer langsam fort und erst am 15—16. Tage schlüpfen die Embryonen aus.

Aus dem Mitgetheilten geht also hervor, dass die wasserklaren, pelagisch abgesetzten Eier am schnellsten sich entwickeln. Man findet diese Eier denn auch gewöhnlich nur in zwei Entwickelungsstufen, in der einen ist der Keim schon mehr oder weniger weit gefurcht, in der anderen ist der Embryo schon mehr oder weniger weit entwickelt. Aehnliches giebt VAN BENEDEN an (l. c.), denn er sagt „dans tous les amas d'oeufs qui m'ont été rapportés, les oeufs étaient ou bien en voie de fractionement, ou bien ils renfermaient des embryons à peine ébauchés. Je n'ai jamais trouvé de grappes composées d'oeufs sur le point d'éclore, ni même d'embryons pourvus de leurs vertèbres primordiales. Par contre, je n'ai jamais peché à l'état de liberté des embryons assez jeunes pour qu'il fût possible de leur utiliser pour l'étude de la formation des feuillets."

So zahlreich auch die wasserklaren, pelagischen Eier im Auftrieb sind, so überaus selten sind die ausgeschlüpften Embryonen. Obgleich ich jeden Tag den Auftrieb untersuchte, ist es mir nur äusserst selten gelungen solche Embryonen aufzufinden und ältere Embryonen traf ich niemals an.

Wie schon hervorgehoben sind es wenigstens 12—14 Arten von das Mittelmeer bewohnenden Knochenfischen, die pelagische, vollständig pellucide Eier produciren, Fische die zu sehr verschiedenen Gattungen gehören. Auch RETZIUS * und VAN BAMBEKE † berichten über solche wasserklare Eier. So sagt RETZIUS von den geschlechtsreifen Eiern der Aalquappe „Sie enthalten einen einzigen, grossen Oeltropfen, schwimmend in der eiweissähnlichen Flüssigkeit, dieselbe ist ganz klar, ohne Einmengung der feineren Tropfen" und von demselben Fisch sagt VAN BAMBEKE „Le globe vitellin est d'une transparence parfaite et renferme une goutelette (huileuse?), très refringente, d'une teinte jaunâtre, parfai-

---

* A. RETZIUS. Ueber den grossen Fettropfen in den Eiern der Fische, in J. MÜLLER's *Archiv*, 1855, p. 34.

† VAN BAMBEKE. Recherches sur l'embryologie des poissons osseux, in *Mémoires couronnés et mém. des sav. étrangers de Belgique*, T. XL, 1876.

tement sphérique." Es ergiebt sich also, dass es zahlreiche Knochenfische sind, welche derartige Eier produciren.

Ich werde schliesslich noch einige Maasse über die Länge der ausgeschlüpften Jungen mittheilen. Bei Julis vulgaris haben dieselben eine Totallänge von 1.77 Millim., nur der Schwanz ist um ein beträchtliches Stück frei über den Dotter hinaus gewachsen, während dagegen der Rumpf noch nicht weiter als der Vorderrand des Dottersackes reicht.

Länge des Dottersackes.	=	0.9	Millim.
Vom hinteren Rande des Dottersackes bis zum Anus. .	=	0.15	"
Vom Anus bis zum hinteren Ende des Schwanzes. . .	=	0.72	"
		1.77	Millim.

Ungefähr ähnlich verhalten sich die ausgeschlüpften Embryonen von Scorpaena. Die Totallänge derselben ist = 2.07 Millim.

Länge des Dottersackes	=	0.96	Millim.
Vom hinteren Rande des Dottersackes bis zum Anus. .	=	0.07	"
Vom Anus bis zum hinteren Ende des Schwanzes . .	=	1.04	"
		2.07	Millim.

Die ausgeschlüpften Jungen von Crenilabrns pavo haben eine Totallänge von 3.6 Millim.

Vom Vorderende des Kopfes bis zum Dottersack . . .		0.42	Millim.
Vom Hinterende des Dottersackes bis zum After . . .	=	0.60	"
Vom After bis zum Schwanz	=	0.45	"
Vom After bis zum hinteren Schwanzende (inclusive Schwanzflosse)	=	1.48	"
		3.60	Millim.

III. Das Eierstockei und die Umwandlung desselben in das reife, befruchtungsfähige Ei.

Oogenese. Von allen untersuchten Knochenfischen habe ich gefunden, dass der Barsch das meist geeignete Object ist, um die erste Entstehung der

*

Eierstockeier zu studiren. Das Keimepithel bildet ein niedriges 0.024—0.026 Millim. hohes Cylinderepithelium. Untersucht man das gehärtete Ovarium auf feinen Querschnitten, dann ist es nicht schwierig Bilder zu finden, wie ich es auf Tag. I. Fig. 1 abgebildet habe. Das Keimepithel stülpt sich nämlich an mehreren Stellen nach innen ein, um kleine Schläuche zu bilden, die bekannten PFLÜGER'schen Schläuche. Beim Uebergang des Keimepithels in die PFLÜGER'schen Schläuche nehmen die cylindrischen Keimepithelzellen an Grösse anfangs kaum etwas ab, zeigen dagegen eine mehr rundliche Gestalt. In solchen Schläuchen begegnet man dann einer etwas grösseren Zelle, der bevorzugten, oder der Eizelle. In diesem Stadium enthält der grosse Kern, nur noch *ein* ziemlich grosses Kernkörperchen.

Taf I. Fig. 2 stellt ein etwas älteres Ei vor. Das Keimepithel ist nicht mehr unterbrochen, sondern setzt sich continuirlich über den schon vollständig abgeschnürten Schlauch hin fort. Die mit eingestülpten Keimepithelzellen sind stark abgeplattet und liegen mit grossen Zwischenräumen der Eizelle auf, und bilden so schon die erste Anlage des Follikelepithels. Die Theca folliculi ist eine sehr zarte, äusserst dünne Bindegewebslamelle. Das Kernkörperchen der Eizelle ist immer noch einfach. Taf I. Fig. 3 ist ein noch etwas älteres Ei, dasselbe ist schon allseitig von einem Follikelepithel bekleidet. Der Inhalt des Eies so wie der des Kernes ist immer noch eine homogene Masse, die nach Einwirkung von Essigsäure oder erhärtenden Flüssigkeiten feinkörnig erscheint. Dagegen enthält der Kern schon mehrere kleine Kernkörperchen. Die Eibildung findet also auch bei Knochenfischen durch Einstülpung von Zellenschläuchen vom Keimepithel aus statt.

Ueber die Oogenese bei den Knochenfischen besitzen wir Mittheilungen von WALDEYER *, BROCK † und KOLESSNIKOW §. WALDEYER giebt an, dass bei den von ihm untersuchten Species die Entwickelung der Eier genau so vor sich geht, wie bei den Fröschen. Am besten lässt sich dies nach ihm bei Esox

* WALDEYER. Eierstock und Ei, 1870.

† J. BROCK. Beiträge zur Anatomie und Histologie der Geschlechtsorgane bei den Knochenfischen, in *Morphol. Jahrb.*, Bd. IV, p. 505, 1878.

§ N. KOLESSNIKOW. Ueber die Eientwickelung bei Batrachiern und Knochenfischen, in *Archiv für mikrosk. Anatomie*, Bd. XV, p. 382, 1878.

nachweisen. Gerade wie beim Eierstock der Frösche finden sich nun zahlreiche kuglige oder schlauchförmige Anhäufungen von dunkelgekörnten, grösseren Zellen in die bindegewebige Wandung des Ovariums eingelassen, die mit den epithelialen Zellen der Innenwand in direkter Verbindung stehen, mitunter aber auch ganz isolirt, ohne allen Connex mit einer allgemeinen Epithelauskleidung, angetroffen werden. Auch hier unterscheidet man bald die Primordialeier als durch ihre Grösse und die Grösse des Kerns ausgezeichnete Zellen, die wiederum den eben geschilderten Epithelzellen vollkommen gleichen. Durch das Zwischenwuchern bindegewebiger Septa werden dann nach und nach die einzelnen Primordialeier mit den umgebenden Epithelzellen zu den kleinen Primordialfollikeln abgeschieden. Die Follikel haben aussen eine zarte, gefässführende, bindegewebige Wand; dann folgt das Follikelepithel als sehr plattzellige, äusserst dünne Lage, die noch am besten frisch in der Flächenansicht zu erkennen ist, dann der sehr feinkörnige Dotter, darin das grosse Keimbläschen, das ganz in seinem Verhalten an das der Frösche erinnert.

Nach Brock sind Ophidium barbatum, Serranus cabrilla, Perca fluviatilis und Zeus faber die günstigsten Objecte für das Studium der Oogenese, denn bei den beiden ersten Species ist das Keimepithel ein schönes, hohes Cylinderepithel, mit basalstehenden Kernen, bei Perca ist es schon bedeutend niedriger, walzenförmig mit grossen centralen Kernen, aber noch deutlich im Profil sichtbar, das von Zeus faber ist noch niedriger und oft schon undeutlich. Bei allen übrigen Fischen dagegen, insbesondere bei allen Cyprinoiden, Esoces und Salmoniden besteht das Keimepithel aus grossen, platten Pflasterzellen, mit eigenthümlich geschwungenen Contouren, welche vollkommen dem Epithel seröser Häute gleichen und wie dieses nur durch Silber sichtbar zu machen sind. In einem frisch abgelaichten Ovarium von Perca findet man nach Brock zwischen den jüngeren Eiern, welche bald mächtig zu wachsen anfangen, zahlreiche Anhäufungen von Zellen, welche dicht unter dem Epithel liegen und oft einen directen Zuzammenhang mit demselben unzweifelhaft erkennen lassen. Diese Anhäufungen sind selten schlauchförmig, meist mehr oder weniger rund oder keilförmig; die Zellen, aus denen sie bestehen, zeigen alle Uebergänge von denen des Keimepithels bis zu den kleinsten wirklichen Eiern und schon bei einer geringen Grössenzunahme zeichnen sie sich durch ihren hellen grossen Kern aus. Sowohl nach der Analogie, als auch nach den Uebergängen der Zellen zu Eiern, ist es kein Zweifel, dass man in diesen Einstülpungen die Bildungsstätte neuer Eier vor sich hat. Bei Perca sah Brock niemals eine Unterbrechung des Keimepithels, ja sogar die Einstülpungen sehr rasch durch eine Bindegewebsschicht von ihm getrennt werden, während

es dagegen bei Serranus cabrilla langsamer zu regeneriren scheint. Hier sieht man oft eine oder mehrere junge Eizellen, die schon eigene Follikel besitzen, so in das Epithel hineinragen, dass dasselbe eine vollkommene Unterbrechung erleidet, und es ist nach Allem wenigstens sehr wahrscheinlich, dass diese Eier aus den jüngsten Einstülpungen entstanden sind. Bei den Cyprinoiden sind im Ganzen hier alle Verhältnisse die gleichen, nur gelingt es wegen der Beschaffenheit des Keimepithels nicht, den wichtigen Nachweis des Zusammenhanges zwischen ihm und den Einstülpungen zu führen.

Uebrigens scheint nach Brock dieser ganze Process bei Fischen sehr schnell vorüber zu gehen. Durch das Hineinwuchern bindegewebiger Septa, wodurch die jungen Eier in eigene Follikel zu liegen kommen, werden die ursprünglichen Einstülpungen bald verwischt und neue scheinen schon kurze Zeit nach der Laichzeit nicht mehr gebildet zu werden, wenigstens ergaben ihm Eierstöcke, die er später als einen Monat nach derselben untersuchte, nur negative Resultate.

Hierin kann ich aber Brock nicht beistimmen, denn an Ovarien des Barsches, welche ich im Oktober und Februar untersuchte, fand ich, wenn auch nicht zahlreich, immer einige Pflüger'sche Schläuche und sehr junge Primordialeier.

Kolessnikow giebt an, dass bei allen von ihm untersuchten Knochenfischen der Modus der Entwickelung des Primordialeies und der Eifollikel ganz ähnlich der Entwickelung dieser Gebilde bei den Batrachiern ist. Am deutlichsten zeigt sich nach ihm dieser Process bei Perca, wo das Keimepithel aus schmalen und hohen Cylinderzellen besteht, die Grösse dieser Zellen beträgt ca 0.0232 Millim. Das Keimepithel dringt auch in das Stroma des Eierstockes ein und kleidet die bindegewebige Hülle jedes Eifollikels aus. Auf Querschnitten sieht man zwischen cylindrischen Keimepithelzellen mit rundem oder ovalem Kern einzelne vergrösserte runde oder ovale Zellen mit grossem Kern und vielen Kernkörperchen. Er hält diese Gebilde für die Primordialeier. Solche Primordialeier habe ich zwischen den Keimepithelzellen nie gesehen. Auch bei den jüngsten Primordialeiern in den Pflüger'schen Schläuchen fand ich immer nur noch ein Kernkörperchen in dem grossen Kern.

Kolessnikow theilt weiter mit, dass einzelne dieser Gebilde, welche er für Primordialeier hält, von einschichtigen, neben einander liegenden, kleinen Epithelzellen umgeben sind, aus welchen später das Follikelepithel gebildet wird. Durch dazwischen einwachsende Bindegewebszellen werden diese jungen Follikel von der Keimepithelschicht abgetrennt. Ausserdem kann man nach ihm sehen, dass an einzelnen Stellen das Cylinderepithel in das Stroma in Form von Zapfen

von 0.0465—0.093 Millim. Länge und 0.0465 Millim. Breite sich hineinerstreckt, dies sind die sogenannten PFLÜGER'schen Schläuche. Sie haben, wie ich KOLESSNIKOW beistimmen kann, keine Membrana propria, sondern sind nur von Bindegewebszellen und feinen Bindegewebsfasern umgeben.

Beim Uebergange des Keimepithels in die PFLÜGER'schen Schläuche nehmen, wie KOLESSNIKOW angiebt, die cylindrischen Zellen an Grösse ab und zeigen mehr rundliche Formen, so dass die blinden Enden der PFLÜGER'schen Schläuche nur noch aus runden Zellen bestehen. Diese Zellen haben grosse Kerne mit nur schmalem Protoplasmasaum, doch befinden sich zwischen ihnen einzelne noch grössere und protoplasmareiche Zellen mit grösserem Kern — das sind die Primordialeier.

Aus dem Mitgetheilten geht also hervor, dass in der Hauptsache die Wahrnehmungen über die Oogenese bei den Knochenfischen mit einander übereinstimmen und dass die Primordialeier durch Einstülpung von Zellenschläuchen vom Keimepithel aus entstehen.

Eihülle (Zona radiata). Wohl einer der interessantesten Theile des Fischeies ist die Eihülle, welche ich als „Zona radiata" bezeichnen werde. Ich habe bei den folgenden Arten den Bau dieser Eihülle genauer untersucht.

Hering. Beim Hering habe ich den Uebergang des Eierstockeies der ersten Generation in die der zweiten, mit anderen Worten, den Uebergang der jungen Eierstockeier in die allmählich reif werdenden aus Mangel an Material nicht beobachten können, so dass ich über den Bau der Zona bei jüngeren Eiern nichts mitzutheilen vermag. Eine Untersuchung des nahezu geschlechtsreifen Eierstockeies des Herings zeigt folgendes: Die Eihaut besteht aus zwei Schichten, die fest mit einander verbunden sind und die ich nicht von einander zu isoliren im Stande war. Die ganze Dicke der Eihaut beträgt 0.0325 Millim. Von dieser kommt der äusseren 0.010 Millim., der inneren 0.0225 Millim. zu (vergl. hierzu Taf. I, Fig. 4 und 5). Die äussere Schicht ist von zahlreichen feinen Porencanälchen durchbohrt. Eine scharf markirte dunkle Linie setzt die äussere Lage der Eihaut von der inneren ab. Letztere ist ebenfalls von sehr zahlreichen Porencanälchen durchbohrt, welche — wie mir scheint — noch feiner sind als die der äusseren Schicht. Ob die beiden Systeme von Porencanälchen unmittelbar mit einander zusammenhängen, weiss ich nicht, kommt mir aber

fraglich vor, besonders durch die scharfe Linie, die beide Schichten von einander trennt. Die innere zeigt nicht überall dieselbe Structur. Derjenige Theil der inneren Schicht nämlich, welcher der äusseren zugekehrt ist, ist mehr oder weniger deutlich concentrisch gestreift, indem diese concentrischen Linien die Porencanälchen rechtwinklig kreuzen, entsteht dadurch eine sehr grosse Zahl kleiner, quadratischer Felder; nach dem Dotter zu jedoch verliert sich diese concentrische Streifung. Gewöhnlich wird der Theil der inneren Schicht, welcher die concentrische Streifung zeigt, durch eine, wenn auch nicht scharfe Linie von dem anderen (dem Dotter zugekehrten) Theil abgesetzt. Diese Linie zeigt sich aber nicht an allen Eiern deutlich, bei einigen kommt sie ziemlich ausgeprägt, bei anderen schwach vor, bei noch anderen konnte ich sie nicht finden.

Nach Behandlung mit Pikrocarmin wird die äussere Lage gelb, die innere blassroth, durch Tinction mit Beale'schem Carmin erstere intensiv roth, letztere leicht rosaroth gefärbt, durch Haematoxylin wird die äussere Schicht intensiv blau, die innere blassblau tingirt. Mit Methylgrün gefärbt, erscheint erstere gelbgrün, die andere hellgrün. Osmiumsäure endlich färbt erstgenannte dunkelbraun, letztgenannte gelbbraun.

Beim vollständig geschlechtsreifen Ei zeigt aber die Eihaut des Herings eine andere Structur. Untersucht man Eier, welche einem geschlechtsreifen Weibchen entnommen, unmittelbar in eine Osmiumsäure-Lösung von $^1/_{10}$ pCt. übergebracht worden sind, dann zeigen feine Querschnitte folgendes: die äussere Schicht der Eihaut zeigt noch die dunkelbraune Färbung. Die Porencanälchen sind aber nicht deutlich mehr zu unterscheiden, ganz verschwunden sind sie jedenfalls doch noch nicht. In dieser Schicht bemerkt man aber jetzt eine grosse Zahl sehr kleiner, glänzender Kügelchen. Die concentrische Streifung der äusseren Partie der inneren Eihautschicht ist nicht viel deutlicher als beim noch nicht geschlechtsreifen Ei. Die ganze Eihaut aber bildet noch eine zusammenhängende Schicht.

Ist aber das geschlechtsreife Ei mit Seewasser in Berührung gewesen und dann in Osmiumsäure übergebracht, oder hat man die Eier in sehr verdünnte Lösungen von Bi. Chrom. Kal. aufgefangen, dann geben Querschnitte durch die Eihaut ein ganz anderes Bild. Die äussere Schicht der Eihaut hat sich ganz — und theilweise schon in groben Falten — von der inneren abgehoben, sie bildet die zähflüssige Substanz, welche das Ankleben bedingt und die Eier, die das geschlechtsreife Weibchen ausstösst, ziemlich gleichmässig überzieht. Ihre Dicke beträgt 0.010—0.012 Millim. Oft zeigt sie noch deutlich einen geschichteten Bau, der früher nicht an ihr beobachtet wurde. Die äussere Partie der inneren Eihautschicht zeigt eine sehr deutliche concentrische Streifung.

An einigen Praeparaten war es, als ob sie in eine grosse Zahl parallel verlaufender Lamellen aus einander gefallen wäre, in zahlreichen anderen Fällen dagegen trat nur die concentrische Streifung scharf hervor. Porencanälchen liessen sich in derselben nicht mehr nachweisen, was wahrscheinlich nur dem zuzuschreiben ist, dass die scharf auftretende concentrische Streifung, welche doch nur der Ausdruck eines Zerfalles in Blätter ist, es unmöglich macht die feinen Canälchen zu unterscheiden. Ihre Dicke beträgt 0,010 mm. Der andere (innere) Theil der inneren Eihautschicht hat seine Beschaffenheit nicht geändert, seine Dicke ist 0,012 mm.

Demnach sehen wir also, dass bei dem Uebergang des ungeschlechtsreifen Eierstockeies in den geschlechtsreifen Zustand die äussere Eihautschicht allmählich sich umbildet, und wenn das reife Ei mit Seewasser in Berührung kommt, in die zähflüssige Substanz, welche das Ankleben bedingt, sich umändert; dass ein anderer Theil der Eihautschicht eine deutliche concentrische Streifung zeigt und sich selbst in eine Anzahl parallel verlaufender Blätter spalten kann, welche die concentrische Streifung bedingen und dass nur die innerste Partie der Eihaut ihre frühere Structur beibehält und die feinen Porencanälchen zeigt (Vergl. hierzu Taf. I, Fig. 6).

Bei Scorpaena (S. porcus und scrofa) ist die Eihaut ausserordentlich dünn. Bei einem Ei mit einem Diameter von 0,35—0,4 mm. ist die Eihaut nur 0,006 mm. dick, und diese Dicke scheint bei der zunehmenden Reife des Eies sehr wenig im Umfang zuzunehmen. An feinen Schnitten lassen sich die Porencanälchen deutlich nachweisen, nicht dagegen die Bildung der Eihaut aus zwei gut von einander zu unterscheidenden Schichten. Die Eier von Scorpaena kleben nicht an, sondern werden in grosser Zahl mit einander, in eine schleimige Masse eingehüllt, pelagisch abgesetzt. Diese schleimige Masse ist kein Product der Eihaut, sondern höchstwahrscheinlich das eigenthümlich modificirte Bindegewebe der Theca folliculi selbst. Ebenso wenig konnte ich an den Eiern von Julis, welche wie die von Scorpaena ebenfalls pelagisch abgesetzt werden, an der Zona radiata zwei Schichten unterscheiden. Bei einem Ei mit einem Diameter von 0,21 mm. hat die Zona radiata eine Dicke von 0,007 mm., bei einem Ei mit einem Diameter von 0,42—0,45 mm. war die Dicke der Eihaut 0,010—0,011 mm. Auch hier sind auf feinen Schnitten die Porencanälchen deutlich nachweisbar. Bei dem vollständig geschlechtsreifen, vom Weibchen ausgestossenen Ei war die Eihaut sehr schön concentrisch gestreift, hatte aber an Dicke wieder eingebüsst, denn ich fand an Querschnitten ihre Dicke nur 0,008 mm.

Bei Crenilabrus dagegen, dessen Eier wie die des Herings ankleben, tre-

ten die zwei Schichten der Eihaut wieder auf. Bei einem Ei mit einem Diameter von 0,24 mm. mass die Eihaut 0,0015 mm. und bei dieser Dicke war es noch nicht möglich die Porencanälchen zu unterscheiden. Bei einem Ei mit einem Durchmesser von 0,36 mm. fand ich die Dicke der Zona radiata 0,0035 mm. Bei dieser Dicke liessen sich nicht allein die Porencanälchen nachweisen, sondern war auch schon eine äussere und eine innere Schicht von einander gut zu unterscheiden. Noch deutlicher war dies an Eiern, welche einen Diameter von 0,5 mm. erreicht hatten und wo die Zona radiata 0,011 mm. dick ist. Hat das Ei einen Diameter erreicht von 0,75—0,78 mm., dann beträgt die Dicke der Zona radiata 0,014—0,015 mm. Die äussere Schicht ist im Verhältniss zur inneren nur sehr dünn und verhält sich zu dieser wie 1 : 4. Osmiumsäure, Boraxcarmin, Methylgrün färben die äussere viel weniger intensiv als die innere, so dass besonders durch Behandlung mit den ebengenannten Farbstoffen die beiden Schichten am deutlichsten hervortreten. Ist das Ei geschlechtsreif und untersucht man die Zona radiata, nachdem man dasselbe in Bichrom. Kal. von 5 pCt oder in Osmiumsäure von $^1/_{10}$—$^1/_5$ pCt. gehärtet hat, ohne dass es vorher mit Seewasser in Berührung gewesen ist, dann bemerkt man, dass die äussere Schicht sich schon mehr oder weniger geändert hat, indem auch hier in derselben kleine glänzende Kügelchen auftreten, wie dies beim Hering beschrieben ist.

Ist das Ei dagegen mit Seewasser in Berühurng gewesen und untersucht man dann die Eihaut an feinen Querschnitten, dann findet man, dass auch hier wieder die äussere Schicht das Ankleben bedingt. Dieselbe unterscheidet sich auch ohne Anwendung von Farbstoffen schon recht gut von dem anderen Theil der Zona radiata, sie ist mehr oder weniger gequollen und erscheint entweder structurlos oder zeigt wieder dieselbe blätterige Beschaffenheit wie sie beim Heringsei zuweilen wahrgenommen werden kann. Bei einem Ei, welches nach vier Stunden Liegens in Seewasser gehärtet wurde, war die äussere Schicht noch in continuirlicher Verbindung mit der inneren.

Bei L e u c i s c u s r u t i l u s findet man die beiden Lagen an der Zona radiata wieder. Die äussere bildet hier die bekannte Zöttchenschicht. Dieselben haben eine keulenförmige Gestalt, stehen überall dicht auf einander und bekleiden mit Ausnahme der Stelle, wo die Mikropyle gelegen ist, als eine regelmässige Schicht die eigentliche Zona radiata, welche durch eine scharfe Linie von denselben getrennt wird. Die innere Schicht bildet dann die eigentliche Zona radiata. Pikrocarmin färbt die äussere (Zöttchen-) Schicht roth, die innere (die eigentlicheZona) gelb ; Methylgrün tingirt die erstere bläulichgrün, die letztere intensiv grün. Der eben geschilderte Bau ist einem noch nicht geschlechtsreifen

Ei entnommen, ob die Zöttchen auch hier das Ankleben bedingen, kann ich nicht angeben, kommt mir aber höchst wahrscheinlich vor (Taf. I, Fig. 7).

Bei den Eiern von Heliasis chromis (vergl. Taf. I, Fig. 8) von Gobius (G. minutus, niger und anderen Arten) von Belone, von Blennius und anderen Knochenfischen kommen den Zöttchen ähnliche Gebilde vor. Dieselben scheinen hier nicht wie bei der Schleie über die ganze Zona radiata verbreitet zu sein, sondern nur an bestimmten Stellen vorzukommen. Bei dem geschlechtsreifen, im Wasser abgesetzten Ei sind es diese eigenthümlichen Anhänge, welche das Ankleben bedingen. Es scheint also, dass bei den Eiern, welche ankleben, die Zona radiata immer aus zwei Theilen besteht und es ist der äussere Theil oder die äussere Schicht, welche (wenn das reife Ei mit Wasser in Berührung kommt) das Ankleben bedingt. Diese Schicht kann entweder einen Theil der gesammten Zona radiata bilden und dann gleichmässig das ganze Ei umhüllen, wie beim Hering und bei Crenilabrus, oder sie zeigt sich in der Gestalt von Zöttchen, welche man ebenfalls über die ganze Eioberfläche antreffen kann (wie bei der Schleie), oder sie bildet lange, eigenthümliche, fadenförmige Anhänge, welche nur an bestimmten Stellen und wie es scheint gewöhnlich dort, wo die Mikropyle liegt, sich vorfinden (Heliasis, Gobius, Blennius, Belone u. A.); welche Gestalt aber diese äussere Schicht auch annehmen möge, sie hat mit dem übrigen Theil der Zona immer gleichen Ursprung, sie ist nichts als ein Theil der Zona selbst, welche früher oder später eigenthümliche Umbildungen erleidet.

Dagegen scheint es, dass bei den Eiern, welche nicht ankleben, gleichgültig ob sie pelagisch abgesetzt werden, wie bei Scorpaena, Julis, Serranus, Fierasfer u. A., oder durch ihre Schwere zu Boden sinken, wie beim Lachs und bei der Forelle, eine solche Differenzirung der Zona radiata in zwei Schichten nicht vorkommt.

Eine besondere Erwähnung verdient noch die Zona radiata beim Barsch. Zwar habe ich das Barschei nicht in allen Stadien seiner Entwickelung untersuchen können und kann ich nicht die Structur der Zona bei dem vollständig geschlechtsreifen Ei angeben, dennoch glaube ich, dass, wenn man das Barschei in verschiedenen Stadien seiner Entwickelung auf den Bau seiner Eihüllen untersucht, man wohl im Stande ist, denselben zu verstehen. Taf. I, Fig. 9, stellt einen Querschnitt vor durch die Zona radiata eines Eies, das im Oktober untersucht wurde und einen Diameter von 0.6—0.7 mm. hatte. An der Eihülle unterscheidet man wieder zwei Schichten, beide sind ungefähr gleich dick und messen zusammen 0.005 mm. Die innere ist die eigentliche Zona radiata, sie zeigt schon Porencanälchen, wenn auch noch nicht so deutlich als wenn sie etwas dicker wäre. Die äussere Schicht wird von sehr zahlreichen,

kleinen, höckerförmigen Fortsätzen gebildet, die sehr dicht auf einander stehen und vollkommen den Zöttchen bei den Cyprinoiden entsprechen. Auf der freien Fläche der konischen Zöttchen liegen die Granulosa-Zellen. Taf. I, Fig. 10, stellt einen Schnitt vor durch die Eihaut eines Eies im Februar. An der Zona radiata selbst kann man dann zwei ungleich dicke Schichten unterscheiden, die innere ist verhältnissmässig viel dicker als die äussere. Bei einem Ei mit einem Diameter von 0.75 mm. hat die innere Schicht eine Dicke von 0.012 mm., die äussere eine von 0.003 mm. Von der letztgenannten entspringen mit kleiner, dreieckiger Basis lange, eigenthümliche, nur 0.001 mm. breite Fasern, welche in Osmiumsäure ähnlich wie die äussere Partie der Zona radiata, von welcher sie ihren Ursprung nehmen, gefärbt werden. Diese Fasern verdicken sich wieder an den entgegengesetzten Enden. Aus den letztgenannten, welche beträchtlich dicker sind, als die mit welchen sie ihren Ursprung nehmen, bildet sich dann wieder eine zusammenhängende Schicht, und zwischen dieser und der Zona radiata selbst sind die in Rede stehenden Fasern als Strebepfleiler ausgespannt. Ueber diese eine zusammenhängende Schicht bildenden proximalen Enden dieser Fasern verlaufen dann die Granulosazellen, in der Art, dass in jedes verdickte Ende eine Granulosazelle passt (vergl. Taf. I, Fig. 10).

Bekanntlich quillt diese Schicht im Wasser sehr stark auf und wenn man nun Eier, welche nur auf kurze Zeit in Wasser verweilt haben, in Osmiumsäure überträgt, dann gelingt es leicht, sowohl diese Schicht als die der Granulosazellen in grossen Lappen zu isoliren. An solchen Praeparaten kann man sich dann überzeugen, dass die Fasern mit ihren proximalen Enden eine zusammenhängende Lage bilden und keine Ausläufer der Granulosazellen darstellen, wie man anfangs leicht geneigt ist anzunehmen. Es sind, wie die Untersuchung der Eier in früheren Entwickelungsstadien nachweist, nur die stark ausgewachsenen konischen Zöttchen. Ich hatte nicht Gelegenheit, das vollständig reife Ei in Bezug auf seine Eihülle zu untersuchen, doch kommt es mir höchst wahrscheinlich vor, dass es auch hier diese Schicht ist, die das Ankleben bedingt.

Schwierig zu beantworten ist die Frage, wie entsteht die Zona radiata; ist sie ein Product des Dotters oder der Granulosazellen. Wenn man in der Reifung begriffene Eier untersucht, dann ergiebt sich, dass die peripherischen Schichten der Zona immer die deutlichsten sind und dass sie nach dem Eiinhalt zu immer undeutlicher werden. Es ist als ob von Innen aus immer neue Schichten an den schon vorhandenen abgesetzt würden, und dies zwingt uns also zu der Annahme, dass die Zona radiata eine wahre Dotterhaut repraesentirt.

Eine nach innen von der Zona radiata gelegene zweite Eihülle habe ich nicht allein niemals gesehen, sondern ich muss ihr Vorkommen auf das bestimmteste bestreiten. Wäre sie vorhanden, dann würde sie die wahre Dotterhaut repraesentiren und müsste die Zona radiata ein Product der Granulosazellen sein. Ich kann aber nur wiederholen, dass eine derartige Membran nicht vorkommt. An feinen Querschnitten erhärteter Eier hat es zuweilen den Schein, als ob der Dotter und besonders der Keim noch von einer eigenen Hülle umgeben sei, indem er nämlich durch eine scharfe Linie begrenzt wird. Unter solchen Querschnitten beobachtet man oft derartige, wo der Keim tiefe Einschnitte zeigt, zuweilen selbst in mehrere Stücke zerrissen ist, wahrscheinlich in Folge ungleichmässiger Contraction bei der Härtung. An solchen Einrissen, oder rings um so entstandene Theilstücke, bemerkt man dann dieselben scharfen Linien, so dass hieraus wohl am besten hervorgeht, dass diese Linien nur durch die Einwirkung der erhärtenden Flüssigkeiten hervorgerufen sind.

Agassiz und Vogt * deren Untersuchungen mir leider nur aus den Mittheilungen von Brock bekannt sind, verdanken wir die erste genauere Kenntniss über den Bau der Eihülle bei den Knochenfischen; sie nahmen zuerst die chagrinirte Zeichnung der Zona radiata von der Fläche wahr und deuteten dieselbe schon richtig als den optischen Ausdruck von Porencanälchen. Nach innen von der Zona radiata, welche sie „membrane coquillière" nannten, nahmen sie noch eine wahre Dotterhaut an. Leuckart † nennt die Zona „Chorion", spricht aber ausserdem noch von einer Dotterhaut. Lereboullet § giebt ebenfalls an, dass das reife Ei von zwei Hüllen umgeben ist. Er hebt schon ebenfalls hervor, dass die äussere Hülle „est percée de tubes microscopiques, qui servent à l'absorption de l'eau et par consequent à la respiration de l'oeuf." Von der inneren Eihülle heisst es: „appliquée contre le vitellus, est elle une simple enveloppe protectrice extremement mince et amorphe". Diese Mittheilungen von Lereboullet beziehen sich auf das Hecht- und Barschei. Joh. Müller **, der zuerst die

* Agassiz Vogt. *Embryologie des Salmones*, 1843.

† R. Leuckart. Art. Zeugung in: Wagner's *Handwörterbuch der Physiologie*, Bd. IV, p. 707. 1853.

§ Lereboullet. Resumé d'un travail d'embryogenie comparée, sur le développement du Brochet, de la Perche et de l'Écrevisse, in: *Ann. des sc. nat.*, IV. Série, Zool. T. I, p. 237. 1854.

** Joh. Müller. Ueber zahlreiche Porencanäle in der Eikapsel der Fische, in: Joh. Müller's *Archiv*. p. 186. 1854.

von dem Eifollikel — Ovisac — eines Wirbelthieres erzeugte Eihülle von der Schale anderer Eier scharf unterscheidet, nennt die Zona „Eihülle" oder „Eischale", auch „Dotterhaut"; letztere zeichnet sich nach ihm allein durch den Besitz von Porencanälchen aus. Auch REMAK * spricht ebenfalls schon von feinen Kanälchen, welche bei Gobio fluviatilis die Dicke der Eihaut durchsetzen. LEUCKART † bestätigt später ebenfalls das Vorkommen von Porenkanälchen, kann aber die von ihm als Dotterhaut bezeichnete Membran nicht wieder zurückfinden. AUBERT § giebt von der Eihaut des Hechteies an, dass sie mit feinen Pünktchen versehen ist, und wenn sie einige Zeit in Wasser gelegen hat, sich an vielen Stellen in zwei Häute trennt, deren äusserste sehr dünn, fein granulirt und unregelmässig erhoben ist, während die innere etwas dicker, gleichmässig und auf den Durchschnitt mit feinen radienförmig gestellten Querstreifen versehen ist. Ob die äussere Haut das Ankleben bedingt, giebt AUBERT nicht an. Aber ausserdem spricht AUBERT noch von einer sehr feinkörnigen, sonst structurlosen Haut, die den Dotter überzieht.

HAECKEL ** beschreibt bei den Scomberesoces (Belone, Tylosurus, Hemiramphus, Scomberesox, Exocoetus) ein System eigenthümlicher Fasern, welche zwischen Dotterhaut und Dotter liegen sollen. Diese eigenthümlichen Fasern, von welchen HAECKEL spricht, entspringen aber von der Zona selbst und dienen bei dem geschlechtsreifen Ei nur zum Ankleben, wie ich dies von Belone beschrieben habe.

REICHERT †† fand an den meisten reifen Fischeiern immer zwei Eihüllen, die nach innen gelegene zeichnet sich bei allen untersuchten Fischen durch die punktirte, chagrinartige Zeichnung aus. Die zweite Eihülle fand er sehr deutlich beim Hecht und besonders beim Barsch. Zu dieser zweiten Eihülle rechnet er auch die Zöttchenschicht vieler Cyprinoiden, welche wohl JOH. MÜLLER (l. c.) zuerst beschrieben hat.

LEYDIG §§ sagt, dass bei den Arten von Salmo, Barbus, Cobitis nur

* REMARK. Ueber Eihüllen und Spermatozoen, in: MÜLLER'S *Archiv.* p. 252, 1854.

† R. LEUCKART. *Ueber die Mikropyle und den feineren Bau der Schalenhaut bei den Insekteneiern.* Nachschrift. p. 257. 1855.

§ AUBERT. Beiträge zur Entwickelungsgeschichte der Fische, in: *Zeitschr. f. Wiss. Zool.* Bd. V. p. 94. 1854.

** E. HAECKEL. Ueber die Eier der Scomberesoces in: MÜLLER'S *Archiv.* p. 23. 1855.

†† REICHERT. Ueber die Mikropyle der Fischeier, in: MULLER'S *Archiv.* p. 83. 1856.

§§ F. LEYDIG. *Lehrbuch der Histologie.* 1857.

eine Eihaut, bei andern Fischen (Barsch, Kaulbarsch, Hecht, viele Cyprinoiden) ausser der punktirten, noch eine zweite Hülle vorkommt.

ALLEN THOMSON * nimmt zwei Eihäute an 1) „an external tough membrane (chorion or shellmembran) und 2) an extremely delicate film of membrane lying close to the yelk-substance and destitute of visible structure.

KÖLLIKER †, wies schon nach, dass die eigenthümlichen durch HAECKEL bei den Scomberesoces beschriebenen Fasern, Producte der Zona radiata — welche er Dotterhaut nennt — sind; wohl mit Recht stellt er sie in Eine Linie mit den Zöttchen und Warzen auf der Zona anderer Knochenfische.

KÖLLIKER unterscheidet weiter an den Eiern der Knochenfische zwei „Capsuläre Eihüllen", von denen er die eine, wie schon angegeben, Dotterhaut, die andere Gallerthülle nennt. Ausserdem stellt er endlich endgültig fest, dass die feine Streifung nur auf dem wirklichen Verhandensein feiner Porenkanälchen beruht. Die Zöttchen sind nach ihm nichts als Auswüchse der Dotterhaut. Obgleich er in den meisten Fällen keine Spur einer besondern, innerhalb der porösen Eihaut vorhandenen, zweiten Haut, unterscheiden konnte, will er doch ihr Vorkommen nicht geradezu läugnen, indem er zuweilen bei Cobitis fossilis und Karpfen etwas sah, was ihm Vorsicht auferlegte.

GEGENBAUR § nennt die Zona „Dottermembran", sie ist nach ihm durch Umwandlung der äussersten Schicht des Dotterprotoplasmas gebildet.

RANSOM **, der zahlreiche Knochenfische untersuchte, nennt die Zona „Chorion or yelk-sac". Aber ausserdem beschreibt er bei Gasterosteus noch „a delicate, colourless translucent, homogeneous membrane, the inner yelk-sac, with covers the whole surface of the yelk-ball within the yelk-sac".

WALDEYER †† bezeichnet zwar die Zona als Dotterhaut, sie ist aber nach ihm, ebenso wie die Dotterhaut der Vögel, eine vom Follikelepithel ausgehende Cuticularbildung. EIMER §§ giebt an, dass es ihm häufig gelungen ist, die Dot-

---

* ALLEN THOMSON. Art. Ovum, in: *Cyclop. of Anat. and Phys.* Vol. V. Sup. 98. 1859.

† KÖLLIKER. Untersuchungen zur vergl. Gewebelebre angestellt in Nizza im Herbst 1856, in: *Verhandl. der phys. med. Gesellschaft zu Würzburg.* Bd. 8, p. 1. 1858.

§ GEGENBAUR. Ueber den Bau und die Entwickelung der Wirbelthiereier mitp artieller Dottertheilung, in: MÜLLER's *Archiv.* p. 191. 1861.

** RANSOM. Observations of the Ovum of Osseous Fishes, in: *Philosophical Transactions of the Royal Society.* Vol. 157, p. 431. 1867.

†† WALDEYER. Eierstock und Ei.

§§ EIMER. Untersuchungen über die Eier der Reptilien. II. Zugleich Reobachtungen am Fisch- und Vogelei, in: *Archiv. f. mikrosk. Anatomie.* B. VIII. p. 397. 1872.

terhaut zwischen Zona und Dotter sehr deutlich zu sehen. An frisch in Jodserum untersuchten Eiern löst sie sich nach ihm oft als feines Häutchen von der Innenfläche der Zona ab. Indem EIMER also ausser der Zona radiata noch eine wahre Dotterhaut annimmt, betrachtet er die erstgenannte als eine vom Eie ausgehende Cuticularbildung. Ausserdem spricht aber EIMER noch von einer dritten Eihülle, welche er als Chorion bezeichnet. Beim Hecht soll sie schon am ganz frisch untersuchten Ei sehr deutlich zu sehen sein. An den Eiern anderer Fische traf er dieses Häutchen im optischen Durchschnitt als regelmässige, scharf und doppelt begrenzte Linie. Dasselbe soll sich, besonders nach Zusatz fremder Flüssigkeiten, oft streckenweise von der Zona abheben, gleich der Dotterhaut, stets aber etwas dicker als diese sein. Was das Häutchen ist, welches EIMER als „Chorion" beschreibt, weiss ich nicht, wahrscheinlich ist es aber nur der Theil der Zona, den ich als ihre äussere Schicht beschrieben habe. Die Ansicht EIMER's, dass die Zöttchen nichts anders als Dottermasse sind, welche durch die Poren der Eihülle hindurch aus dem Ei herausgetreten ist, muss ich aber bestimmt bestreiten.

HIS * beschreibt beim Lachs nur eine Eihaut, welche er Eikapsel oder äussere Eihaut nennt.

OELLACHER † giebt mit grosser Bestimmtheit an, dass ausser einer Zona (Eischale OELLACHER) auch noch eine zweite, innere Haut, welche als ein geschlossener Sack den Dotter allseitig umgiebt, sich vorfindet, dieselbe nennt er Dotterhaut. An Querschnitten von mit Chlorgold oder in Chromsäure gehärteten Eiern fand er, dass die Dotterhaut wirklich ohne einen Grenzcontour in den Keim übergeht und sich in die Keimmasse selbst fortsetzt. Ja selbst noch in spätern Furchungsstadien konnte OELLACHER sich überzeugen, dass die äussersten der dem Dotter unmittelbar aufliegenden Furchungselemente sich in derselben Weise in die Dotterhaut fortsetzen. Demnach muss er Keim und Dotterhaut für ein zusammenhängendes Ganze halten. Ich glaube kaum, dass Jemand aus OELLACHER's Beschreibung zu der Ueberzeugung kommen wird, dass ausser der Zona noch eine wahre Dotterhaut existirt. Ich kann in seiner Dotterhaut nur eine durch Einwirkung erhärtender Flüssigkeiten entstandene, künstlich gebildete Schicht erblicken, denn es ist mir unbegreiflich, wie man sonst zum Schluss kommen kann, dass Keim und Dotterhaut ein zusammenhangendes Ganze bilden können. OELLACHER's Dotterhaut ist nichts anders als

---

* HIS. *Untersuchungen über das Ei und die Entwickelung bei den Knochenfischen.* 1873.

† OELLACHER. Beiträge zur Entwickelung der Knochenfische nach Beobachtungen am Bachforelleneie, in: *Zeitschrift f. Wiss. Zool.* Bd. XX p. 373. 1872.

die dünne Schicht feinkörnigen Protoplasma's die sich von dem Keim aus um den ganzen Nahrungsdotter hin fortsetzt (Rindenschicht der Autoren).

Brock * kann am Ei der Knochenfische ausser den secundären Gebilden, wie die Gallertkapsel des Barches und verwandte Gebilde, nur eine Eihaut unterscheiden.

Indem er mit van Beneden darin übereinstimmt, dass der Name „Dotterhaut, Membrana vitellina" für Eihüllen reservirt werden muss, welche anderen Zellenmembranen genetisch gleichwerthig, also Differenzirungen des Protoplasma sind, genetisch aber zweifelhaften oder gar blossen Cuticularbildungen nicht gegeben werden darf, so behält er für diese Eihülle den Namen der Zona radiata bei, welcher bei möglichster Indifferenz in genetischer Beziehung zugleich ihren hervorstechendsten morphologischen Charakter kennzeichnet. Was die von Reichert und Kölliker beschriebene äussere Lamelle der Zona radiata betrifft, so ist dies ein Gebilde, welches Brock Bedenken trägt, für constant zu erklären. Wohl mit Recht hält Brock die Zöttchen für secundäre Anhangsgebilde der Zona-radiata, welche weder mit dem Follikelepithel, noch mit dem Dotter irgend etwas zu thun haben.

Kolessnikow † betrachtet die Zona radiata, welche er Dotterhaut nennt, als Cuticularbildung des Follikelepithels. Er theilt mit, dass er als günstigste Objecte für das Studium der Dotterhaut bei den Fischen die Eier von Perca und Gobio gefunden hat. Wie die Eihaut bei Gobio gebaut ich weiss ich nicht, die so weit mir bekannt einzige Mittheilung über diese Eihaut rührt von Remak her und ist zu lückenhaft, um darauf hin auf eine Aehnlichkeit ihres Baues mit der des Eies von Perca zu schliessen. Wenn sie aber wirklich im Bau mit der von Perca übereinstimmt (und hierüber giebt Kolessnikow nichts an), kann man schwerlich ein ungünstigeres Object anweisen; wenn sie dagegen nicht mit der von Perca übereinstimmt, dann wäre es sehr wünschenswerth gewesen, wenn Kolessnikow uns mitgetheilt hätte, wie sie gebaut wäre, denn sonst lassen sich seine Mittheilungen nicht weiter verwenden.

Vom reifen Heringsei giebt Kupffer § an, dass die den Dotter ganz enge umschliessende Haut der Dicke nach aus zwei Lagen besteht, die fest mit einander verbunden sind, einer innern, fein radiär gestrichelten und einer äusseren, durch die die feine Strichelung sich nicht fortsetzt, die aber concentrisch gestreift

---

* J. Brock, Beiträge zur Anat. und Hist. der Geschlechtsorgane der Knochenfische.

† N. Kolessnikow, Ueber der Eientwickelung bei Batrachiern und Knochenfischen: in *Archiv f. mikrosk. Anat.* B. 15. p. 302. 1879.

§ C. Kupffer, Die Entwickelung des Herings im Ei: in *Jahresb. der Commission zur Untersuchung der deutschen Meere.*

erscheint. Die letztere lässt sich von der innern nicht trennen, dieselbe darf nicht mit der äusserlich auf dieselbe folgenden Schicht des Klebestoffes identificirt werden. Die verschiedene Beschaffenheit beider Schichten beim Heringsei ist nach KUPFFER geeignet, der Auffassung EIMER's Vorschub zu leisten, dass die innere als Cuticularbildung der Eizelle selbst, die äussere als Production des Follikelepithels entsteht. Indem KUPFFER nur das vollständig geschlechtsreife, schon mit Seewasser in Berührung gewesene Ei auf den Bau der Eihaut untersuchte, ist es begreiflich, dass er den wahren Bau verkannt hat.

Von den Petromyzonten giebt CALBERLA * an, dass die Eihaut aus einer äusseren, stark lichtbrechenden, nach aussen rauhen, mit allerlei Erhebungen und Zacken besetzten Rindenschicht und einer hellen durchscheinenden, viel schmäleren Innenschicht besteht. Letztere erweist sich nach ihm bei genauer Betrachtung als aus derselben Substanz, aus der die äussere Schicht der Eihaut besteht, zusammengesetzt, nur ist sie weit lockerer als die äussere Schicht gefügt, sie ist also der nicht so sehr verdickte Theil der gesammten Eihaut. CALBERLA fasst die ganze Eihaut als eine Abscheidung der Randschicht des Dotters auf, also als eine wahre Dotterhaut; es stellt somit die innerste Schicht die jüngste Abscheidung dar, die noch nicht so fest gefügt ist, wie die Randschicht. Ob es nun auch bei den Petromyzonten die äussere Schicht ist, welche das Ankleben bedingt, weiss ich nicht, es kommt mir aber höchstwahrscheinlich vor. CALBERLA sagt darüber einfach: „durch eine klebrige Substanz, die die Aussenfläche der Eihaut zu überziehen scheint, haftet das Ei an jedem festen Gegenstand".

KUPFFER und BENECKE † geben ebenfalls an, dass die Hülle des Petromyzonteneies aus einer doppelten Eihaut und aus einem continuirlichen Ueberzug von Schleim, der nur über dem „Uhrglase" fehlt, besteht; nach ihnen aber enthält nur die innere Schicht dicht gestellte Porencanäle, die sich jedoch nicht in die äussere fortsetzen, wie dies von CALBERLA angegeben wird. Indem wir gesehen haben, dass die Eihaut des Heringseies ziemlich grosse Unterschiede im Bau zeigt, je nachdem sie entweder unmittelbar, oder erst, nachdem sie vorher mit Wasser in Berührung gewesen ist, untersucht wird, lassen sich die widersprechenden Angaben über den Bau der äusseren Schicht des Petromyzonteneies von CALBERLA einer- und KUPFFER und BENECKE andererseits vielleicht hierauf zurückführen.

---

* E. CALBERLA Der Befruchtungsvorgang beim Ei von Petromyzon Planeri: in *Zeitschrift f. wiss. Zool.* Bd. 30, p. 437. 1878.

† C. KUPFFER und B. BENECKE, Der Vorgang der Befruchtung am Ei der Neunaugen. Königsb. 1878.

Die meisten Schwierigkeiten hat wohl die Eihaut des Barsches gegeben. Dies ist um so mehr zu verwundern, als LEREBOULLET *, indem er die Eigenschaft der geschlechtsreifen Eier des Barsches anzukleben bespricht, hiezu sagt „ils doivent cet arrangement à l'existence d'appendices piliformes dont la coque de l'oeuf est couverte, qui sont étroitement engrenés les uns aux autres. Outre ces espèces de poils creux, la coque est traversé par des tubes beaucoup plus petits, qui sont les veritables organes d'absorption de l'oeuf." Und an einer anderen Stelle sagt er † „Lorsque la coque s'amincit, pendant la durée du développement embryonnaire, les plus gros tubes font saillie à la surface de l'oeuf et ressemblent alors à de longs poils recourbés en crochet; ils servent à maintenir les oeufs attachés et comme agglutinés les uns aux autres." LEREBOULLET betrachtet also diese Fasern einfach als Ausläufer der Zona radiata, die zum Ankleben dienen.

Es ist wohl JOH. MÜLLER gewesen, dem wir die erste genauere Kenntniss über die so eigenthümlich gebildete Eihaut des Barsches verdanken. Er kannte bereits die Fasern und beschreibt sie „als zierliche, häutige Röhren, welche in unzähliger Menge diese Hülle überall vertical durchsetzen und sich sowohl auf der äusseren als inneren Oberfläche der Hülle trichterförmig öffen." Er giebt weiter an, „dass diese Kanälchen an Feinheit den Zahnkanälchen gleichen."

REICHERT §, welcher ebenfalls die in Rede stehenden Fasern als „Kanälchen" betrachtet, sagt: „es ist mir nicht zu ermitteln gewesen, ob die Kanälchen mit den in der punktirten Haut vermutheten Röhren offen communiciren."

KÖLLIKER **, welcher Barscheier in Februar untersuchte, theilt mit: „dass es die Epithelzellen des Eifollikels sind, welche durch Auswachsen die Röhrchen bilden, so dass mithin die dieselben verbindende Gallerte nichts anderes sein kann, als eine von diesen Zellen ausgeschiedene Substanz." Doch fügt er hinzu: „was ich eben Röhrchen nannte, waren übrigens an den von mir untersuchten Eiern noch keine deutliche Hohlgebilde, vielmehr ergaben sich dieselben als scheinbar solide, blasse Ausläufer der Epithelzellen, an denen übrigens die von JOH. MÜLLER gefundenen Anastomosen schon sichtbar werden."

---

* LEREBOULLET, l. c.

† LEREBOULLET, l. c. p. 469, 1862.

§ REICHERT, l. c.

** KÖLLIKER, l. c.

ALLEN THOMSON * sagt dagegen „In some fishes, as the perch, it is covered externally with villous, reticular or other appendages, which serve to connect the ova in masses or strings." Dagegen giebt RANSOM † wieder an, indem er von der Eihülle des Barsches spricht: „they terminate on the outer surface by expanded ends or mouths, arrenged in a regular alternating order. The tubes at their inner termination divide into branches like roots and are in some way, intimately adherent to the outside of the thick dotted yelk-sac" (i. e. die Zona radiata).

Obgleich also LEREBOULLET und ALLEN THOMSON schon deutlich angegeben haben, dass die in Rede stehenden Fasern nichts anderes als Fortsätze der Zona radiata selbst sind, welche beim geschlechtsreifen Eie das Ankleben bedingen, haben sich die spätern Autoren wenig um diese Mittheilungen bekümmert. So sagt HIS §, der reife Ovarialeier im Monat April untersuchte, dass „die die äussere Kapsel durchsetzenden Radiärstreifen aus einer etwas trüben, durch Osmiumsäure sich färbenden Substanz bestehen, die mit konisch gestalteten kernhaltigen Körpern zusammenhängen, welche eine zusammenhängende Schicht zwischen der gefässführenden Follikelwand und der Aussenfläche der Kapsel bilden." HIS stimmt KÖLLIKER bei, dass diese Schicht als Granulosa und die äussere Kapsel als derer Product aufzufassen ist. Er glaubt berechtigt zu sein, die Gallertkapsel des Barscheies als Knorpelkapsel zu bezeichnen.

EIMER ** sagt von den betreffenden Fasern des Barscheies: „dieselben stellen, wie ich mich überzeugt habe, in voller Ausbildung Trichterchen dar oder Trompeten, welche sich mit den nach auswärts gerichteten Schalstücken berühren." EIMER glaubt, dass sie aus den Zellen der Granulosa sich entwickeln und betrachtet sie als „Becherzellen eigenthümlicher Art."

WALDEYER †† giebt folgende Beschreibung „Bei Perca ist ausser der eigentlichen Dotterhaut noch eine besondere äussere Eihülle vorhanden, die aber im Princip des Baues von der Dotterhaut, so viel ich sehe, nicht abweicht. Auch diese Hülle, ungleich dicker als die Dotterhaut, zeigt sich als homogene Cuticularsubstanz mit sehr deutlichen langen Protoplasmafäden durchsetzt, die den Anschein radiärer Kanälchen erzeugen. Aufs deutlichste ist hier zu sehen, wie diese Protoplasmafäden mit den später ziemlich verkümmerten Resten der

---

* ALLEN THOMSON, *Todd's Cyclopaedia of anatomy and physiology*, Vol. V, Supp. 1859.

† RANSOM, l. c.

§ HIS, l. c.

** EIMER, l. c.

†† WALDEYER, l. c.

Follikelepithelzellen, von denen offenbar auch diese Hülle abzuleiten ist, zusammenhängen. Zuweilen schien es mir, als ob zwischen der eigentlichen Dotterhaut und dieser dicken äusseren Hülle eine kleine flache Ausbreitung körnigen Protoplasma's vorhanden wäre, in welche die erwähnten Fäden ausliefen."

Brock * sagt von der Eihaut des Barsches folgendes: „Beim Barsch entwickelt sich bekanntlich, mit zunehmender Reife des Eies zwischen Granulosa und Zona radiata eine mächtige Schicht einer weichen, glashellen Substanz, welche meist als Gallerthülle bezeichnet, von His neuerdings für eine Art von Knorpel angesprochen wurde. Die Follikelepithelzellen, welche jungen Eiern, wie gewöhnlich, dicht aufsitzen, werden durch die sich entwickelende Gallertschicht von der Zona radiata abgehoben und ziehen sich mit fortschreitendem Wachsthum der Gallertschicht an der dem Ei zugekehrten Seite zu langen Ausläufern aus, die sich bis zur Zona radiata verfolgen lassen. An älteren Eiern liegen die Follikelepithelien, durch beträchtliche Zwischenräume von einander getrennt, (ihre Vermehrung scheint alsbald still zu stehen), in flachen Vertiefungen der Gallertkapsel auf und gehen nach unten keilförmig zugespitzt in den Ausläufer über. Dieser ist an seinen beiden Enden am dicksten und korkzieherförmig gewunden, in der Mitte, wo er gestreckter verläuft, kann er sich zu ausserordentlicher Feinheit verschmälern. An der Zona radiata scheinen die Ausläufer mit einer kleinen kegelförmigen Anschwellung zu endigen, doch kann ich nicht unbedingt für die Constanz dieser Erscheinung eintreten."

Die Ausläufer sind aber keine Fortsätze der Granulosazellen, sie sind nichts als Ausläufer der Zona selbst. Wären sie Ausläufer der Granulosazellen, wie könnten sie dann auch noch bei dem von Weibchen ausgestossenen Eie wahrgenommen werden und das Ankleben bedingen, wie es von Lereboullet und Allen Thompson angegeben wird?

Brock theilt uns weiter mit dass bei Serranus hepatus die Eihaut ungefähr ähnlich gebildet ist, wie bei Perca.

Serranus hepatus habe ich nicht untersuchen können, doch glaube ich, dass auch hier „die von jeder Granulosazelle ausgehenden, mehreren senkrechten, sich oft gabelförmig verzweigenden Ausläufer von äusserster Feinheit", Fortsätze der Zona radiata selbst sind.

Salensky † giebt von der Eihülle des Sterlets (Acipenser ruthenus) an,

* Brock, l. c.

† W. Salensky. Zur Embryologie der Ganoiden. I. Befruchtung und Furchung des Sterlet-Eies. *Zool. Anzeiger*. I. Jahrg. N^{0}. 11. 1878.

dass sie aus zwei Schichten besteht und auf ihrer Oberfläche eine Zellenlage trägt, welche offenbar einen Ueberrest der Granulosa repräsentirt und durch ihre klebrige Beschaffenheit sich auszeichnet."

Schliesslich muss ich noch die Mittheilungen von LINDGREN * erwähnen. Indem er über die Zona radiata des Knochenfischeies spricht, sagt er „Es erscheint mir auch in hohem Grade wahrscheinlich, dass die im vorhergehenden erwähnten Beobachtungen, welche von JOH. MÜLLER, LEUCKART, REICHERT, KÖLLIKER, RANSOM u. a. in Bezug auf „Kerne", „zapfenförmige Vorsprünge", „Stäbchen", „Warzen", „gestielte Fortsätze," u. Aehnl. gemacht worden sind, welche man hauptsächtlich an der Eikapsel der Fische angetroffen, in der That auf die Erscheinung wovon jetzt die Rede ist, nämlich die Einwanderung der Granulosazellen in das Ei hinweisen. Obgleich ich diese Vermuthung nicht mit eigenen Beobachtungen stützen kann, da die Eier, welche ich bisher mehr zufällig untersucht habe, keine derartigen Processe zeigten, so scheint mir doch recht viel, und zwar mit einer bemerkenswerthen Uebereinstimmung, dafür zu sprechen."

Unglaublich ist es, wie Jemand so etwas schreiben kann, ohne selbst die in Rede stehenden Objecte, die Jederman bei der Hand hat, darauf nur einmal zu prüfen. Glaubt LINDGREN denn wirklich, dass J. MÜLLER, LEUCKART, REICHERT, KÖLLIKER, RANSOM u. a. nicht im Stande gewesen sind, Granulosazellen, von „gestielten Fortsätzen, Warzen, Fasern und Aehnl." zu unterscheiden? In einen solchen Fehler kann vielleicht nur ein so ungeübter Mikroskopiker, wie LINDGREN zu sein scheint, verfallen.

Köstlich ist auch die Mittheilung, dass die sogenannten Richtungsbläschen oder „globules polaires" im Säugethiereie, welche jedem Versuch einer Deutung so lange und so hartnäckig widerstanden haben, eingewanderte Granulosazellen sind.

Granulosa.

Das Eierstockei der Knochenfische wird von einer Granulosa bekleidet, welche besonders nach Versilberung sich sehr schön nachweisen lässt. In ganz unverletztem Zustande sind die Contouren der einzelnen Granulosazellen nicht so deutlich, besser dagegen die Kerne zu unterscheiden, nämlich nach Behandlung mit ganz schwacher Essigsäure. Die Granulosa bildet eine einschichtige aus polygonalen Zellen bestehende Lage. Bei der Schleie habe ich diese Zellen etwas genauer studirt. Auf. Taf. 1, Fig. 11, 12, 13. habe ich die Granulosazellen

* H. LINDGREN, Ueber das Vorhandensein von wirklichen Porencanälchen in der Zona pellucida des Säugethiereies, in *Archiv für Anatomie und Entwickelungsgeschichte. Anat. Abth.* 1877. p. 334.

von drei Eierstockeiern aus verschiedenen Stadien der Entwickelung, alle unter derselben Vergrösserung mit dem Zeichenprisma nachgezeichnet. Die Granulosazellen auf Fig. 11 sind einem Ei entnommen, welches einen Diameter von 0 12 Millim. hat, Fig. 12 einem Ei mit einem Durchmesser von 0.210 Millim., Fig. 13 endlich einem Ei, dessen Diameter 0.28 Millim. betrug. Demnach sehen wir also, dass bei sehr jungen Eierstockeiern die Zahl der Granulosazellen gering, ihr Durchmesser hingegen sehr gross ist und dass, je nachdem die jungen Eierstockeier wachsen, die Zahl der Granulosazellen grösser, ihr Diameter dagegen bedeutend kleiner wird. Haben die Eier einmal eine Grösse von 0.4—0.45 Millim. erreicht, dann scheinen die Granulosazellen an Umfang wenig mehr einzubüssen. Sehr schön ist das Granulosa-Epithel zu sehen, wenn man die Eier nach Versilberung mit Borax-Carmin färbt, indem dann sowohl die Zellcontouren als der Kern scharf hervortreten (vergl. auch hierzu Taf. I, Fig. 14, 15 und 16). Bei dem fast geschlechtsreifen Heringseie besteht die Granulosa wie immer aus einer einschichtigen Lage platter, mehr oder weniger polygonaler Zellen, dieselben haben einen Diameter von 0.020 –0.024 Millim., ihre Dicke beträgt 0.012—0.014 Millim. Der Inhalt ist stark grobkörnig (Taf. 1, Fig 17), wodurch es oft schwierig ist, den Kern deutlich zu unterscheiden. Der feingranulirte Kern hat einen Diameter von 0.008—0.010 Millim. Im frischen Zustande sind die Contouren der einzelnen Granulosazellen oft schwer zu beobachten, dagegen lassen sich die Kerne leicht nachweisen. Bringt man frische Eier 15—20 Minuten in eine Osmiumsäure-Lösung von $^1/_{10}$ pCt. und überträgt man sie nachher in destillirtes Wasser, dann gelingt es sehr leicht die Granulosazellen mit feinen Nadeln in grossen Lappen von den Eiern zu isoliren. Aehnliches geschieht, wenn man die Eier mit Kleinenberg'scher Pikrinschwefelsäure-Lösung behandelt. Die Contouren der Granulosazellen fand ich immer vollständig glatt, nie beobachtete ich an denselben feine Ausläufer.

Ich habe das Granulosa-Epithel an allen untersuchten Knochenfisch-Eiern gefunden, nur dem vollständig geschlechtsreifen Ei fehlt es.

Ueber die Entwickelung des Eifollikelepithels bei Knochenfischen hat His * in der letzten Zeit eigenthümliche Ansichten mitgetheilt. Bei jüngeren Eiern hat er das Follikelepithel nicht gesehen, nach ihm ist die Granulosa kein echtes Epithel, sondern stammt von Wanderzellen ab, welche aus der umgebenden

* His, Untersuchungen über das Ei und die Eientwikelung bei Knochenfischen. 1873.

Blutgefässe ins Innere der Follikel eingedrungen sind. Seine Resultate fasst er in den folgenden Worten zusammen:

1) Unreife nur mit Endothelscheide versehene Follikel pflegen eine Granulosa zu entbehren;

2) eine echte Epithelialumkleidung des Fischeies besteht zu keiner Zeit. Die als Granulosa anzusprechende Schicht des reifenden Follikels ist eine spätere Bildung und muss von Wanderzellen abgeleitet werden.

Ich theile diese Ansicht von His nicht, wie aus dem oben mitgetheilten genügend hervorgeht.

Die Resultate meiner Untersuchungen stehen in vollem Einklang mit den von Kolessnikow * und Brock †. Der erste sagt „dass er bei seinen Untersuchungen immer das Follikelepithel in cubischer oder cylindrischer Form deutlich gesehen hat" und Brock giebt an; „dass das Follikelepithel bei den jüngsten Eiern aus grossen, blassen, sehr regelmässig polygonalen, aber dabei ungemein platten Zellen besteht, die je mehr die Eier wachsen um so kleiner werden." Und ebenfalls giebt er an, dass das Fischei zu allen Zeiten eine Granulosa besitzt.

Bekanntlich hat Waldeyer § zuerst zu erweisen gesucht, dass die Follikelepithelzellen durch die Poren der Eihaut hindurch Fortsätze ins Innere senden, aus deren Zerfall sich die Rindenschicht bilden soll. Mit Recht hebt Brock den Umstand hervor, dass das Follikelepithel eine entschiedene Neigung zeigt, sich sowohl einzeln, als auch schichtweise vom Eie abzulösen. Dies tritt nach ihm nicht nur auf Schnittpärparaten hervor, sondern er fand auch, dass bei Forelleneiern nach geschehener Versilberung das Ei aus dem Follikel löste und nicht mit dem Eie mitging, sondern in ununterbrochener Schicht an der Follikelwand haften blieb. Allein ungeachtet dieser Schwierigkeiten ist Brock dennoch der festen Ueberzeugung, dass das Follikelepithel in der That die vornehmste, wenn nicht einzige Quelle für die Ernährung und das Wachsthum des Dotters ist, und dies durch die Ausläufer bewerkstelligt, welche es durch die Zona radiata hindurch in den Dotter schickt. Hierbei stützt Brock sich einerseits auf Waldeyer's Angaben, andererseits auf die eigenthümliche Erscheinung, dass, wo bei Knochenfischen die Granulosa der Zona radiata nicht unmit-

---

* N. Kolessnikow, Ueber die Eientwickelung bei Batrachiern und Knochenfischen, in: *Archiv f. mikrosk. Anatomie*, Bd. 15, 1879, p. 382.

† J. Brock, Beiträge zur Anatomie und Histologie der Geschechtsorgane der Knochenfische, in: *Morphol. Jahrb.*, Bd. IV, p. 505, 1878.

§ W. Waldeyer, Eierstock und Ei, 1870.

telbar aufsitzt, sondern durch eine secundäre Eihülle von ihr getrennt wird, die Granulosazellen Ausläufer durch diese Hülle hindurchschicken, welche sich bis zur Zona radiata verfolgen lassen, wie beim Barsch, und nach BROCK's Angaben auch bei Serranus hepatus.

Ich habe aber nachgewiesen, dass beim Barsch diese Ausläufer nicht von den Granulosazellen herrühren; sondern Fortsätze der Zona radiata selbst sind, vollkommen den Zöttchen der Cyprinoiden homolog. Zugegeben, dass wirklich diese Ausläufer von den Granulosazellen herrühren, dennoch würde es sehr schwierig sein, darin eine Stütze zu Gunsten von WALDEYER's Behauptung zu erblicken. Denn diese Ausläufer sind nicht allein im Vergleich zu der grossen Zahl von Porencanälchen äusserst spärlich vertreten, sondern auch viel dicker als das Lumen der Porencanälchen selbst, so dass sie niemals durch diese hindurch in das Innere des Eies dringen können.

Von dem beinahe geschlechtsreifen Heringsei habe ich angegeben, dass der Inhalt der Granulosazellen sehr stark grobkörnig ist; diese Grobkörnigkeit beruht wohl auf einer eintretenden Fettmetamorphose. Aehnliches gilt für die Granulosazellen aller Knochenfischeier, welche der Reife nahe sind. Die Bedeutung dieser Fettmetamorphose, i. e. dieser fettigen Degeneration der Granulosazellen, hat GEGENBAUR *) schon vollständig erkannt, denn er sagt: „Der ganze als Fettmetamorphose des Follikelepithels sich herausstellende Vorgang führt offenbar zu einer leichteren Trennung des Eies von dem Follikel, und muss als eine den Austritt des Eies aus der Theca befördernde Erscheinung angesehen werden."

Mikropyle.

Um den Bau der Mikropyle genauer kennen zu lernen, empfiehlt es sich am besten die Eier in feine Querschnitte zu zerlegen. An einer bestimmten Stelle der Eihaut bemerkt man am Heringsei eine tellerförmige Aushöhlung. An feinen Querschnitten ergiebt sich, dass diese Aushöhlung nur auf die äussere Schicht der Zona radiata beschränkt ist (Taf. I, Fig. 19). In der Mitte dieser Aushöhlung, wo die äussere Schicht der Zona radiata kaum noch zu unterscheiden ist, fängt ein feiner Kanal an, der die ganze innere Eihautschicht durchlaufend über dem Keim ausmündet. Es ist dies der Mikropylenkanal. Bald

---

* C. GEGENBAUR, Ueber den Bau und die Entwickelung der Wirbelthiereier mit partieller Dottertheilung, in: JOH. MÜLLER's *Archiv*. 1861. p. 491.

nach seinem Ursprung an der äusseren Eioberfläche erweitert er sich etwas, um gleich darauf wieder sehr eng zu werden und so mit unverändertem Lumen die ganze innere Lage der Eihaut zu durchsetzen, wo er auf einer papillenförmigen Hervorragung der inneren Eihautschicht ausmündet. Das Lumen des Mikropylenkanals ist überaus fein und misst kaum 0,0025 Mill.

Taf. I, Fig. 20 zeigt einen Querschnitt durch die Zona radiata von Leuciscus rutilus, welcher gerade den Mikropylenkanal getroffen hat. In einiger Entfernung von der Mikropyle werden die Zöttchen allmählich kleiner und in ihrer unmittelbaren Umgebung fehlen sie durchaus. Die Mikropyle fängt hier mit einer weiten, trichterförmigen Mündung an um bald darauf in einen sehr feinen Kanal, welcher auf einer buckelartigen Hervorragung der Zona radiata ausmündet, sich fortzusetzen.

Fast ähnlich verhält sich die Mikropyle bei der Schleie (Tinca vulgaris) (vergl. Taf. I, Fig. 21), bei Scorpaena scrofa, bei Julis (J. Giofredi, turcia, vulgaris); bei Crenilabrus griseus, ocellatus, pavo und mediterraneus vergl. hierzu (Taf. I, Fig. 22), bei Heliasis chromis (Taf. I, Fig. 23) u. A. Welche kleinere oder grössere Unterschiede im Bau der Mikropylenkanal auch zeigen möge, immer bemerkt man, dass die innere Mündung auf einer kleinen papillenförmigen Hervorragung der Zona radiata ausmündet.

Beim Hering fand ich den Diameter der inneren Mündung an Querschnitten, wie gesagt 0.0025 Millim. Nach Kupffer beträgt die Breite des Kopfes des Spermatozoon beim Hering 0,0020 Millim.

Bei Crenilabrus griseus hat die innere Mündung ein Lumen von etwas mehr als 0,002 Millim. und fand ich die Breite des Kopfes der Spermatozoa ungefähr 0,0017—0.0018 Millim. im Diameter.

Demnach sehen wir also, dass in keinem Falle mehr als ein Spermatozoon auf ein Mal den Mikropylenkanal zu durchsetzen vermag. Aehnliche Verhältnisse fand ich auch bei Julis vulgaris, Scorpaena porcus und Heliasis chromis. Ich fand die Mikropyle an geschlechtsreifen Eiern immer über dem Keime, wenn nämlich die Eier unmittelbar dem Weibchen entnommen entweder frisch, oder nach Erhärtung auf feinen Querschnitten, untersucht wurden. Haben die Eier dagegen längere Zeit im Wasser gelegen, dann ändern sich zuweilen die Verhältnisse.

Ob Rathke * schon die Mikropyle gekannt hat, darf zweifelhaft sein, sicher

* Rathke, Ueber die Eier einiger Lachsarten in: Meckel's *Archiv*, 1832, p. 392.

ist es dagegen, dass VON BAER * dieselbe gesehen hat. Er erwähnt nämlich bei Cyprinus blicca „eine trichterförmige Einsenkung der äusseren Eihaut, welche sich über dem Keim befindet." Ihre wahre Bedeutung hat er dennoch verkannt. DOYÈRE † hat wohl zuerst bei Syngnathus ophidion die Mikropyle richtig erkannt und auch als solche bezeichnet; er theilt ebenfalls schon mit, dass sie oberhalb des Keimes liegt (correspondant au centre du disque proligère). BRUCH § erkannte sie bald darauf beim Lachs und bei der Forelle. Er sagt, dass die äussere Mündung sich als ein einfacher Trichter zeigt, der sich allmählich verjüngt und ungefähr in der Mitte des Kanals die grösste Verengerung zeigt, dass sie nach innen sich wieder erweitert und ziemlich scharf ausgeschnitten endigt. Letztere Angabe beruht auf einem Irrthum, wie dies auch von allen anderen Forschern, welche über den Mikropylenkanal geschrieben haben, angegeben wird. LEUCKART ** bestätigte das Vorkommen einer Mikropyle beim Hecht und bei Syngnathus acus und REICHERT †† bei sämmtlichen untersuchten Cyprinoiden. Letzterem verdanken wir schon eine sehr genaue Beschreibung derselben, denn er sagt: „dieselbe besitzt die Form eines Trichters, dessen dünnster Theil, der Hals, gegen das Innere des Eies sich wendet und nach dem Innern des Eies konisch hervorspringt. KÖLLIKER §§ bestätigt ebenso das Vorkommen einer Mikropyle bei zahlreichen von ihm untersuchten Fischen.

RANSOM *** beschreibt sie bei zahlreichen Knochenfischen (Salmo salar und S. fario, Gasterosteus leiurus (aculeatus) und G. pungitius, Thymallus vulgaris, Esox lucius, Acerina vulgaris, Perca fluviatilis, Cottus gobio, Cyprinus gobio, Leuciscus phoxinus und Leuciscus cephalus) und giebt bei allen an, dass sie über dem Keim liegt und auf einer papillenförmigen Hervorragung der Zona ausmündet, wie aus

* C. E. VON BAER, Beiträge zur Entwickelungsgeschichte der Fische. Leipzig 1835, p. 9.

† DOYÈRE. L'Institut. 1850, p. 12.

§ C. BRUCH, Ueber die Mikropyle der Fische, in: *Zeitschrift für Wiss. Zool.* Bd. VII, p. 172, 1856.

** LEUCKART, Ueber die Mikropyle und den feineren Bau der Schalenhaut bei den Insecteneiern. Nachschrift, in: J. MÜLLER'S *Archiv.* p. 257, 1855.

†† REICHERT, Ueber die Mikropyle der Fischeier u. s. w., in J. MÜLLER'S *Archiv.* p. 83, 1856.

§§ KÖLLIKER, Derselbe, Ueber die Befruchtung des thierischen Eies und über die hist. Deutung desselben. Mainz. 1855.

*** RANSOM, Observations on the Ovum of Osseous Fishes, in *Philosophical Transactions of the royal Society* p. 431, Vol. 157, 1867.

seinen Zeichnungen deutlich hervorgeht: Auch His * giebt beim Lachs an, dass in der Umgebung des Mikropylenkanales die Zona (Eikapsel His) nach innen vorgetrieben ist. Bei unmittelbar der Bauchhöhle entnommenen Eiern (des Lachses) liegt er nach ihm etwas excentrisch über dem Keim.

Wichtig und neu ist die Mittheilung von His, dass beim Lachs niemals mehr als ein Spermatozoon auf einmal den Mikropylenkanal zu durchsetzen vermag.

Aus dem Mitgetheilten geht also hervor, dass bei allen Knochenfischen die Mikropyle auf einer papillenförmigen Hervorragung der Zona radiata nach innen ausmündet, dass sie immer beim frischen, geschlechtsreifen Ei unmittelbar über dem Keime liegt, und dass niemals mehr als ein einziges Spermatozoon auf einmal durch den Mikropylenkanal wandern kann.

Calberla † theilt uns mit, dass bei den Petromyzonten die Eihaut an dem einen Pol uhrglasförmig gewölbt ist und im Bereiche des Uhrglases beide Schichten dicker sind. Auf dem Scheitel dieses Abschnittes findet sich eine flache, tellerförmige Einbuchtung, und entsprechend dem Centrum dieser durchbohrt eine trichterförmig beginnende, dann zu einem Kanal sich verengende und innen mit einer schwächern Erweiterung ausmündende Mikropyle die ganze Eihaut. Er bezeichnet diese Oeffnung in der Eihaut, zum Unterschiede von einer an der Dotteroberfläche vorhandenen ähnlichen Bildung als „äussere Mikropyle". Sie stimmt nach ihm im wesentlichen in ihrem Bau mit der Mikropyle der Knochenfische überein.

Weder A. Müller § noch Max Schultze ** konnten trotz eifrigster Nachforschung am Petromyzontenei eine Mikropyle auffinden. In der vorläufigen Mittheilung von Scott †† wird der Mikropyle keine Erwähnung gethan. Dagegen erklären Kupffer und Benecke §§ die von Calberla als Mikropyle bezeichnete Stelle nicht für eine Pforte, sondern nur für eine permeablere Stelle

* W. His, Untersuchungen über das Ei und die Entwickelung der Knochenfische, Leipzig 1873.

† Calberla, Der Befruchtungsvorgang beim Ei von Petromyzon Planeri, *Zeitschrift f. Wiss. Zool.*, Bd. XXX, p. 436, 1878.

§ A. Müller, Ueber die Befruchtungserscheinungen im Ei der Neunaugen. Verhandl. der Königsberger phys-oekonom. Gesellschaft 1864, p. 109.

** Max Schultze, Die Entwicklungsgeschichte von Petromyzon Planeri. Verhandelingen der Hollandsche Maatschappij van Wetenschappen te Haarlem.

†† Scott, Vorläufige Mittheilung über die Entwickelungsgeschichte der Petromyzonten, *Zool. Anzeiger*, Jahrg. III, N°. 63, 1880.

§§ Kupffer und Benecke, Der Vorgang der Befruchtung am Ei der Neunaugen, Königsb. 4°., 1878.

der Eihaut. Die Abbildung aber, welche CALBERLA giebt, stimmt im Allgemeinen so überein mit den Bildern, welche ich an zahlreichen Knochenfischeiern gefunden habe, dass ich — obgleich ich nicht selbst Gelegenheit hatte, Petromyzonteneier zu untersuchen — CALBERLA vollständig beipflichten muss. Der einzige Unterschied zwischen der Mikropyle bei den Knochenfischen und der bei Petromyzon, besteht also nur hierin, dass dieselbe beim letztgenannten nicht auf einer papillenförmigen Hervorragung ausmündet.

SALENSKY * ist es anfangs beim Sterlet (Acipenser ruthenus) nicht gelungen, das Vorhandensein einer Mikropyle am Ei nachzuweisen; im weiteren Verfolg seiner Untersuchungen hat er jedoch am oberen Eipol eine der Zahl nach wechselnde (5– 13) Anzahl von Oeffnungen aufgefunden. Ob dieselben aber alle Mikropylen darstellen, darf zweifelhaft erscheinen.

Eiinhalt und Kern.

Hering. Die jüngsten Eierstockeier, welche ich beim Hering antraf, wechselten in Grösse von 0,024—0,036 Millim. Der sehr grosse Kern ist sehr schön doppelt contourirt und enthält nur ein einziges Kernkörperchen. Protoplasma, Kern und Kernkörperchen sind durchaus homogen, nach Behandlung mit verdünnter Essigsäure gerinnt der Inhalt und wird feinkörnig.

Die grösseren Eier zeigen auch schon einen etwas complicirteren Bau. Der Inhalt ist wie bei den kleineren noch vollkommen homogen. Der Kern zeigt aber zahlreiche, oft mit Vacuolen versehene Kernkörperchen. Einige dieser Kernkörperchen liegen unmittelbar der Kernmembran an, andere dagegen mehr in der Mitte des Kernes. Die Kernwand ist ziemlich dick. Der Inhalt des Kernes gleicht dem des Protoplasma und bildet noch eine homogene Masse. Lässt man auf solche Eier verdünnte Essigsäure einwirken, dann bemerkt man folgendes: das bis jetzt noch vollkommen homogene Ei wird durch Gerinnung des Plasma trüb und körnig; hat jedoch die Essigsäure ein Paar Minuten eingewirkt, so tritt plötzlich eine starke Contraction des Plasma um den Kern ein und zugleich entsteht rings um das stark contrahirte Plasma ein breiter fast wasserklarer Saum, welcher eine exquisit radiäre Streifung zeigt. Dieser Saum entsteht wohl nur dadurch, dass bei der energischen Contraction des Plasma um den Kern Wasser durch die Porenkänalchen der Zona radiata nach innen eindringt. Dieses Wasser ist aber kein reines Wasser, sondern enthält eine geringe Menge Eiweiss gelöst, wie dies bekanntlich immer der

---

* SALENSKY, *Refer. Jahresb. über die Fortschritte der Anat. und Phys. Literatur* 1878, p. 228.

Fall ist, wenn beim Liegen im Wasser die Zona von dem Eiinhalt sich scheidet und zwischen beiden ein vom eingedrungenen Wasser ausgefüllter Zwischenraum sich bildet. Während des Eindringens gerinnt die Flüssigkeit und dadurch wird die exquisit radiäre Streifung bedingt.

Untersucht man das fast geschlechtsreife Eierstockei des Herings, so ist es mir nur äusserst selten gelungen, den Kern zu isoliren, denn bei den meisten war er schon im Auflösen begriffen. In den Fällen, in welchen eine Isolation noch möglich war, zeigte er folgende Beschaffenheit. Er bildet eine ziemlich grosse, bis zu 0,25—0,3 Millim. im Diameter messende Kugel. Die Wand ist äusserst dünn. Der Inhalt besteht aus einer wasserklaren Flüssigkeit, in welcher eine sehr grosse Zahl kleiner, glänzender Kügelchen abgelagert sind. In den meisten Fällen jedoch, wenn man fast geschlechtsreife Eier im frischen Zustande öffnet, gelingt es nicht mehr den Kern zu isoliren, indem er wie gesagt, im Begriff ist, sich aufzulösen.

Ueber die Veränderungen des sich auflösenden Kernes geben feine Querschnitte von in Bi. Chrom. Kali gehärteten Eiern die beste Aufklärung. Allererst bemerkt man, dass je mehr das Ei sich seiner Geschlechtsreife nähert, um so mehr der Kern seine centrale Stellung aufgiebt und excentrisch wird. Bei den meisten lag er schon unmittelbar der Eihaut an, und dann ohne alle Ausnahme immer dem Mikropylenkanal gerade gegenüber. Er zeigt sich dann als eine unregelmässige, ganz helle, vollkommen structurlose und von einer dünnen Schicht feinkörnigen Protoplasma's umgebene Masse, die durch Pikrocarmin intensiv roth gefärbt wird. Von einer Wand ist nichts mehr zu sehen, ebenso wenig von den früher so zahlreich vorhandenen Kernkörperchen. Je reifer das Ei wird, um so undeutlicher und unregelmässiger erscheint der Kern, indem sein Inhalt, der Kernsaft in welchem sich die Kernkörperchen gelöst haben, sich immer mehr mit dem Inhalt des Eies mischt, bis er schliesslich vollständig verschwunden ist.

Der Inhalt des noch nicht geschlechtsreifen Heringseies besteht aus einer sehr grossen Zahl Dotterkugeln, welche von einer sehr geringen Grösse bis zu 0,035 Millim. messen. Dieselben sind in einer feinkörnigen protoplasmatischen Masse abgelagert, die jedoch nur sehr spärlich vorhanden ist. (vergl. Taf. I, Fig. 24 und Taf. VI, Fig 2.) Nach Färbung mit Pikrocarmin nimmt das Protoplasma nur eine äusserst blassrothe Farbe an, während die Dotterkugeln blassgelb erscheinen.

Auf feinen Querschnitten von in Osmiumsäure gehärteten Eiern bemerkt man oft in den gewöhnlich bräunlich gelb gefärbten Dotterkugeln eigenthümliche Zeichnungen. (Taf. II, Fig. 1). Im Innern derselben sieht man nämlich oft eine grossen glänzende Kugel, welche etwas dunkler tingirt erscheint.

Rings um diese Kugel liegen zahlreiche kleine Kügelchen, welche nach der Peripherie hin allmählich schwinden, in concentrische Reihen angeordnet und in der Randschicht selbst begegnet man ihnen nicht mehr.

Beim vollständig geschlechtsreifen Ei des Zuiderzee-Herings ist es mir, ihnen ungeachtet aller darauf verwendeten Mühe und Durchmusterung hunderter darauf untersuchter Querschnitte von in Bi. Chrom. Kali oder in Osmiumsäure gehärteten Eiern, doch nie gelungen, die geringste Spur eines Kernes zu finden, weder nach Färbung mitPikrocarmin, noch durch Haematoxylin, noch durch Methylgrün.

Nachdem ich mich an Querschnitten fast geschlechtsreifer Eier überzeugt hatte, dass der sich auflösende Kern immer der inneren Mündung des Mikropylenkanals gegenüber, ja unmittelbar anliegt, hoffte ich dass vielleicht auch an Querschnitten vollständig reifer Eier, welche gerade den Mikropylenkanal senkrecht durchschnitten hatten, noch Spuren eines Kernes in der Umgebung der papillenförmigen Hervorragung der inneren Mündung der Mikropyle aufzufinden sein würden, aber niemals bin ich so glücklich gewesen.

Wir haben schon gesehen, dass bei dem noch nicht geschlechtsreifen Ei der Inhalt aus einer sehr grossen Zahl bis zu 0,035 Millim. im Diameter messender Dotterkugeln und sehr wenig Protoplasma besteht. Bei dem geschlechtsreifen Heringsei dagegen begegnet man einer viel kleineren Zahl bedeutend grösserer Kugeln, die ich mit Kupffer als Dotterkugeln bezeichnen werde.

Einige dieser Kugeln sind mehr homogen, andere dagegen mit einer Fülle, gewöhnlich nur 0,002 Millim. messender Kügelchen ausgefüllt.

Aehnlichen Kügelchen begegnet man oft in unregelmässigen Haufen bei einander und dann ausserhalb der Dotterkugeln gelegen, sodass es mir sehr wahrscheinlich vorkommt, dass diese Kügelchen in den Dotterkugeln ihren Ursprung nehmen und durch Platzen der Dotterkugelwand frei werden. Ausser diesen Dotterkugeln Kupffer's kommt dann im Ei noch eine sehr bedeutende Menge feinkörnigen Protoplasma's vor, welches beim unreifen Ei nur spurweise vorhanden ist. Man kann so viele Querschnitte untersuchen als man will, in keinem derselben zeigt sich das Protoplasma unter derselben Gestalt. Bei einigen bildet es dicke, breite Züge, bei anderen mächtige Anhäufungen im Eicentrum, bei noch anderen hat es sich mehr an den Rändern oder an einem oder an beiden Polen angesammelt, bei wieder anderen liegt es mehr gleichmässig durch das ganze Ei hin verbreitet. Meistens, obgleich nicht immer bildet es an der Peripherie eine nicht sehr breite Zone und durchzieht dann von hier aus den ganzen Dotter. Aber wie das Protoplasma auch angeordnet sein möge, immer bildet es eine mässig breite Zone unter der Mikropyle. Dass dieses Protoplasma der Keim ist, brauche ich wohl kaum noch zu sagen. (Taf. II, Fig. 2).

In der Randschicht des Eiinhaltes bemerkt man dann noch einige mehr oder weniger ovale, lichtbrechende, glänzende, homogene Kugeln, — die Dotterkörner KUPFFER's —. Ihre Grösse fand ich wie KUPFFER sie angiebt und sie bilden eine unvollständig oberflächliche Lage, welche die übrige Masse unvollkommen deckt (vergl. Taf. II, Fig. 3). Beim Hering ist also auch wirklich bei dem geschlechtsreifen Ei das Protoplasma, der Keim, schon vorhanden, nur hat er sich noch nicht an dem Keimpol concentrirt, sondern liegt mehr durch das ganze Ei zwischen den Dotterkugeln hin, zerstreut. Ueber die genaueren Lageverhältnisse des Keimes können nur feine Querschnitte Aufschluss geben.

Wir sehen also, dass beim Heringsei, während des Ueberganges aus dem noch nicht geschlechtsreifen in den vollkommen geschlechtsreifen Zustand, gewaltige Veränderungen vor sich gehen. Dieselben betreffen sowohl den Inhalt des Eies als den des Kernes und müssen wahrscheinlich in sehr kurzer Zeit vor sich gehen, denn nicht allein war ich nie so glücklich Uebergangsstadien zu finden, sondern es zeigt sich auch, dass bei Heringen, welche noch nicht so geschlechtsreif sind, dass bei dem leisesten Druck die Eier abgehen, sondern erst nach einem etwas kräftigeren ausgepresst werden, neben vollkommen geschlechtsreifen Eiern andere vorkommen, die noch durchaus den auf S. 38 beschriebenen Bau zeigen.

In vielen Beziehungen günstiger erwies sich das Ei von Scorpaena.

Untersucht wurden die Eier von Scorpaena porcus und S. scrofa. Die jüngsten Eier zeigten ungefähr denselben Bau wie er für den Hering beschrieben ist. Bei etwas grösseren Eiern besitzt das Keimbläschen schon einen ansehnlichen Durchmesser und enthält einige grössere und mehrere kleinere Keimflecke. Oft erreicht ein einziger von diesen eine ganz besondere Grösse. Die Kernmembran erscheint glatt und deutlich doppelt contourirt. Beim Weiterwachsthum der Eizelle ist man, um die Lage und Beschaffenheit des Keimbläschens zu untersuchen, auf Schnittpraeparate angewiesen, indem eine Isolation des Keimbläschens nicht mehr gelingt. Es stellt sich dann heraus, dass das Keimbläschen seine Lage verändert hat, und vom Centrum, wo es vorher lag, nach der Oberfläche emporgerückt ist, ebennso wie dies beim Heringsei beschrieben ist. Die anfangs so deutlich erscheinende Wand ist weniger deutlich und nicht mehr glatt, sondern stark gefaltet. Die früher so scharf markirten Kernkörperchen werden ebenfalls undeutlicher und scheinen schliesslich vollständig von dem Kernsaft aufgelöst zu werden, wenigstens sieht man dieselben nicht mehr. Je mehr das Ei sich seiner Geschlechtsreife nähert, um so mehr rückt der Kern nach der Peripherie. Schliesslich erreicht er die Eihaut und liegt hier dann immer — eben wie beim Hering — der Mikropyle unmittelbar gegenüber. Wie beim Hering zeigt er

sich als eine unregelmässige, ganz helle, homogene Masse, welche wahrscheinlich wohl nur den Kernsaft vorstellt. Von einer Wand ist auch hier wie dort nichts zu sehen. In dem anfangs im frischen Zustande homogen, nach Behandlung mit Essig-, Chrom-, Osmium-, und Pikrinsäure oder mit Lösungen von Bi-Chrom. Kali durch Gerinnung körnig erscheinenden Eiinhalt-zeigt sich, sobald das Ei eine Grösse von 0,15 Millim. erreicht hat, die erste deutliche Ablagerung von Dotterkügelchen. Hat das Ei eine Grösse von 0,3 Millim. erreicht, dann besteht der Inhalt ganz aus bis zu 0,024 Millim. im Diameter messenden, in einer spärlichen Protoplasmamasse abgelagerten Dotterkugeln. Mit dem unbewaffneten Auge betrachtet, sehen die Eier dann milchweiss aus.

Wie ganz anders dagegen ist der Anblick des geschlechtsreifen Eies von Scorpaena. Es ist vollkommen klar und durchsichtig wie Glas. Bringt man es ganz frisch, ohne Zufügung von Reagentien unter das Mikroskop, so lassen sich an demselben sofort zwei ungleich grosse Abtheilungen unterscheiden. Der eine bedeutend grössere Theil ist das Deutoplasma, der Nahrungsdotter; frisch untersucht erscheint er vollkommen homogen, ohne jede Spur von Dotterkörnchen. Der andere bei weitem kleinere Theil, das Protoplasma, der Keim, ist ebenfalls durchaus homogen, derselbe hat jedoch ein glänzenderes Aussehen und zeichnet sich besonders durch seine blassrothe Farbe vor dem mehr weisslich erscheinenden Nahrungsdotter aus. An dem einen Pol, dem Keimpol, deckt er kappenförmig den Dotter und erreicht der Mikropyle gegenüber seine grösste Höhe, von dort nimmt er bis zum Aequator allmählich an Umfang ab, verschwindet an dem Aequator fast vollständig, um dann an dem gegenüberliegenden Pol eine zwar sehr dünne, dennoch deutliche Schicht zu bilden.

Behandelt man das Ei mit Essigsäure, dann gerinnt der Keim, während der Nahrungsdotter kaum alterirt wird. Zerlegt man das Ei in Querschnitte, nachdem man es vorher mit Lösungen von Bi-Chrom. Kali von 5 pCt. oder mit der von Kleinenberg angegebenen Pikrinsäure behandelt hat, dann ergiebt sich, dass der Keim aus einer äusserst feinkörnigen Substanz besteht, während der Dotter dagegen etwas mehr grobkörnig granulirt erscheint und vollständig dem Bilde gleicht, welches man erhält, wenn man sehr junge Eierstockseier auf ähnliche Weise behandelt. Der Keim erscheint so fein granulirt, dass man nur bei Anwendung stärkerer Vergrösserungen die feinen Körnchen sehen kann. Durch Färbung mit Borax- oder Beale'schem-Carmin, mit Methylgrün und anderen Farbstoffen, wird der Keim intensiv, der Nahrungsdotter nicht oder nur spurweise tingirt. Schon im frischen Zustande bemerkt man in dem Keim, unmittelbar der Mikropyle gegenüber einen eigenthümlichen Körper, der sich besonders deutlich nach Behandlung mit Essigsäure als eine Kernspindel ausweist (vergl. Taf. II, Fig. 4). In

seinem Bau zeigt uns das spindelförmige Gebilde jene characteristische Beschaffenheit, welche in den letzten Jahren von Kernen, die zur Theilung sich anschicken, von mehreren Seiten beschrieben worden ist. In ihrem Bau gleicht die Spindel durchaus der, wie O. Hertwig, Bütschli, Fol u. A. dieselbe bei einer grossen Zahl niederer Thiere beschrieben haben. Die Spindel ist bei Scorpaena durchschnittlich 0,025 Millim. lang und 0,0145 Millim. breit und besteht aus einer Anzahl sehr feiner, paralleler Fasern, die nach den beiden Enden zu convergiren und in zwei Spitzen zusammenlaufen. Die Fasern sind in der Mitte zu einem kleinen Knötchen verdichtet, welches das Licht stärker bricht und daher von einer dichteren Substanz gebildet wird (Strassburger's Kernplatte, Hertwig's mittlere Verdichtungszone). Bei Scorpaena fällt dieser Theil des Kerns dem Beobachter schon in die Augen, bevor das Ei noch mit Reagentien behandelt ist. Auch die Spitzen der Spindel sind gleichfalls von verdichteter Kernsubstanz gebildet und dadurch kenntlicher gemacht. Dagegen liess sich ein kleiner, heller Protoplasmahof an den Polen der Spindel, um welchen die Dotterkörnchen eine radiäre Anordnung besitzen, nicht nachweisen. Mehrmals hat es mir den Eindruck gemacht, als ob die Kernspindel von einer äusserst zarten Membran umgeben wäre. Wie gesagt, tritt die Spindel besonders deutlich zum Vorschein, wenn man die Eier mit Essigsäure von 5—10 pCt. behandelt, doch hält sich das Bild nur wenige Minuten, indem durch die starke Gerinnung das ganze Protoplasma zu undurchsichtig wird, um die Kernspindel noch unterscheiden zu lassen. Und doch macht es die ziemlich resistente und dicke Zona radiata nothwendig eine Essigsäure-Lösung zu gebrauchen, die wenigstens 5 pCt. —10 pCt. stark ist, indem schwächere Lösungen entweder fast gar nicht oder erst nach sehr langer Zeit die Zona durchdringen. Für geschlechtsreife, unbefruchtete Eier macht dies vielleicht weniger aus, vollständig unbrauchbar sind dagegen solche schwache Lösungen, wenn es Eiern in den allerersten Stadien der Entwickelung gilt, indem dieselben dann so schnell als möglich abgetödtet werden müssen, um die Veränderungen; welche an der Kernspindel sich abspielen, zu erforschen, und für diesen Zweck sind die genannten Lösungen von 5 pCt.— 10 pCt. am meisten zu empfehlen. Das in Nachfolgung von Strassburger durch Hertwig empfohlene Verfahren, nachdem die Essigsäure möglichst entfernt ist, die Eier mit absolutem Alkohol zu übergiessen, nach einigen Stunden den Alkohol mit Glycerin und essigsaurem Kali zu gleichen Theilen langsam zu versetzen und die Mischung stehen zu lassen, bis der Alkohol verdunstet ist, lässt sich, so weit ich dies habe verfolgen können, für die Eier der Knochenfische nicht anwenden.

Es unterliegt wohl keinem Zweifel, dass wir das spindelförmige Gebilde jetzt

schon mit Sicherheit als Kern des Eies deuten können. Es ist dies nun das Stadium, welches von allen Autoren, und wie ich selbst früher ebenfalls glaubte, mit grosser Bestimmtheit als kernlos bezeichnet worden ist. Vergleicht man die Grösse der Kernspindel des geschlechtsreifen Eies mit der des Keimbläschens beim nichtgeschlechtsreifen Ei, so geht daraus unmittelbar hervor, dass die Kernspindel jedenfalls wohl nicht dem ganzen Keimbläschen entspricht. Das geschlechtsreife Ei von Scorpaena hat eine mehr oder weniger ovale Gestalt, die longitudinale Axe beträgt 0,92—0,95 Millim., die breite Axe 0,81—0,84 Millim.; die Länge der Kernspindel dagegen beträgt, wie wir gesehen haben nur 0,025 Millim. bei einer Breite von 0,0145 Millim. Bei jungen Eierstockseiern, die z. B. einen Durchmesser von 0,18 Millim. haben, beträgt der Diameter des Kerns 0,068 Millim.

Wir werden also wohl gezwungen anzunehmen, dass aus einem und zwar sehr geringen Theil des Keimbläscheninhaltes (i. e. des Kernsaftes in welchem die Kernkörperchen sich gelöst haben) sich die Kernspindel bildet, dass dagegen der grösste Theil sich mit dem Eiinhalt vermischt. Bei dieser Mischung gehen dann gewaltige Veränderungen vor sich, als deren Endresultat die Bildung des Keimes in erster Linie hervortritt und zweitens auch der so eigenthümlich gebildete Nahrungsdotter entsteht. Welche Processe hier vorliegen, weiss ich nicht, wahrscheinlich sind es Vorgänge von höchst complicirter Natur, die der Beobachtung kaum oder sehr schwer zugänglich sein werden. Aehnliches gilt von der Art und Weise der Bildung der Kernspindel. Auch hier scheint der Uebergang aus dem nichtgeschlechtsreifen in den geschlechtsreifen Zustand in sehr kurzer Zeit vor sich zu gehen und ebenso wenig wie beim Hering liessen sich hier Uebergangsstadien nachweisen. Dies ist bei Scorpaena um so auffälliger, als die Reife des Eies hier so deutlich vom Centrum nach der Peripherie vorrückt. An die letzte Reihe der nichtgeschlechtsreifen Eier, in welchen der Nahrungsdotter noch aus Dotterkugeln besteht und das Keimbläschen, wenn auch nachweisbar, schon in Auflösung begriffen ist, schliessen sich unmittelbar Eier an, die vollständig den geschlechtsreifen gleichen, nur etwas kleiner sind.

Eben so klar und durchsichtig wie das Ei von Scorpaena ist das Ei von Julis im geschlechtsreifen Zustand, es unterscheidet sich aber so fort von dem von Scorpaena durch den Besitz einer grossen glänzenden Oelkugel. Das Ei von Julis vulgaris hat einen Diameter von 0,75 Millim., die Oelkugel einen von 0,15 Millim. Der Dotter des frischen Eies erscheint vollständig homogen, er wird allseitig von dem ebenfalls vollkommen durchsichtigen Keim umgeben, der an dem Pol, wo die Mikropyle gelegen ist, seine grösste Höhe erreicht. Die durch ihr specifisches Gewicht leichtere Oelkugel nimmt immer

die höchste Stelle am Dotter ein, so dass in natürlichem Zustande die Oelkugel immer nach oben, die Mikropyle nach unten gerichtet ist. Durch Behandlung mit Essigsäure gerinnt der Keim, während der Dotter nicht alterirt wird. Unmittelbar der Mikropyle gegenüber liegt eine kleine Kernspindel, die aber bei weitem nicht so deutlich ist wie bei Scorpaena.

Untersucht man das geschlechtsreife Ei von Julis auf feinen Querschnitten, nachdem man es vorher in der KLEINENBERG'schen Pikrinsäure-Lösung gehärtet hat, dann erscheint der Keim feinkörnig, der Dotter dagegen grobkörnig und bei Anwendung starker Vergrösserung ergiebt sich, dass diese Grobkörnigkeit auf dem Vorhandensein unzählbarer, kleiner, unregelmässiger, glänzender Kügelchen beruht, eben so wie bei Scorpaena, nur sind die Kügelchen bei Scorpaena noch viel kleiner.

Die jüngeren Stadien wiederhohlen bei Julis durchaus dieselben Erscheinungen, wie sie für Scorpaena beschrieben sind. Auch hier besteht der Inhalt, wenn das Ei einen Diameter von 0,25—0,3 Millim. erreicht hat, aus zahlreichen, glänzenden, mässig grossen Dotterkugeln, in einer äusserst spärlichen Protoplasmamasse abgesetzt; das Ei ist in diesem Stadium vollkommen undurchsichtig. Der Kern wiederholt dieselben Phasen seiner Rückbildung wie bei Scorpaena, aus einem kleinen Theil seines Inhaltes bildet sich die Spindel, der bei weitem grösste Theil mischt sich mit dem Dotter und als Product dieser Mischung entsteht auch hier der Keim, der Nahrungsdotter und die so eigenthümlich gebildete Oelkugel.

Fast vollständig denselben Bau wie das Ei von Julis, zeigt das Ei von Serranus. Bei Serranus scriba hat das geschlechtsreife Ei einen Durchmesser von 0,82—0,85 Millim. Es enthält eben so wie das Ei von Julis eine grosse, glänzende Oelkugel, die einen Diameter von 0,15 Millim. hat, aber im Gegensatz zu der von Julis nicht immer die höchste Stelle, sondern jede beliebige Stelle im Dotter einnimmt. Der Nahrungsdotter ist eben so klar und durchscheinend wie bei Julis, wie dasselbe gilt von dem Keim.

Ist das Ei in der KLEINENBERG'schen Pikrinschwefelsäure-Lösung gehärtet und dann auf Querschnitten untersucht, so zeigt sich der Keim wieder fein granulirt, während der Dotter mehr ein grobkörniges Ansehen hat, wie bei Scorpaena.

Das nichtgeschlechtsreife Ei zeigt denselben Bau, wie er für diese Stadien bei Julis und Scorpaena beschrieben ist und besteht hier ebenfalls, wenn es eine Grösse von 0,3 Millim. erreicht hat, aus einer beträchtlichen Zahl mässig grosser, glänzender Dotterkugeln. Das Keimbläschen zeigt dieselben Phasen seiner Umwandlung wie bei Julis und Scorpaena. Auch beim Ei von Fierasfer zeigt sich der Dotter im unreifen Zustand aus glänzenden Dotterkugeln

zusammengesetzt, obgleich das vollständig geschlechtsreife Ei ebenso klar und durchsichtig ist wie das von Julis, Scorpaena und Serranus.

Ich habe ferner das Ei von Heliasis chromis und von vier Arten von Crenilabrus untersucht.

Bei Heliasis chromis hat das reife Ei einen Längsdurchmesser von 0,85—0,9 Millim., bei einer Breite von 0,7—0,72 Millim. Der Inhalt besteht ausser einer grossen, glänzenden Oelkugel, welche einen Diameter von 0,21 Millim. hat, aus Dotterkugeln (Deutoplasma) und einer beträchtlichen Menge feinen Protoplasma's. An dem der Mikropyle gegenüber liegenden Pol, dem Keimpolbildet das Protoplasma eine deutliche Schicht, welche nach dem Aequator zu allmählich dünner wird und an dem, dem Keimpol gegenüberliegenden Pol verschwunden ist. In der in Rede stehenden Schicht liegen kleine Dotterkügelchen, welche nach dem eigentlichen Nahrungsdotter zu immer zahlreicher werden und so den allmählichen Uebergang von dem Keim in das Deutoplasma vermitteln (vergl. Taf. II, Fig 5). Auf Querschnitten untersucht, ergiebt sich, dass zwischen den Dotterkugeln dicke Stränge Protoplasma's hinziehen, welche vom Keime wurzelartig ausgehen und alle möglichen Formen und Gestalten annehmen können, eben wie dies beim Heringsei beschrieben ist. Untersucht man dagegen das Ei von Heliasis chromis in früheren Zuständen, so zeigt es vollständig denselben Bau, der für die andren Eier beschrieben ist. Der Kern wiederholt dieselben Erscheinungen wie bei den früher erwähnten Eiern. Er rückt nach der Peripherie, liegt auch hier endlich unmittelbar unter der Mikropyle, sein Inhalt mischt sich mit dem Inhalt des Eies und als Endresultat dieser Mischung tritt auch hier das reichlich entwickelte Protoplasma oder der Keim und das Deutoplasma oder der Nahrungsdotter auf, welcher zwar ebenfalls aus Dotterkugeln besteht, die aber ein ganz anderes Aussehen haben als die Dotterkugeln des nichtgeschlechtsreifen Eies.

Obgleich auch hier wohl unzweifelhfat aus einem Theil des sich auflösenden Kerns sich eine Kernspindel bilden wird, war das Object zu ungünstig, um dieselbe hier direct nachweisen zu können.

Bei Crenilabrus (C. pavo) hat das geschlechtsreife Ei einen Diameter von 0,7—0,75 Millim. Der Inhalt besteht aus dem nicht vollständig klaren Nahrungsdotter, welcher eine zähflüssige Substanz darstellt, in welcher spärliche kleine Dotterkügelchen suspendirt sind, und dem Keim oder dem Protoplasma. Letzteres deckt den Nahrungsdotter kappenförmig, erreicht der Mikropyle gegenüber seine grösste Höhe und wird, allmählich abnehmend am Aequator zu einer sehr dünnen Schicht reducirt, welche sich über die ganze übrig bleibende Partie des Nahrungsdotters hin fortsetzt. Auch in dem Keim bemerkt man einzelne zerstreute

kleine Dotterkügelchen. Behandelt man das frische Ei mit Essigsäure, dann tritt besonders der Keim scharf hervor. An in Bi- Chrom. Kali von 5 pCt. erhärteten geschlechtsreifen Eiern erscheint (auf Querschnitten) der Keim fein granulirt, das Deutoplasma jedoch so fein (abgesehen von den darin suspendirten Dotterkügelchen), dass es fast homogen aussieht, ähnlich verhält sich das in der KLEINENBERG'schen Pikrinschwefelsäure-Lösung gehärtete Ei, nur erscheint nach Anwendung der erstgenannten Lösung der Keim dunkelbraun, der Nahrungsdotter gelb und lässt also die beiden Theile von einander vortrefflich unterscheiden.

Ich brauche wohl nicht zu wiederhohlen, dass die jüngeren Stadien der Eibildung bei Crenilabrus dieselben Erscheinungen zeigen, wie schon oft beschrieben ist. Nur liess sich hier der Uebergang des Eies aus dem nichtgeschlechtsreifen in den geschlechtsreifen Zustand etwas besser verfolgen. Der Kern zeigt hier dieselben Phasen seiner Rückbildung wie schon mehrfach erwähnt ist; liegt er unmittelbar der Mikropyle gegenüber, dann bildet er besonders nach Färbung mit Beale'schem Carmin, Pikrocarmin, Boraxcarmin u. A. einen unregelmässig rothen Fleck, ringsum von einer verhältnissmässig dicken, unregelmässig gestalteten Schicht Protoplasma's umgeben. Von einer Wand ist nichts mehr zu unterscheiden und der helle, durch die ebengenannten Farbstoffe roth erscheinende Fleck, ist wohl nur der Kernsaft, in welchem die Kernkörperchen aufgelöst sind. Je kleiner der Fleck erscheint, um so mächtiger wird das Protoplasma, seine Ausdehnung nimmt immer zu; gleichzeitig treten die Veränderungen in den Dotterkugeln auf, sie schwinden allmählich und an ihre Stelle tritt die zähflüssige, nicht vollständig klare Masse — der eigentliche Nahrungsdotter. Beide Erscheinungen gehen Hand in Hand und das Endresultat ist der Zustand, wie er beim vollständig geschlechtsreifen Ei beschrieben ist. Ich habe ferner auch noch die Eier von Cyclopterus lumpus, von Hippocampus brevirostris, von Syngnathus acus u. s. w. untersucht und in der Hauptsache immer dasselbe gefunden.

Aus den eben mitgetheilten Beobachtungen ergiebt sich also, dass welche grosse Unterschiede im Bau das geschlechtsreife Eierstocksei auch zeigen möge, dasselbe in bestimmten Phasen seiner Entwickelung bei allen bis jetzt untersuchten Knochenfischen vollkommen dieselbe Structur zeigt, und weiter folgt daraus, dass der Inhalt des geschlechtsreifen Eies bedeutend von dem nichtgeschlechtsreifen abweicht.

Es ist eine bekannte Thatsache, dass das geschlechtsreife Ei der Knochenfische sich von dem nichtgeschlechtsreifen immer dadurch unterscheidet, dass das erstgenannte viel durchscheinender ist. Dieser Zustand tritt, wie wir gesehen haben, dann ein, wenn der Kern in seiner Auflösung begriffen und von dem

Centrum nach der Peripherie vorgerückt, seinen Inhalt — den Kernsaft in welchem vorher sich schon die Keimflecke gelöst haben —, mit dem Eiinhalte vermischt und als dessen Resultat die Spindel, das Protoplasma oder der Keim und das Deutoplasma oder der eigentliche Nahrungsdotter sich ausbildet. Bei den Eiern, welche ankleben oder durch ihre Schwere zu Boden sinken, erreicht die Durchsichtigkeit nie einen so hohen Grad. Der Nahrungsdotter erscheint hier in den meisten Fällen wieder aus einer grössern oder kleinern Zahl von Dotterkugeln in einer geringern oder mächtigern Quantität von Dotterflüssigkeit suspendirt, zusammengesetzt; die Dotterkugeln zeigen aber wie wir gesehen haben, einen ganz anderen Bau als die ursprünglichen Dotterkugeln des unreifen Eies. Nur bei einigen wenigen Eiern (Crenilabrus, Spinachia nach Kupffer) erscheint der Nahrungsdotter klarer und hier sehen wir denn auch die Dotterkugeln allmählich schwinden. Erst bei den pelagisch abgesetzten Eiern erreicht die Durchsichtigkeit des Nahrungsdotters ihren höchsten Grad, derselbe ist vollkommen wasserklar und enthält keine Dotterkügelchen mehr, und diese eigenthümliche Modification des Nahrungsdotters ist wohl nur als eine Anpassungs-Erscheinung zu erklären. Wären die pelagischen Eier nicht so durchscheinend, so würden sie der Vernichtung durch Feinde sehr ausgesetzt sein. Mit dieser Erscheinung steht die ganze Entwickelung in vollem Einklang. In der Einleitung habe ich schon mitgetheilt, dass bei allen bis jetzt untersuchten pelagischen Eiern die Entwickelung sehr schnell verläuft, und dass die Embryonen in einem so frühen Stadium geboren werden, dass das Pigment in den Augen sich noch nicht abgesetzt hat. Die pelagischen Eier bleiben also klar und durchsichtig bis zu den letzten Stadien ihrer Entwickelung und hierin dürften sie wohl den kräftigsten Schutz finden, um nicht durch umringende Feinde verheert zu werden.

Bei Leuciscus rutilus habe ich den Bau des Kernes beim jungen Eierstocksei noch etwas genauer untersucht. Taf. III, Fig. 7 stellt einen Kern eines Eies vor, welches einen Diameter von 0,012 Millim. hatte und bei welchem der Inhalt des Eies noch frei von körnigen Einlagerungen war. Der ziemlich grosse Kern enthält eine nicht unbedeutende Zahl Kernkörperchen, die bis zu 0,008 Millim. im Diameter messen. Die meisten dieser Kernkörperchen enthalten eine etwas grössere, oder zwei bis drei kleinere Vacuolen. Das Fadennetz, welches bei den Amphibieneiern im Kerne so schön entwickelt ist, scheint dagegen bei den meisten Fischeiern nur sehr spärlich vertreten zu sein, denn weder im frischen Zustande untersucht, noch nach Behandlung der Eier mit Osmiumsäure

von 1 pCt. und darauf folgender Tinction mit BEALE'schem Carmin, war es möglich dasselbe deutlich zu machen.

Nach HIS, * dem wir sehr umfangreiche Untersuchungen über den Bau des Eies und dessen Entwickelung verdanken, besteht der Inhalt des Eies aus dem Keim (Keimschicht oder Hauptdotter HIS) und der Rindenschicht nebst Dotterflüssigkeit, zusammen den Nebendotter bildend. Er giebt an, dass (beim Lachs) der Keim vor der Befruchtung schon vorhanden ist und sich beim reifen unbefruchteten Ei, als eine flache, am Rande sich zuschärfende Protoplasma scheibe zeigt, welche ihre äussere Fläche frei der Kapsel zuwendet, während die innere zunächst auf einer Lage von Rindenmasse aufruht. Er theilt weiter mit, dass an den unmittelbar der Bauchhöhle entnommenen, nur in Bauchhöhlenflüssigkeit schwimmenden Eiern, die Beweglichkeit der Dotterkugeln innerhalb der Kapsel noch fehlt, beide sind fest zu einander orientirt und zwar so, dass die Mikropyle etwas excentrisch über dem Keim liegt. Reifende Eier erhalten stets nach ihm sehr zahlreiche Einlagerungen von Nebendotterbestandtheilen, deren Menge so gross werden kann, dass sie den Binnenraum des Eies fast vollständig erfüllen. Im völlig reifen Ei ist der grösste Theil des Nebendotters verflüssigt und nur ein Theil persistirt als organische Rindenschicht.

Es unterliegt wohl keinem Zweifel, dass auch beim Lachs bei dem Untergang des Keimbläschens, wobei sein Inhalt sich mit den Elementen des Dotters mischt, der Keim und der eigentliche Nahrungsdotter geboren wird, denn auch HIS giebt an „die im reifen Ei sehr reichlich vorhandenen, durch Wasser ausfällbaren Eiweisskörper fehlen in früheren Entwickelungsstufen beinahe völlig".

Durchaus unbegreiflich ist mir die Mittheilung von HIS wenn er sagt dass die Nebendotter-elemente Anfangs in der Regel die Charaktere echter Zellen, mit einem durch Carmin färbbaren Kern tragen. Denn mit Recht dürfen wir fragen; woher stammen diese echten Zellen. HIS neigt sich zu der Meinung, dass sie von der Granulosa aus in das Ei eingedrungen sind, wie beim Hühnerei und indem HIS die Granulosazellen von Leucocyten ableitet, muss der Ursprung der in Rede stehenden Zellen in der Eintritt farblosem Blutzellen in dem Ei gesucht werden. Dass HIS zu dieser eigenthümlichen Anschauung gekommen ist, dass die Nebendotterelemente die Charaktere echter Zellen tragen, ist wahrscheinlich wohl zum grössten Theil dem zuzuschreiben, dass er an weniger

---

* HIS, *Untersuchungen über das Ei und die Entwickelung der Knochenfische.* Mit 4 Tafeln. Leipzig 1873.

günstigen Objecten seine Untersuchungen angestellt hat. Ich selbst habe das Lachsei nicht untersuchen können, wohl aber gelegentlich das Ei von Leuciscus rutilus (s. Taf. II, Fig. 6). Hier lässt sich eine Rindenschicht deutlich von den mehr centralen Partien unterscheiden. In der Rindenschicht bemerkt man eigenthümliche, bis zu 0,045 Millim. im Diameter messende Gebilde. Dieselben sind in einem Reticulum abgelagert, welches aus feinem aber spärlichem Protoplasma, mit anderen kleinen Dotterkörnchen gemischt besteht. Dieselben sind durchaus homogen. In jedem dieser Gebilde bemerkt man eine grosse, helle Kugel, einem Kern nicht unähnlich, mit einem oder mit zahlreichen, kleinen glänzenden Kügelchen gefüllt. Anfangs glaubte ich, dass diese Gebilde die His'schen Zellen wären, und die grossen hellen Kugeln Kernen entsprächen. Eine genauere Untersuchung, besonders die Tinktion mit verschiedenen Färbungsmitteln zeigte indessen, dass diese Gebilde wohl nicht als Zellen mit Kernen aufzufassen sind. Pikrocarmin, Methylgrün, Haematoxylin, Osmiumsäure färben alle Binnentheile dieser Gebilde vollständig gleichmässig.

Ausserdem ist der Inhalt viel zu homogen und glänzend, als dass man an Zellen denken kann, so dass es nur eigenthümlich gebildete Dotterkugeln sein können. Diese Beschreibung ist einem Ei entnommen, in welchem der Kern in Auflösung begriffen, also noch nicht geschlechtsreif war. Und dass man in diesen Gebilden wohl keine echten Zellen, sondern nur eigenthümlich gebildete Dotterkugeln erblicken kann, wird klar, wenn man so viel möglich die Eier anderer Knochenfische untersucht. Wohl kein Object ist mehr geeignet der Theorie von His den Boden einzuschlagen als die kristallklaren pelagischen Eier, bei welchen der Dotter völlig durchsichtig, von einer Randschicht nicht mehr die Rede und auch nicht die Spur von zelligen Elementen im Eiinhalt zu erblicken ist. Ausserdem möchte ich fast sagen, dass das Eindringen von den — im Vergleich zu den äusserst kleinen Porenkanälchen immer grossen — Granulosazellen eine Unmöglichkeit ist.

Jeder der die Granulosa untersucht, wird sehen, dass sie immer eine zusammenhangende Schicht bildet, ohne jemals eine Unterbrechung zu zeigen, was doch stattfinden müsste, wenn eine Granulosa-Zelle durch die Eihaut nach innen drang. Die Mittheilungen von His sind um so unbegreiflicher als Gegenbaur * schon 1861 klar und deutlich nachgewiesen hat, dass die Eier der Wirbelthiere mit partieller Furchung keine wesentlich zusammengesetzteren

* C. Gegenbaur, Ueber den Bau und die Entwickelung der Wirbelthiereier mit partieller Dottertheilung, in: Müller's *Archiv.* p. 491—526. Taf. XI, 1861.

Gebilde als die der übrigen Wirbelthiere sind, und nichts Anderes als zu besonderen Zwecken eigenthümlich umgewandelte kolossale Zellen sind, die aber nie diesen ihren Charakter aufgeben. Der Dotter enthält nach ihm niemals Zellen, die sogenannten Dotterzellen sind nur Umbildungsproducte der schon sehr früh vorhandenen Molekel und Körnchen. An der Zusammensetzung des Dotters betheiligen sich nach GEGENBAUR die Granulosazellen in keiner Weise, sie bilden vielmehr eine von der Oberfläche des Dotters scharf abgegrenzte Schicht. LUDWIG *, der GEGENBAUR vollständig beistimmt, hebt wohl mit Recht hervor, dass es wohl kaum zu beweisen sein dürfte und es auch Niemand behaupten wird, dass das Follikel-Epithel an der Ernährung der wachsenden Eizelle keinerlei Antheil nehme, und dass dies GEGENBAUR auch sicherlich nicht sagen, sondern nur auf seine Untersuchungen hin behaupten will, dass die Dotterelemente nicht von aussen her dem Ei zugeführt werden, sondern in dem Ei ihre Entstehung nehmen.

Ich muss hierin GEGENBAUR und LUDWIG durchaus beipflichten. Im Ei selbst nehmen die Dotterelemente ihre Entstehung, wachsen in Zahl und Grösse zu einer gewissen Zeit an, um dann, wenn der Kernsaft sich ihnen beimischt, die gewaltigen Veränderungen zu durchlaufen, welche wir früher beschrieben haben und derer Endresultat die Bildung des Keimes und des eigentlichen Nahrungsdotters ist.

Im Allgemeinen sind die Resultate zu welchen GEGENBAUR gelangt ist, durch andere Forscher wie VAN BENEDEN und — wenn auch in etwas modificirter Weise — ebenfalls von WALDEYER, BROCK und KOLESSNIKOW adoptirt. VAN BENEDEN † sagt „Quant au mode de formation des éléments vesiculaires que renferme le vitellus de l'oeuf mûr, j'ai pu verifier, en tous points les belles observations que M. GEGENBAUR a faites sur ce point."

Nach WALDEYER § dagegen sollen die Granulosazellen zarte Protoplasmafortsätze durch die Porencanälchen in die Randschicht des Dotters hineinsenden. Diese Fortsätze sah er dann an ihrem Ende sich in feine Körnchen auf lösen und aus diesen durch die Auf lösung der feinen Fortsätze der Follikelepithelzellen entstandenen Körnchen sollen dann seiner Meinung nach durch Aufquellung

* H. LUDWIG, Ueber die Eibildung im Thierreiche, in: *Arbeiten aus dem Zool.-Zoot. Institut in Würzburg.* T. I, p. 287—510. Taf. XIII—XV, 1874.

† E. VAN BENEDEN, Recherches sur la composition et la significations de l'oeuf; avec 12 planches, in: *Mémoires couronnées et mémoires des savants étrangers de l'acad. royale de Belgique.* T. XXXIV, 1867—1870, p. 1—283.

§ W. WALDEYER, Eierstock und Ei. Leipzig 1870.

die Dotterkugeln des Eies entstehen. Ausser den schon von LUDWIG hervorgehobenen theoretischen Einwendungen kann ich nur sagen, dass ich niemals weder an Isolationspräparaten, noch an feinen Querschnitten feine Fortsätze an den Granulosazellen beobachtet habe, obgleich ich sehr zahlreiche Präparate hierauf untersucht habe. Auch KOLESSNIKOW * betrachtet den Dotter als ein Product des Follikelepithels, er giebt sogar an, dass man die Dotterkörner und Dotterkugeln schon im Follikelepithel des jungen Eies selbst sieht.

BROCK † sagt, dass was er über die Entstehung der Dotterkugeln beobachten konnte, ihm zu einer Bestätigung der Ansicht von GEGENBAUR — dass sie aus feinen Niederschlägen des Dotters nach und nach heranwachsen —, geführt hat. Aber ausserdem giebt er an, dass er ungeachtet aller Schwierigkeiten, welche sich nach dem heutigen Stand unserer Kenntnisse noch nicht beseitigen lassen, dennoch der festen Ueberzeugung ist, dass das Follikelepithel in der That die vornehmste, wenn nicht einzige Quelle für die Ernährung und das Wachsthum des Dotters ist und dies durch die Ausläufer bewerkstelligt, welche es durch die Zona radiata hindurch in den Dotter schickt, wie ich dies schon bei der Granulosa erwähnt habe.

Bekanntlich hat GEGENBAUR § nachgewiesen, dass, wenn der wachsende Dotter sich mit körnigen Einlagerungen erfüllt, die äussere Randschicht sich davon frei erhält und das homogene feinkörnige Aussehen des jungen Dotters bewahrt. Er fand diese Schicht, welche er „helle Randschicht" nennt, bei Vögeln, Selachiern und Reptilien. Bei Knochenfischen thut ihrer HIS (l. c.) zuerst Erwähnung, nachher auch BROCK (l. c.). HIS nennt sie „Zonoidschicht", ein Name den auch BROCK adoptirt hat. Es kommt mir aber höchst fraglich vor, ob das was HIS und BROCK „Zonoidschicht" nennen, wirklich der GEGENBAUR'schen hellen Randschicht entspricht. Zwar grenzt auch bei den Knochenfischen, mit dem Auftreten von zahlreichern Dotterkörnchen, eine äusserste Lage der Dottersubstanz durch geringeren Molekelgehalt von den inneren Theilen sich ab, aber diese Schicht, welche wohl ohne Zweifel der GEGENBAUR'schen „hellen Randschicht" entspricht, zeigt niemals eine mit nur einiger Sicherheit wahrnehmbare radiäre Streifung, wie sie HIS und BROCK erwähnen und

---

* N. KOLESSNIKOW, Ueber die Eientwickelung bei Batrachiern und Knochenfischen, in: *Archiv für mikrosk. Anat.* Bd. XV, p. 382. 1878.

† J. BROCK, Beiträge zur Anatomie und Histologie der Geschlechtsorgane bei den Knochenfischen, in: *Morphol. Jahrb.* Bd. IV, p. 505. 1878.

§ GEGENBAUR, l. c.

erhält sich auch nur so lange als die Dotterkörnchen noch nicht zu zahlreich sind. Nachher ist sie nicht mehr wiederzufinden. GEGENBAUR giebt ebenfalls nichts an über eine radiäre Streifung seiner hellen Randschicht. Ganz anders dagegen lauten die Angaben von HIS, BROCK und auch von KOLESSNIKOW. So sagt HIS, indem er von den Eiern der Barbe spricht: „die Anwendung der Essigsäure trübt die Eisubstanz sehr auffallend und sie veranlasst zugleich eine bemerkenswerthe Scheidung der Eibestandtheile. An den grössern Eiern zieht sich die innere Eisubstanz oder der Hauptdotter zu einer trüben Kugel zusammen und trennt sich durch einen mehr oder weniger breiten hellen Zwischenraum von der Zonoidschicht. Letztere verschmälert sich etwas, wird gleichfalls trüb und erhält ein exquisit radiär streifiges Ansehen." Bei der Beschreibung des Heringseies habe ich eine ähnliche Erscheinung erwähnt und nachher auch an den Eiern von anderen Knochenfischen wiedergefunden, dieselbe aber nur als ein Kunstproduct gedeutet.

Was HIS uns weiter über diese Schicht im Allgemeinen mittheilt, deutet ebenfalls darauf hin, dass sie nur eine künstlich hervorgerufene Bildung ist. So sagt er „Ihre Dicke kann an verschiedenen Stellen desselben Eies wechseln; sie findet sich zuweilen bloss einseitig entwickelt, oder sie ist überhaupt nicht als selbständiger Bestandtheil des Eileibes nachweisbar. In anderen Fällen sind ihre Charaktere sehr ausgeprägt und an den Eiern gleicher Entwickelungsstufe constant. Die physiologische Zusammengehörigkeit dieser Schicht und der porösen Eikapsel ist zwar wahrscheinlich, die genauere Geschichte bei der Bildung ist aber noch zu schaffen."

BROCK der die Zonoidschicht bei Alburnus lucidus, Salmo fario und Perca fluviatilis besonders schön ausgeprägt fand, glaubt, dass man es hier mit einer allgemeineren Erscheinung zu thun hat, und dass die Streifung in vielen Fällen nur darum vermischt wird, weil sie nur in einer bestimmten Entwickelungsperiode deutlich ausgeprägt erscheint. Meist nimmt diese Streifung nach ihm nur einen Theil der Randschicht ein, so dass letztere dann aus zwei Lagen zusammengesetzt erscheint, einer äusseren gestreiften und inneren ebenso breiten homogenen. Die Grenze zwischen beiden Schichten ist eine meist scharf ausgesprochene Linie, welche oft den Anschein erweckt, als ob die gestreifte Schicht durch eine besondere Membran von dem übrigen Dotter getrennt wäre, an anderen Stellen dagegen ist die Trennung so undeutlich, dass sie ohne scharfe Grenze in den Dotter übergeht. Hinsichtlich der Feinheit der Zeichnung steht sie zwischen den Zöttchen und der Zona radiata, ohne jedoch letztere zu erreichen.

Ich habe diese sogenannte gestreifte Zonoidschicht ebenfalls oft an Quer-

schnitten von in Bi-Chrom. Kali, Chromsäure und Osmiumsäure gehärteten Eiern gefunden, ich kann sie aber nur für ein Kunstproduct erklären, das auf ähnliche Weise entstand, als es bei der Einwirkung von Essigsäure auf frische Eier entsteht. Dafür spricht nicht allein ihr sehr inconstantes Vorkommen, sondern auch die Thatsache, dass sie nur in den Stadien deutlich angetroffen wird, in welchen das Ei noch sehr wenig Dotterkugeln enthält, also fast nur aus feinkörnigem Protoplasma besteht, welches bei der Härtung zusammenschrumpfen kann. Denn sobald die Dotterkugeln den ganzen Eiinhalt bilden, nimmt man die gestreifte Schicht nicht mehr wahr, was wohl dem zuzuschreiben ist, dass die Dotterkugeln sich nicht zusammenballen, also auch keinen Raum zwischen Zona radiata und Eiinhalt zur Entwickelung bringen können. Ausserdem zeigt diese sogenannte Zonoidschicht eine ganz andere Structur als die helle Randschicht von GEGENBAUR. Nur die innere homogene Lage, von welcher BROCK spricht, ist also als das Homologon der hellen Randschicht GEGENBAUR's aufzufassen.

Es fragt sich zunächst, ob bei allen Thieren mit grossem Nahrungsdotter der Kern nicht allein verhältnissmässig sehr gross, sondern auch gewöhnlich nicht multinucleolär ist.

Weder MAX SCHULTZE * noch KUPFFER und BENECKE † geben etwas an über den Bau des nichtgeschlechtsreifen Petromyzonten-Eies. AUGUST MÜLLER's § Beobachtungen stehen mir nicht zu Verfügung, so dass ich über die Petromyzonten-Eier nur die Mittheilung von CALBERLA ** anführen kann. Er giebt an, dass „beim jungen und beim noch nicht geschlechtsreifen Ei der Kern nur ein einziges Kernkörperchen enthält. Mit der Vollendung der Umbildung der Larve in das Geschlechtsthier, mit welcher nach CALBERLA die Umwandlung des Keimbläschens in den Eikern, im Sinne HERTWIG's zusammenfällt, hat der Kern, so wie das Kernkörperchen seine scharfen Contouren eingebüsst, es lag gewissermassen nur sein Protoplasma in unregelmässiger Form an der Peripherie. Im Innern dieses Protoplasmahaufens waren allerlei Kerngebilde

---

* MAX SCHULTZE, Die Entwickelungsgeschichte von Petromyzon Planeri. *Verh. der Holl. Maatschappij van Wetenschappen.* T. XI. 1856.

† KUPFFER und BENECKE, l. c.

§ A. MÜLLER, Verhandl. der Königsb. phys. oecon. Gesellschaft. 1864.

** CALBERLA, l. c.

zu erkennen (frisch untersucht), die wohl als Abkömmlinge des Kernkörpers aufzufassen sind."

Nun weiss ich aber nicht, was CALBERLA unter „allerlei Kerngebilde" versteht. Ausserdem ist es höchst wahrscheinlich, dass bei den Petromyzonten die Umwandlung des Keimbläschens in den Eikern nicht 1—$1^1/_2$ Monat vor der Reife, sondern erst kurz vor der Laichzeit stattfindet, so dass CALBERLA's Mittheilungen in Bezug auf diese Frage nicht brauchbar sind.

Von den Ganoiden sagt SALENSKY *: „bei Acipenser ruthenus zerfällt der Keimfleck (das Kernkörperchen) bereits frühzeitig in kleine Kügelchen, welche von Haematoxylin stark gefärbt werden; weiterhin werden die Kügelchen immer kleiner und schrumpfen zuletzt völlig." LEYDIG † giebt an, dass das Ei des Störes wie das Primordialei der Knochenfische gebaut ist, und dass das Keimbläschen zahlreiche helle Keimflecke einschliesst.

Ueber den Bau des Keimbläschens beim unreifen Ei der Knorpelfische habe ich in der Literatur sehr wenige Angaben gefunden. BALFOUR § behandelt nur das reife Ei, die Abhandlung von LEYDIG ** steht mir nicht zu Diensten. Nach SCHULTZE †† bietet das Keimbläschen des Torpedo-Eies wenig bemerkenswerthes. Dasselbe stellt nach ihm in allen Entwickelungsstadien ein vollkommen homogenes und durchsichtiges, von einer derben Membran umschlossenes Gebilde dar, welches im reifen Ei eine Grösse von 0,35 Millim. erreicht. Das stets nur einfach vorhandene, fettglänzende und excentrisch gelegene Kernkörperchen wird 0,01 Millim. gross und verschwindet bereits bei Eizellen von 0,5 Mm. Demnach sollte also das Keimbläschen von Torpedo uninucleolär sein.

Dass das Keimbläschen beim Ei der Knochenfische multinucleolär ist, wird von allen Autoren, welche diesen Gegenstand bearbeitet haben, übereinstimmend angegeben; ähnliches gilt von dem Ei der Amphibien, wie aus den Untersuchungen von VAN BAMBEKE §§, GÖTTE *** und O. HERTWIG ††† hervorgeht.

---

* SALENSKY, l. c.

† LEYDIG, Untersuchungen über Fische und Reptilien. 1855.

§ BALFOUR, A monograph of the development of Elasmobranch fishes. 1878.

** LEYDIG, Zur Anatomie und Entwickelungsgeschichte der Rochen und Haie.

†† A. SCHULTZE, Zur Entwickelungsgeschichte des Selachiereies, in: *Archiv für mikrosk. Anatomie.* Bd. XI, p. 569. 187.

§§ VAN BAMBEKE. l. c.

*** GÖTTE, l. c.

††† O. HERTWIG, l. c.

Auch bei den Reptilien ist der Kern multinucleolär, wie uns aus den Untersuchungen von GEGENBAUR * und EIMER † bekannt ist und wovon ich selbst Gelegenheit hatte, mich bei den Schildkröten zu überzeugen §. Dagegen scheint das grosse Keimbläschen bei den Vogeleiern nur ein einziges Kernkörperchen zu enthalten, wie z. B, aus den Mittheilungen von LEYDIG **, WALDEYER †† und LUDWIG §§ hervorgeht. WALDEYER z. B sagt: „der Keimfleck schwindet bereits viel früher; deutlich ist derselbe nur bei ganz jungen Eierstockseiern zu sehen"; und LUDWIG giebt an: „die ganz jungen Eizellen lassen in ihrem Keimbläschen einen Keimfleck erkennen, der aber bald verschwindet." Ebenfalls scheint bei dem Ei der Säugethiere in dem Kern immer nur Ein Kernkörperchen vorzukommen. Dagegen begegnet man bei den Cephalopoden wieder einem multinucleolären Kern, wie KÖLLIKER *** dies schon mitgetheilt hat, und dasselbe gilt von zahlreichen Arthropoden, wie dies genauer bei LUDWIG ††† und BRANDT §§§ nachzusehen ist.

Aus den angeführten Literaturnachweisen geht also zwar hervor, dass das Keimbläschen bei Eiern mit grossem Nahrungsdotter immer sehr gross, aber nicht immer multinucleolär ist. Denn sowohl LUDWIG als WALDEYER theilen mit, dass das *einzige* Kernkörperchen im Vogelei bald schwindet, und ähnliches erwähnt SCHULTZE für das Selachierei.

Dass der Kern zur Zeit der Geschlechtsreife auch bei den Wirbelthieren eigenthümlichen Modificationen unterliegt, aus seiner centralen Lage gegen der Peripherie hin aufrückt, um schiesslich (scheinbar) vollständig zu verschwinden, ist

---

* GEGENBAUR, l. c.

† EIMER, l. c.

§ BRONN's Classen und Ordnungen des Thierreiches. Bd. VI. 3 Abth. Schildkröten. p. 1880.

** LEYDIG, l. c.

†† WALDEYER, l. c.

§§ LUDWIG, l. c.

*** A. KÖLLIKER, Entwickelungsgeschichte der Cephalopoden. Zürich 1844.

††† H. LUDWIG, Ueber die Eibildung im Thierreiche. Mit 3 Tafeln, in: *Arbeiten aus dem Zool.Zoot. Institut in Würzburg.* T. I. p. 287—510. 1874.

§§§ A. BRANDT, Ueber das Ei und seine Bildungsstätte. 1878. Mit 4 Tafeln.

schon von mehreren Seiten hervorgehoben. So sagt LEREBOULLET * schon von dem Ei der Forelle, wenn es anfängt reif zu werden „la vesicule germinative se déchire et son contenu se disperse au milieu des éléments du vitellus", und ähnliches giebt er auch vom Hecht und vom Barsche an.

Am schärfsten sind wohl die Angaben von OELLACHER †, denn er sagt „Das Keimbläschen des Forelleneies liegt zu einer gewissen Zeit, indem das Ei seiner vollen Reife schon nahe ist, hart an der Oberfläche des in einer Grube gesammelten Keimes. Dort öffnet es sich und mündet somit in den zwischen Eihaut und Keim befindlichen Raum. Seine Mündung erweitert sich nun mehr und mehr, die Membran löst sich nach und nach von dem Inhalt des Keimbläschens los, der dann als Kugel auf dem Boden der so entstandenen Höhle zurückbleibt. Die Höhle verflacht sich immer mehr und mehr, so dass ihr Inhalt mehr und mehr aus dem Keim herausgehoben wird. Wird endlich die Vertiefung, in der der Inhalt des ehemaligen Keimbläschens liegt, völlig ausgeglichen, ja beginnt ein förmliche Umstülpung der auskleidenden Membran, so erscheint dieselbe auf der convexen Oberfläche des Keimes als ein rundes schleierartiges Gebilde ausgebreitet. Dass hier beim Abziehen der Eihaut der aus dem Keim völlig herausgehobene Inhalt des Bläschens verloren geht, ist begreiflich und bedauere ich daher über seine weitere Schicksale keine Aussagen machen zu können."

OELLACHER's Angaben sind mir nicht ganz klar. Beim unreifen Ei liegt sein Inhalt der Zona radiata unmittelbar an, ähnliches gilt auch noch von dem reifen, unentwässerten Ei, ich begreife also nicht, was OELLACHER meint, wenn er sagt: „dort öffnet es (das Keimbläschen) sich und mündet somit in den zwischen Eihaut und Keim befindlichen Raum", denn es befindet sich da kein Raum.

Obgleich ich zahlreiche Knochenfischeier in verschiedenen Entwickelungsstadien untersucht habe, fand ich in dem Stadium, in welchem das Ei noch ein Keimbläschen enthält, den Keim noch nicht vor, ich begreife also nicht, was OELLACHER unter dem Satz versteht: dass das Keimbläschen an der Oberfläche des in einer Grube des Dotters gesammelten Keimes liegt.

Ich habe ferner immer gefunden, dass während der Ortsveränderung des Kernes aus dem Centrum nach der Peripherie die Wand allmählich sich löst und schliesslich nicht mehr zu sehen ist, mit anderen Worten aufgelöst wird

* LEREBOULLET, l. c.

† OELLACHER, l. c.

und so verstehe ich nicht was Oellacher meint, wenn er sagt, „ja beginnt eine förmliche Umstülpung der auskleidenden Membran." Mir kommt es vor, dass das Keimbläschen der Forelle sich wohl ebenso verhalten wird wie das der anderen Knochenfische und dass also die Angaben von Oellacher auf ungenauen und fehlerhaften Beobachtungen beruhen.

Dass bis jetzt alle Autoren das geschlechtsreife Knochenfischei als kernlos bezeichnet haben, ist ganz begreiflich, denn nur die ganz pelluciden Eier sind im Stande dem Beobachter zu zeigen, dass in dem Stadium, welches man als kernlos bezeichnete, eine Richtungsspindel vorhanden ist

Von dem Petromyzonten-Ei (Petromyzon Planeri) giebt Calberla * folgendes an: „Im Ammocoetes-Stadium haben wir Eier mit einem Keimbläschen und Keimfleck, das erste wandert zur Zeit der Verwandlung der Larve in das eigentliche Thier an die Peripherie; wahrscheinlich erfolgt kurz nach vollendeter Umwandlung der Larve, an der Eiperipherie die Ausstossung eines Theiles des Keimbläschens, des Richtungskörperchens und nun wandert der neu gebildete Eikern, einen Strang körnerfreien Dotterprotoplasma's von der Eiperipherie nach sich ziehend, mehr dem Eicentrum zu. So finden wir das Ei 1—1½ Monat vor der Reife. Der Eihaut liegt der Dotter überall mit seiner dünnen, aus dotterkörnchenfreiem Protoplasma bestehenden Rindenschicht dicht an. In der Gegend der äusseren Mikropyle ist diese Rindenschicht, entsprechend einer dort befindlichen Erweiterung des Zwischenraumes zwischen Eidotter und Eihaut, bedeutend verdickt. Von jener verdickten Stelle des dotterkörnchenfreien Protoplasma's geht ein Canal durch körnchenhaltige Dottersubstanz gebildet, in's Eiinnere bis zu dem etwas excentrisch, jedoch eine Strecke von der Peripherie entfernt gelegenen Eikern. Dieser Gang, der Spermagang, ist mit dotterkörnchenfreiem Protoplasma ausgefüllt, welches auch noch den Eikern umgiebt. Am Beginn des Spermaganges an der Dotterperipherie findet sich eine flache Einbuchtung in den körnchenhaltigen Dotter, in deren Mittelpunkt mit scharfer runder Begrenzung der Spermagang seinen Anfang nimmt. Jene runde Oeffnung nenne ich, im Gegensatz zu der gegenüber liegenden Durchbrechung der Eihaut, die innere Mikropyle. Die Hauptmasse des Dotters selbst wird von dem dotterkörnchenhaltigen Dotterprotoplasma gebildet, dessen Elemente dicht an einander gedrängt sind."

Schon Scott † bemerkt in seiner vorläufigen Mittheilung über die Entwicke-

---

* Calberla, l. c. p. 446.

† Scott, l. c.

lungsgeschichte der Petromyzonten, dass seine Beobachtungen über die Reifungsvorgänge des Eies ihn zu einer von jener CALBERLA's abweichenden Meinung geführt haben. Er glaubt, dass die Umwandlung des Keimbläschens in den Eikern (im Sinne HERTWIG's) nicht mit der Metamorphose zusammenfällt, sondern dass diese Umwandlung erst zur Laichzeit, oder jedenfalls erst kurz vorher, stattfindet; was mir auch, obgleich ich keine Petromyzonten untersuchen konnte, am wahrscheinlichsten ist. Diese Annahme wird nach SCOTT dadurch bestärkt, dass ein Richtungskörper vorhanden ist. KUPFFER und BENECKE beschreiben nur das reife, unbefruchtete Ei, geben aber über die Umwandlung des Keimbläschens in den Eikern bei dem Reifungsvorgang der Eier nichts an, und sprechen auch nicht von dem Vorhandensein eines Eikernes im reifen Ei.

Vom Sterlet (Acipenser ruthenus) sagt SALENSKY *, dass beim reifen, frischgelegten Ei das Keimbläschen seinen Platz im Keime einnimmt und so gross ist, dass man es auf den Durchschnitten schon mit blossem Auge unterscheiden kann; es ist nach ihm wandungslos, besteht aus zähflüssiger, in Spiritus sich erhärtender Substanz und ist nur durch eine dichtere Schicht des Protoleucit (Bildungsdotter) von der übrigen Dottermasse abgegrenzt. Im Dotter kann man nach ihm leicht zwei Theile unterscheiden: den Deutoleucit (Nahrungsdotter) und den Protoleucit (Bildungsdotter), von denen ersterer den mittleren, letzterer den oberen und äusseren Abschnitt des Eies einnimmt. Der obere Theil des Protoleucit entspricht morphologisch dem Keim der Knochenfische. In dem Referat der russischen Abhandlung † über dasselbe Thema, heisst es: An Stelle des Keimbläschens findet sich ein hüllenloser, mit klarem homogenem Inhalt gefüllter Raum (0,3 Mm. Durchmesser „Keimhöhle" S.). Und von den jungen Eizellen wird gesagt „bei der weiteren Entwickelung differenzirt sich das Zellprotoplasma in zwei Schichten, eine centrale körnige, das Kernkörperchen unmittelbar einhüllende, mit Haematoxylin stark sich färbende und in eine periphere, homogene nur sehr schwach sich färbende. Die erstere erscheint anfangs nur sehr schwach entwickelt, nimmt aber mit dem Wachsthum des Eies an Umfang immer mehr zu und übertrifft bald an Stärke die äussere Schicht. Zwischen den gröberen Körnern der inneren Schicht findet sich eine feinkörnige Masse, welche radiär auch in die äussere Schicht eindringt und dieselbe in konische Abschnitte zerlegt. Die letzteren nehmen mit dem Wachsthum des Eies an

* Zur Embryologie der Ganoiden I. Befruchtung und Furchuug des Sterlet-Eis. *Zool. Anzeiger*, 1878. N⁰. 11, p. 243.

† *Jahresb. über die Fortschritte der Anat. und Phys. Literatur.* 1878, 2 Abth. Entwickelungsgeschichte. S. 219.

Umfang ab, indem sie zur Bildung des centralen Theiles verbraucht werden, aus welchem der Nahrungsdotter hervorgeht. Der letztere entsteht mithin nicht an der Peripherie des Eies als äussere Auflagerung auf der primitiven Eizelle, vielmehr geht derselbe unmittelbar aus dem Eiprotoplasma hervor."

Hier finden wir also einen sehr grossen Unterschied von den Knochenfischen, nicht allein ist bei dem vollständig geschlechtsreifen Ei der Ganoiden der Kern noch vorhanden, sondern scheint auch die Bildung des Keimes und des eigentlichen Nahrungsdotters durchaus unabhängig von dem Auflösen des Kernes Platz zu finden.

Ueber das Keimbläschen der Knorpelfische (Raja batis) sagt Balfour folgendes: „At one pole of the ripe ovum a slight examination demonstrates the presence of a smal circular spot, sharply distinguished from the remainder of the yolk by its lighter colour than the yolk, and the outer border of which gradually shades into the normal tint of the yolk. If a section be made through this part, the circular spot will be found to be the germinal vesicle, and the area around it a disc of yolk contraining smaller spherules than the surrounding parts. It is quite situated on the external surface of the yolk." Hier rückt das Keimbläschen also ebenfalls nach der Peripherie, ist aber beim reifen Ei noch vorhanden. Balfour * glaubt, dass das Keimbläschen schliesslich verschwindet und dass „the contents of the germinal vesicle are about to be absorbed and that the membrane is extruded from the egg."

Ausdrücklich aber sagt er: „My investigations shew that the germinal vesicle atrophies in the Skate (Raja batis) before impregnation, and in this respect accord with very many recent observations."

Schenk † giebt an, dass man mit der Verflachung des Dotters bei Raja quadrimaculata ein Schwinden des Keimbläschens beobachten kann. Die Vorgänge dieses Schwindens liessen sich wegen Mangel an passendem Materiale nicht in ähnlicher Weise mit derselben Genauigkeit verfolgen wie dies von Oellacher für die Knochenfische durchgeführt wurde. Nur so viel ist nach Schenk sicher, dass man in einem bestimmten Stadium an der Stelle des früheren Keimbläschens eine Höhle findet, die nach aussen eine kleine Mündung besitzt.

Ueber das Verhalten des Keimbläschens während der Reifung bei den Eiern

* Balfour, A Monograph of the development of elasmobranch fishes.

† Schenk, l. c.

der Amphibien besitzen wir genauere Mittheilungen von GÖTTE *, HERTWIG † und VAN BAMBEKE §. Bei Bombinator igneus rückt nach GÖTTE das Keimbläschen allmählich gegen die Dotteroberfläche. Dabei füllt es den früheren Raum nicht mehr vollständig aus, sondern liegt geschrumpft an der gegen das Centrum des Eies gekehrten Wand einer Höhle, welche GÖTTE durch eine normale Schrumpfung des Keimbläschens sich bilden lässt, während VAN BAMBEKE und HERTWIG in diesem Hohlraum ein durch die Einwirkung der Härtungsmittel hervorgerufenes Kunstproduct erblicken. Bei noch reiferen Eiern ist nach GÖTTE die Höhle des Keimbläschens spurlos verschwunden und letzteres fest im Dotter eingezwängt. Von der Hülle des Keimbläschens und den Keimflecken sind nur noch einige Reste sichtbar, welche zum Theil schon in dem Rande der umgebenden Dottermasse liegen. Bei vollkommen geschlechtsreifen Eierstockseiern kommt nach GÖTTE bei Bombinator igneus keine Spur eines Keimbläschens mehr vor, an seiner Stelle findet man eine äusserst feinkörnige Masse, welche ohne bestimmte Grenzen in die Dottersubstanz übergeht und dort die Bildung eines gelblichen unregelmässigen Flecks veranlasst. Derselbe wird nach GÖTTE durch die Flüssigkeit hervorgebracht, welche aus dem Innern des Keimbläschens austritt, zwischen ihm und dem Dotter sich ansammelt, nach dem dunklen Pol zur Zeit der Reife durchbricht und daselbst die Pigmentschicht durchreisst.

Auch VAN BAMBEKE giebt an, dass bei fast geschlechtsreifen Eiern das Keimbläschen nach der Peripherie rückt. Bei dem vollständig reifen Ei ist es verschwunden und er glaubt mit NEWPORT „qu'elle se rompe sur place et que son contenu se mélange à la masse vitelline."

Während GÖTTE bei Bombinator das Keimbläschen nicht bis zur Oberfläche emporrücken, sondern an seiner alten Stelle zurückbleiben und zerfallen lässt, giebt O. HERTWIG über die Eier der Amphibien (Rana temporaria und esculenta) an: „dass das Keimbläschen beim Weiterwachsthum des Eies seine Lage verändert, und von Centrum weiter nach der Oberfläche emporrückt, dabei wird die Wand mehr oder weniger stark eingebuchtet. Die ursprünglich der Kernmembran dicht angelagerten Keimflecke, deren Anzahl noch zugenommen hat und sich auf einige Hundert belaufen mag, haben sich fast in ihrer Gesammtheit nach dem Centrum des Keimbläschens zurückgezogen. Je mehr

* GÖTTE, l. c.

† O. HERTWIG, l. c

§ VAN BAMBEKE, l. c.

das Ei sich seiner Reife nähert, um so mehr rückt es nach der Peripherie hin auf, dabei nehmen die Einfaltungen seiner Membran zu, während die Keimflecke im Centrum vollständig zu einem kugelförmigen Haufen dicht zusammen gerückt sind. Bei aus der Bauchhöhle entnommenen Eiern konnte er vom Keimbläschen keine Spur mehr nachweisen. Trotz vielfacher Bemühungen gelang es ihm nicht, Zwischenstadien aufzufinden, welche diesen Befund mit den zuletzt beschriebenen Bildern hätten verknüpfen und Aufschluss geben können über die Art und Weise, auf welche der vollständige Untergang des Keimbläschens herbeigeführt wird. Am unbefruchteten Ei hat er ausserhalb des Dotters keine Reste vom aufgelösten Keimbläschen nachweisen können.

Dass auch bei Reptilien, Vögeln und Säugethieren das Keimbläschen gegen die Geschlechtsreife aus seiner centralen Stellung, welche es bisjetzt einnahm, nach der Peripherie hin aufrückt, ist uns durch zahlreiche Forscher schon mitgetheilt, wie dies bei Oellacher * genauer nachzulesen ist. Es ist aber höchst wahrscheinlich, dass es wohl nie aus dem Ei eliminirt wird, sondern dass, wie bei den Knochenfischen, aus einem kleinen Theile seines Inhaltes sich eine Richtungsspindel bilden wird, während der überaus grösste Theil sich mit dem Eiinhalt mischt. In wie weit hier auch, wie bei den Knochenfischen, unter dieser Mischung der eigentliche Keim — das Protoplasma — geboren wird, bleibt künftigen Untersuchungen vorbehalten. Bei den Knochenfischen haben wir gesehen dass der Keim immer schon vor der Befruchtung vorhanden ist, und ich werde auf diesen Punkt im nächsten Capitel noch näher zurückkommen, indem wir da die Frage weiter besprechen müssen, welche Veränderungen an dem Keim auftreten, wenn das Ei im nicht besamten Wasser kürzere oder längere Zeit verweilt. Hier nur so viel, dass fast alle eingehendere Beobachtungen dahin übereinstimmen, dass, welche Differenzen im Uebrigen auch existiren mögen, bei der ersten Sonderung von Bildungs- und Nahrungsdotter die Mitwirkung des Sperma nicht erforderlich ist, indem der Keim schon vor der Befruchtung vorhanden ist. Nur beim Heringsei sollte nach Kupffer der Keim unter dem combinirten Einfluss von Seewasser und Sperma entstehen.

Ueber die Sonderung des Keimes liegen bis jetzt nur wenige Mittheilungen vor. Indessen sagt Lereboullet † schon: „les premiers temps de l'évolution de l'oeuf de la truite après la fecondation, sont caracterisés par l'accumulation vers l'un

---

* Oellacher, Beiträge zur Geschichte des Keimbläschens im Wirbelthiereie, in: *Archiv für Mikrosk. Anatomie.* Bd. VIII, p. 1. 1872.

† Lereboullet, l. c.

de ses pôles des éléments formateurs qui se trouvaient auparavant dispersés dans le vitellus. Ces éléments formateurs ont été fournis par la vésicule germinative, véritable sphère génératrice, qui prépare les premiers matériaux dont le germe devra se composer". Und vom Hecht heisst es „la vésicule germinative est avant sa disparation remplie de corpuscules de nature diverse. Elle est remplacée par des amas granuleux, jaunâtres, qui se composent des mêmes éléments que la vésicule et sont le résultat de sa déchirure. Les amas jaunâtres, qui occupaient d'abord la place occupée auparavant par la vésicule germinative, se dispersent dans l'oeuf sous la forme de flacons jaunâtre pale. Ces flacons se composent de très petits corpuscules brillants, dispersés au milieu d'une matière granuleuse amorphe quelle constitue avec les brillants la substance plastique de l'oeuf." Wenn auch in vielen Beziehungen diese Beschreibung ungenau und fehlerhaft ist, so folgt doch eines daraus, dass nämlich schon LEREBOULLET das Keimbläschen eine grosse Rolle bei der Bildung des Keimes spielen lässt.

Nach GEGENBAUR * ist der sogenannte Nahrungsdotter das Product einer weiteren Entwickelung der Dotterbläschen, während der sogenannte Bildungsdotter nach ihm durch jüngere Dotterelemente repräsentirt wird, die den früheren Zuständen des gelben Dotters entsprechen.

Und VAN BENEDEN sagt † „les éléments vésiculaires du vitellus d'un oeuf mur ne sont que des granules vitellins modifiés; la cellule-oeuf, puisant dans le sang qui la baigne les éléments dont elle a besoin, élabore un produit particulier, qui est de la substance nutritive, absolument comme toute autre cellule glandulaire puise dans le liquide nourricier les matériaux nécessaires à l'éboration des produits qu'elle secrète.

R ü c k b l i c k u n d Z u s a m m e n f a s s u n g. Wenn wir jetzt noch einmal die erhaltenen Resultate überblicken, so ergiebt sich folgendes.

Bei den Knochenfischen entstehen die Primordialeier durch Einstülpung vom Keimepithelium aus.

Sehr viele Knochenfischeier haben die Eigenschaft, wenn sie in vollständig geschlechtsreifem Zustande mit (See)-Wasser in Berührung kommen, anzukleben, andere dagegen werden pelagisch abgesetzt, während noch andere durch

* GEGENBAUR, l. c.

† VAN BENEDEN, l. c.

ihre Schwere zu Boden sinken. Es scheint, dass bei den erstgenannten Eiern die Zona radiata sich immer in zwei Schichten differenzirt, und es ist die äussere, welche das Ankleben bedingt. Diese Schicht kann entweder mit der inneren in continuirlichem Zusammenhang stehen, und sich gleichmässig von dieser abheben, wenn das Ei in die in Rede stehenden Verhältnisse gebracht wird — wie beim Hering und Crenilabrus — oder sie zeigt sich in der Gestalt von Zöttchen, welche ebenfalls über die ganze Eioberfläche angetroffen werden, — wie bei der Schleie und beim Barsch —, oder sie bildet lange eigenthümliche, fadenförmige Anhänge, welche nur an bestimmten Stellen und wie es scheint, gewöhnlich dort, wo die Mikropyle liegt, entspringen (Belone, Heliasis, Gobius, Blennius). Welche Form die äussere Schicht auch annehmen möge, sie hat mit dem übrigen Theil der Zona immer gleichen Ursprung, sie ist nichts als ein Teil der Zona selbst, welche früher oder später eigenthümlichen Umbildungen unterliegt.

Es spricht alles dafür, dass die Zona radiata eine wahre Dotterhaut repraesentirt.

Das Knochenfischei ist immer durch eine Granulosa bekleidet. Dieselbe ist immer einschichtig und ist nichts anders als der Theil des Keimepithels, welcher bei der Bildung der Primordialeier durch Einstülpung von Zellenschläuchen mit nach innen rückt. Gegen das Ende der Geschlechtsreife tritt in den Granulosa-Zellen eine Art von fettiger Degeneration auf, welche als eine den Austritt des Eies aus den Folliculi befördernde Erscheinung betrachtet werden darf.

Die Mikropyle stellt eine offne Pforte dar, an welcher man zwei Oeffnungen unterscheidet, die äussere ist ziemlich weit, die innere, welche auf eine papillenförmige Hervorragung der Zona ausmündet, ist sehr eng. Das Lumen des unteren Theils des Mikropylenkanales steht zu dem Diameter des Kopfes des Spermatozoon derart, dass niemals mehr als ein Spermatozoon zu gleicher Zeit den in Rede stehenden Kanal passiren kann.

Bei den Primordialeiern besteht der Inhalt aus einer homogenen, durch Essigsäure gerinnenden und dann fein granulirt erscheinenden Masse, der grosse Kern enthält nur ein einziges, grosses Kernkörperchen. Schon bei sehr jungen Eiern, bei welchen der Inhalt noch vollständig dem des Primordialeies gleicht, trifft man in dem Kern schon mehrere Kernkörperchen an. In den Eiern, welche für die nächste Generation bestimmt sind, fangen sich allmählich Dotterkörnchen an abzusetzen, bis sie schliesslich mit Ausnahme des Kernes den ganzen Inhalt des Eies bilden, nur die kleinen durch die unmittelbar aneinander liegenden, grösseren und kleineren runden Dotterkörner und Dotterkugeln offen gelassenen Lücken werden durch das noch vorhandene Protoplasma ausgefüllt. Es spricht alles dafür, dass die Dotterkörner und Dotterkugeln im Ei

selbst entstehen und sich auf Kosten des Protoplasma bilden und nähren. Dass die Granulosazellen Ausläufer durch die Porenkanälchen in das Ei schicken, wurde niemals beobachtet.

In dem eben erwähnten Stadium sind die Eier alle undurchsichtig und trübe und auch die im geschlechtsreifen Zustande so kristallklaren, pelagischen Eier von Scorpaena, Julis, Serranus, Fierasfer, durchlaufen die in Rede stehenden Stadien. In dem sehr grossen Kern vermehren sich fortwährend die Kernkörperchen.

Gegen die Zeit der Geschlechtsreife rückt der Kern aus seiner centralen Lage, die er bis jetzt einnahm, zur Peripherie. Während seiner Ortsveränderung legt sich die anfangs glatt erscheinende und prall gespannte Kernmembran in Falten, wird stets dünner und dünner und verschwindet endlich vollständig; die schon zahlreichen Kernkörperchen werden immer noch zahlreicher, dabei aber kleiner und kleiner, bis sie schliesslich nicht mehr wahrzunehmen sind, so dass man wohl gezwungen wird, anzunehmen, dass sie sich in dem Kernsaft lösen. Endlich liegt der Kern als eine wandlose, unregelmässig gestaltete, zähflüssige, fast homogen erscheinende Masse der Zona radiata unmittelbar an und immer gerade unter der inneren Oeffnung des Mikropylenkanals, und diese Masse, der Kernsaft, in welchem sich die Kernkörperchen gelöst haben, fängt jetzt an, sich mit dem Eiinhalt zu mischen. Unter dieser Mischung gehen gewaltige Veränderungen vor sich und als Endresultat dieser Mischung wird die Richtungsspindel, der Keim und der eigentliche Nahrungsdotter geboren. Bei den vollständig pelluciden Eiern von Scorpaena werden alle Dotterkugeln wieder gelöst und bildet der Nahrungsdotter eine überaus klare, halbflüssige Masse, bei Julis, Serranus, Fierasfer enthält der vollständig klare Nahrungsdotter ausserdem eine grosse, glänzende Oelkugel; bei Crenilabrus ist der Nahrungsdotter nicht mehr vollkommen pellucid, sondern enthält schon einige kleine, nicht zahlreiche Dotterkörner, beim Hering und bei Heliasis enthält der Nahrungsdotter eine sehr grosse Zahl von Dotterkugeln, die aber durch ihre viel bedeutendere Grösse, viel weniger glänzendere Erscheinung und ganz anderes Aussehen sofort von den Dotterkugeln des unreifen Eis sich unterscheiden.

Die Richtungsspindel liegt mit ihrem peripheren Pol unmittelbar unterhalb der inneren Mündung des Mikropylenkanals; am schönsten ist sie bei Scorpaena zu sehen, wo sie eine Länge von 0,025 mm. bei einer Breite von 0,0145 mm. hat, ihre longitudinale Achse macht mit der des Eies einen Winkel von 45°; weniger schön ist sie schon bei Julis, während die Eier von Crenilabrus, Heliasis, Gobius, Blennius, Belone, dem Hering u. A. viel zu ungünstige Objecte sind, um hier die Richtungsspindel sehen zu können.

Die Gestalt des Keimes ist bei dem geschlechtsreifen, dem Weibchen entnommenen, unentwässerten Ei bei verschiedenen Knochenfischen sehr verschieden. Bei Julis umgiebt er als eine verhältnissmässig dicke Schicht den ganzen Nahrungsdotter, um an dem Mikropylenpol seine grösste Höhe zu erreichen. Bei Scorpaena deckt er den Nahrungsdotter kappenförmig an dem einen Pol — dem Keim-od. Mikropylenpol, — er erreicht gegenüber der Mikropyle seine grösste Höhe, von dort nimmt er zum Aequator allmählich ab, und verschwindet hier fast gänzlich, um dann an dem gegenüberliegenden Pol eine zwar sehr dünne, dennoch deutliche Schicht zu bilden. Ziemlich ähnlich verhält sich der Keim bei Crenilabrus.

Beim Hering und bei Heliasis bildet er eine nicht sehr breite Schicht unter der Mikropyle und breitet sich in unregelmässigen dünneren und dickeren Zügen zwichen den Dotterkugeln durch das ganze Ei hin aus. Die Richtungsspindel liegt also immer in dem Keim.

Kupffer's Angabe, dass beim Hering der Keim erst unter dem combinirten Einfluss von Salzwasser und Sperma entsteht, beruht auf einer ungenauen Beobachtung, wie aus Querschnitten am deutlichsten hervorgeht; nur liegt beim nicht befruchteten Heringsei wie bei dem von Heliasis der Keim zum grössten Theil noch zwischen den Dotterkugeln hin zerstreut, wie dies wahrscheinlich bei allen Eiern der Fall sein wird, in welchen der Nahrungsdotter nicht aus flüssigen Bestandtheilen, sondern zum grössten Theil aus grösseren und kleineren Dotterkugeln besteht. Dass bei den pelagischen Eiern die Dotterkugeln wieder vollständig gelöst werden und der Nahrungsdotter bei den geschlechtsreifen Eiern durchaus klar und durchscheinend ist, muss wohl als eine Anpassungs-Erscheinung betrachtet werden, und die ganze Entwickelungsgeschichte steht damit in vollem Einklang, indem dieselbe überaus schnell verläuft.

IV. Die ersten Entwickelungsvorgänge in den befruchteten Eiern.

Künstliche Befruchtung habe ich an den Eiern des Zuiderzeeherings, und in der zoologischen Station in Neapel an den Eiern von Scorpaena scrofa und porcus, Julis vulgaris, Crenilabrus pavo und Heliasis chromis angestellt. Die schönsten Eier für diese Versuche sind wohl die von Scorpaena. Die Eier von Scorpaena sind äusserst zart. Die gewöhnliche Manipulation, dieselben durch leichtes Streichen dem Weibchen auszudrücken, erweist sich hier als nicht gut anwendbar, indem sie dadurch viel zu sehr misshandelt werden. Man ist hier genöthigt den ganzen Bauch und den Ovarialsack aufzuschnei-

den, und dann das Weibchen in ein Gefäss mit Seewasser zu tauchen, um so durch leichtes Drücken die Eier nach aussen sich entleeren zu lassen. Dringend nöthig ist es zu diesen Versuchen durchaus kräftige und lebendige Thiere zu nehmen, denn wenn die Thiere, auch im Falle sie noch lebendig sind, nur etwas gelitten haben, trifft man in den meisten Eiern schon eigenthümliche krankhafte Veränderungen an.

Aehnliches gilt auch von den Männchen, nur kann man hier durch zartes Streichen das Sperma ausdrücken und in ein Uhrgläschen auffangen. Die Spermatozoa sterben aber ebenfalls sehr bald ab und nach 30 Minuten zeigten sie, in Seewasser aufbewahrt, keine Bewegungen mehr.

Wir haben schon gesehen, dass bei den Eiern von Scorpaena die Kernspindel unmittelbar der Mikropyle gegenüber liegt und nur in vereinzelten Fällen etwas neben derselben angetroffen wird, ebenfalls haben wir schon die Ausbreitung und die Gestalt des Keimes beim nicht befruchteten Ei beschrieben. Wir müssen also erst den Erscheinungen nachgehen, welche auftreten, wenn das Ei mit besamtem Wasser in Berührung kommt und nachher diejenigen beschreiben, welche das Ei zeigt, wenn es in unbesamtem Wasser liegt.

Bringt man eine Portion Eier unter das Mikroskop und sucht man sich ein Ei aus, an welchem man die Spindel recht gut sieht, fügt man dann den Eiern ein Tröpfchen Seewasser, in welchem sich einige Spermatozoa befinden hinzu, dann bemerkt man wie dieselben bald um die Zona radiata sich bewegen. Gewöhnlich befinden sich innerhalb einer Minute schon einige in der äusseren Mündung des Mikropylenkanales und bald darauf bemerkt man, wie sie beschäftigt sind tiefer in den in Rede stehenden Kanal einzudringen. Bekanntlich verengert sich die Mikropyle schnell so sehr, dass nur ein einziges Spermatozoon zu gleicher Zeit durch dieselbe hindurch dringen kann. Nach einem kurzen Kampf gelingt es denn auch bald *einem* sich tiefer in den Kanal einzubohren und ungefähr 7—8 Minuten, nachdem man den Eiern die Spermatozoa zugefügt hat, ist dieses nahezu so tief in den Kanal eingedrungen, dass es den Keim, vielleicht die Spindel selbst, — ich konnte dies nicht genau bestimmen — berührt. Das weitere Eindringen des Spermatozoon liess sich, ungeachtet aller Mühe, nicht weiter verfolgen. Kaum aber ist das Spermatozoon so tief in den Mikropylenkanal eingedrungen, dass es den Keim berührt, so fangen gleichzeitig auch die ersten Erscheinungen am Keim und an der Kernspindel sich abzuspielen an. Um den unteren Pol der Spindel bildet sich nämlich ein kleiner heller Protoplasmahof, ob ähnliches auch am oberen Pole statt findet, weiss ich nicht, denn derselbe liegt der inneren Mündung des Mikropylenkanales so nahe an, dass es nicht möglich ist, mit Bestimmtheit nachzuforschen, was hier vor sich geht. Die Proto-

plasmakörnchen welche bis jetzt im Keime nur regellos verbreitet liegen, gruppiren sich allmählich mehr und mehr in deutlichen Radien um die beiden Pole der Spindel, besonders deutlich um den kleinen hellen Protoplasmahof des unteren Poles, kurz, es kommt zu der Bildung der weitaus bekannten karyolitischen Figuren, die durch Fol in seinen ausgezeichneten Untersuchungen als „Amphiaster de rebut" bezeichnet sind. Kaum nachdem die Sonnen deutlich geworden, oder zu gleicher Zeit bemerkt man, dass der Keim sich auch schon zu contrahiren anfängt. Bei einem Ei, bei welchem vor der Befruchtung die Axe des Keimes 0,048 Millim. hoch war, mass dieselbe nach 10 Minuten (ich werde immer von dem Zeitpunkt anrechnen, in welchem die Spermatozoa den Eiern beigefügt sind) schon 0,051—0,052 Millim.

Jetzt treten auch die Veränderungen an der Spindel selbst ein, es ist als ob sie erst etwas kürzer und dicker würde, dasselbe gilt auch von der Kernplatte (Taf. II, Fig. 9); dies dauert aber nur sehr kurze Zeit, denn alsbald nehmen die Spindel und die Kernplatte ihre frühere Gestalt wieder an. Gleich darauf verlängern sich die Stäbchen der Kernplatte und von jetzt an wird die Spindel selbst allmählich dünner und länger. Nach 12—15 Minuten bemerkt man, dass die Kernplatte sich getheilt hat. Die Axe des Keimes hat dann schon eine Höhe von 0,75 Millim. erreicht, während die Sonnenfiguren, besonders diejenigen um den unteren Pol der Spindel immer deutlicher und schärfer hervortreten. Die Spindel, welche vor der Befruchtung 0,025 Millim. lang war, hat in diesem Stadium eine Länge von 0,029 Millim. erreicht.

Ich will hier nur noch hervorheben, dass es bei den Eiern von Scorpaena zur Bildung eines nur sehr kleinen Raumes zwischen Eihaut und Eiinhalt kommt, und dass dieser Raum eigentlich erst dann deutlich zu unterscheiden ist, wenn das Ei sich zur Theilung vorbereitet. In der ersten Stunde ist von einem Eiraum (Breathing-chamber Ranson) kaum die Rede, und wenn er auch spurweise auftritt, so lässt er sich doch nie in der Umgebung des Mikropylenpoles nachweisen.

Wir wissen, dass bei den niedren Thieren die am peripheren Pol der Spindel angesammelte homogene Substanz sich über die Oberfläche hervorwölbt und einen kleinen Hügel bildet, dessen Basis von der peripheren Strahlung der Spindel umgeben ist. Nach einiger Zeit verlängert sich der Hügel und nimmt eine concentrische Form an. Aus dem Hügel entsteht so ein kleines Kügelchen, das homogenes Protoplasma enthält und einzelne wenige Protoplasmakörnchen einschliesst. Wir wissen ferner, dass das Kügelchen sich nachher abschnürt und so das erste Richtungskörperchen bildet. Genau dasselbe findet nun auch bei Scorpaena statt. Indem aber hier zwischen dem am Mikropylenpol sich contrahirenden

*

Keim und der Zona radiata kein Raum besteht, die Spindel aber unmittelbar der inneren Mündung des Mikropylenkanales gegenüber liegt, ist der einzige Weg, den das Richtungskörperchen nehmen kann, deshalb auch nur der Mikropylenkanal. Sobald die ersten Veränderungen an der Kernplatte auftreten, sieht man, dass innerhalb des Mikropylenkanales etwas nach aussen zu quellen beginnt. Es ist eine helle, zähflüssige protoplasmatische Substanz, die einzelne wenige kleine Körnchen einschliesst, anfangs durch ihre Elasticität sich vollkommen der Form des Mikropylenkanales anschmiegt, sobald sie aber an der äusseren Mündung des Mikropylenkanales angelangt ist, Kugelgestalt annimmt. Nach 25—30 Minuten bemerkt man schon an der äusseren Mündung des Mikropylenkanales ein kleines Kügelchen, das mittelst eines Stieles sich nach innen fortsetzt: dies ist das sich abschnürende Richtungsbläschen. Indem also das sich abschnürende Richtungsbläschen durch den Mikropylenkanal nach aussen tritt, verstopft es diesen Kanal und macht den Zutritt für andere Spermatozoa unmöglich.

Taf. II, Fig. 10 stellt den Keim 25 Minuten nach der Befruchtung vor, die Höhe der Axe des Keimes beträgt dann 0,088 Millim.

Etwa nach 30—35 Minuten hat die Kernspindel eine sehr längliche, schmale Form angenommen. Die Länge der Spindel beträgt dann 0,042 Millim., ihre Breite 0,0075 Millim.; es lassen sich kaum noch drei bis vier äusserst feine und zarte Fasern an der Spindel unterscheiden, während die Kernplatte verschwunden ist (vergl. Taf. II, Fig. 12). Am centralen Pole der Spindel bemerkt man jetzt aber ein sehr kleines Kernchen, dasselbe ist an frischen Objecten durchaus homogen, nach Essigsäure-Behandlung zeigt es ein von Körnchenhaufen und netzartigen Strängen durchsetztes Aussehen. Rings um das Kernchen stehen die Protoplasma-Körnchen des Keimes in dichten Radien. Am peripheren Pol ist die Sonne fast verschwunden. Die Spindel selbst ist oft etwas mehr zur Seite gerückt und liegt nicht mehr genau unterhalb der Mikropyle. Das am centralen Pole der Spindel gebildete Kernchen, ist wohl ohne Zweifel der Eikern. (Eikern: Hertwig, Pronucleus femelle: van Beneden, Fol). Unmittelbar unterhalb der inneren Mündung der Mikropyle ist eine zweite, kleine Sonne entstanden. Das Centrum dieser Sonne liegt ungefähr 0,016—0,017 Millim. unterhalb der inneren Mikropylenmündung. Die Höhe der Keimaxe beträgt jetzt 0,095 Millim. Nach 40 Minuten ist die Spindel verschwunden. Anstatt derselben bemerkt man jetzt zwei Kernchen, von welchen das eine etwas grösser als das andere ist (vergl. Taf. II, Fig. 13). Um beide stehen die Protoplasma-Körnchen in scharf ausgeprägten Radien. Das eine Kernchen liegt an der Stelle, wo sich noch vor einige Minuten der centrale Pol der allmählich

reducirten Spindel befand; der Ursprung des zweiten kleineren Kernchens ist mit vollkommener Sicherheit nicht anzugeben. Aus Allem aber was wir jetzt über die Befruchtung bei den niedren Thieren wissen, sind wir, wie ich glaube, vollkommen berechtigt, dasselbe als von dem eingedrungenen Spermatozoon herrührend, also als Spermakern (Spermakern: O. Hertwig; Pronucleus mâle: v. Beneden, Fol) zu betrachten, um so mehr, als es unmittelbar der Stelle gegenüber liegt, an welcher das Spermatozoon durch den Mikropylenkanal in den Keim eingedrungen ist. Die Höhe des Keimes beträgt jetzt 0,102 Millim. (Axenhöhe). Das aus dem Mikropylenkanal austretende Richtungsbläschen ist allmählich grösser geworden und liegt als ein 0,025—0,028 Millim. im Diameter messendes Bläschen frei der äusseren Mikropylenmündung auf, um bald darauf durch das umringende Seewasser fortgespült zu werden.

Die beiden Kernchen werden jetzt allmählich grösser und grösser und bewegen sich nach einander zu, in der Art, dass der Spermakern in einer Richtung centralwärts rückt, welche senkrecht auf dem Mikropylenkanal steht, der Eikern dagegen in einer Richtung zum Centrum rückt, welche mit der Spindel ungefähr einen Winkel von 90^{0} macht. Nach 60—70 Minuten liegen die beiden Kerne unmittelbar unter einander, der Spermakern oben, der Eikern unten (vergl. Taf. II, Fig. 14). Die Protoplasmakörnchen bleiben dabei immer in deutlichen Radien gruppirt. Beide Kerne sind dann ungefähr gleich gross, ihr Diameter beträgt 0,0135 Millim. Frisch untersucht sind sie immer noch vollkommen homogen, zeigen aber nach Essigsäure-Zusatz dieselbe ähnliche Structur wie oben angegeben ist. Die Höhe-Axe des Keimes beträgt dann 0,160—0,165 Millim. Die beiden Kerne liegen gerade in der Ei-resp. Keimaxe, was wohl nicht anders möglich ist, denn der Spermakern, der unmittelbar unterhalb der Mikropyle sich gebildet hat, also in der Eiaxe selbst, ist der Axe folgend, centralwärts und ist auf seinem Wege so weit vorgerückt, bis er auf den ebenfalls centralwärts gewanderten Eikern stösst. Die beiden Kerne begegnen sich ungefähr in der Mitte der Axe des Keimes.

Der Keim ist jetzt fast vollkommen an dem einen Pol, dem Keimpol, concentrirt und hat mehr und mehr die Gestalt einer bi-convexen Linse angenommen. Ungefähr nach 80—90 Minuten haben beide Kerne an Grösse noch etwas zugenommen, der Diameter eines jeden beträgt jetzt ungefähr 0,016 Millim. Dabei sind sie immer noch etwas centralwärts gerückt. Jetzt beginnen die beiden Kerne mit einander zu verschmelzen. Kaum aber ist die Verschmelzung eingetreten, so sind sie am frischen Object nur noch einige Secunden zu sehen, um darauf scheinbar spurlos zu verschwinden.

Behandelt man aber die Eier in diesen Stadien mit Essigsäure, dann nimmt

man folgendes wahr: Während es noch deutlich zu sehen ist, dass die Kerne eben im Begriffe sind, mit einander zu verschmelzen, bilden die so mit einander conjugirenden Kerne sich wieder zu einer Kernspindel um. Dabei wird gleichzeitig die Gruppirung der Protoplasmakörnchen eine andere. Bis eben vor der Verschmelzung standen sie noch in dichten Reihen rings um die aneinander liegenden Kerne. Mit der Umbildung der conjugirenden Kerne in eine neue Spindel rücken sie wieder nach den Polen hin. Die in Rede stehende, neu gebildete Spindel mit den an ihren beiden Polen als Sonnen gruppirten Protoplasmakügelchen liegt in der Eiaxe (Vergl. Taf. II, Fig. 15). Demnach ergiebt sich also, dass die beiden conjugirenden Kerne in demselben Moment, in welchem sie mit einander verschmelzen, sich gleichzeitig zu einer ersten Theilung vorbereiten. Die weiteren Erscheinungen dieser ersten Theilung werde ich im nächsten Kapitel genauer beschreiben. Obgleich nun der Keim in diesem Stadium vollständig am Mikropylenpol (Keimpol) sich contrahirt hat, setzt er sich immer noch mit einer dünnen Schicht um den ganzen Nahrungsdotter hin fort.

Ich habe angegeben, dass die beiden neu entstandenen Kerne in der Eiaxe einander begegnen, und wohl in der Art, dass der Spermakern oben, der Eikern unten liegt. So wenigstens sind die Verhältnisse in den meisten Fällen, es kommt indessen auch vor, dass die Kerne nicht unter einander, sondern neben einander liegen, und dies wird natürlich dann stattfinden müssen, wenn der Eikern sich etwas langsamer dem Spermakern zubewegt.

Sehr schwierig ist es mit Bestimmtheit zu sagen, ob nur ein einziges oder zwei Richtungsbläschen ausgestossen werden. Verschiedene Male nämlich habe ich gesehen, dass, wenn das aus dem Mikropylenkanal ausgetretene Richtungsbläschen Kugelgestalt angenommen hatte, und durch das umringende Seewasser fortgespült wurde, nachher wiederum eine protoplasmatische Substanz aus dem Mikropylenkanal auszuquellen beginnt und dieselben Erscheinungen wiederholt wie das erstgenannte Körperchen. In anderen Fällen dagegen sah ich nur ein einziges Richtungsbläschen und dann war dasselbe grösser als in den Fällen, wo zwei ausgestossen wurden.

Die Erscheinungen, welche auftreten, wenn das Ei in unbesamtem Wasser liegt, lassen sich nicht leicht zusammenfassen, und es scheint mir, dass dieselben vielleicht zum Theil von dem mehr oder weniger vollständig geschlechtsreifen Zustande abhängig sind. Wie bei den befruchteten Eiern, entwickelen sich auch bei den nicht befruchteten nur Spuren eines Eiraumes. Bei den meisten Eiern,

welche in unbesamtem Wasser liegen, concentrirt sich der Keim auch allmählich mehr und mehr und wird ebenfalls ein Richtungskörperchen ausgestossen, dabei ist aber die Zeit, während welcher sich diese Erscheinungen abspielen, ziemlich grossen Schwankungen unterworfen. Ich habe Eier gesehen, in welchen schon nach 4 Stunden das Richtungskörperchen ausgetreten war und der Keim sich so bedeutend contrahirt hatte wie beim befruchteten Ei, das sich zur Theilung vorbereitet. Bei anderen Eiern war nach 4—6 Stunden die Spindel noch deutlich zu sehen und doch hatte sich der Keim schon bedeutend an dem Mikropylenpol bis zu einer Höhe von 0,080 Millim. (Axenhöhe) concentrirt. Ich habe endlich Eier gesehen, bei welchen auch nach 24-stündigem Liege in unbesamtem Wasser, keine Spur von Veränderung eingetreten war. Wie die Spindel sich bei dem Ausstossen des Richtungskörperchens am unbefruchteten Ei verhält, weiss ich nicht. Nachdem die Spindel verschwunden und das Richtungskörperchen ausgetreten war, habe ich von einem Eikern mit Sicherheit nie etwas gesehen.

Aus dem Mitgetheilten geht also nur hervor, dass die Concentration des Keimes am Mikropylenpol und das Ausstossen des Richtungsbläschens unabhängig von einander und unabhängig von der Befruchtung stattfinden kann.

Ungefähr dieselben Erscheinungen wie an den Eiern von Scorpaena treten an den Eiern von Julis (J. vulgaris) auf, wenn man denselben ein Tröpfchen Seewasser beifügt, worin sich einige Spermatozoa befinden. An den nicht befruchteten, unentwässerten Eiern hat der Keim eine Axenhöhe von 0,030 Millim. Die Spindel ist am nicht befruchteten Ei wohl zu sehen, aber bei weitem nicht so deutlich wie bei Scorpaena. Ungefähr 10—15 Minuten, nachdem das Ei befruchtet ist, tritt die Spindel viel schärfer hervor, wahrscheinlich ist dies dem zuzuschreiben, dass die Protoplasmakörnchen sich in Radien um die beiden Pole, besonders um den unteren gruppiren. Der Keim hat sich dann schon etwas am Mikropylenpol contrahirt und hat eine Axenhöhe von 0,036—0,040 Millim. erreicht. Besonders in diesem Stadium, in welchem die Spindel so deutlich sich zeigt, überzeugt man sich leicht, dass sie eine ähnliche Lage wie bei Scorpaena hat, d. h. unmittelbar der inneren Mündung des Mikropylenkanales gegenüber liegt, in einer Richtung, welche ungefähr mit der Eiaxe einen Winkel von 45^0 macht. Nach 20 Minuten hat das Richtungsbläschen sich zum grössten Theil abgeschnürt und quillt durch den Mikropylenkanal nach aussen. Hier tritt also dieselbe Erscheinung auf wie beim Ei von Scorpaena, dass nämlich durch das sich abschnürende Richtungsbläschen, welches durch den

Mikropylenkanal nach aussen tritt, anderen Spermatozoïden der Zugang zum Ei versagt wird. Nach 25 Minuten, wird die Spindel undeutlicher, scharf dagegen tritt die Sonne um den unteren Pol hervor. Nach einer halben Stunde ist eine zweite Sonne unmittelbar unterhalb der inneren Mündung des Mikropylenkanales entstanden, während an der Stelle, wo vor einigen Minuten noch der untere Pol der Spindel lag, ein kleines Kernchen sichtbar wird, um welches die Protoplasmakörnchen in scharf ausgeprägten Radien stehen. Dies Kernchen ist wohl unzweifelhaft der Eikern. Die Axenhöhe des Keimes beträgt jetzt 0,055—0,060 Millim. Bald darauf wird im Centrum der unmittelbar unterhalb der inneren Mündung des Mikropylenkanals gelegenen Sonne ein zweites Kernchen sichtbar. Der Ursprung dieses Kernchens ist wie bei Scorpaena wohl nicht direct anzugeben, indessen sind wir, wie ich glaube, dennoch berechtigt, dasselbe auch hier als von dem eingedrungenen Spermatozoon herrührend zu betrachten und dürfen wir es als Spermakern bezeichnen.

Die beiden Kernchen nehmen bald an Grösse zu und bewegen sich nach einander in ähnlicher Weise, wie es für Scorpaena beschrieben ist. Nach 40—45 Minuten liegen die beiden Kerne sehr nahe aneinander. Der Diameter eines jeden Kerns beträgt 0,011—0,0015 Millim. Rings um beide stehen die Protoplasmakörnchen radienförmig. Der Keim hat sich noch mehr concentrirt, seine Axenhöhe beträgt jetzt 0,095—0,10 Millim, er hat ungefähr die Gestalt einer bi-convexen Linse angenommen, die besonders centralwärts sehr stark convex ist. Die beiden Kerne nehmen noch etwas an Grösse zu und zu gleicher Zeit eine etwas tiefere Stelle ein, sie liegen wie bei Scorpaena in der Eiaxe (Vergl. Taf. III, Fig. 1, 2, 3). Nach einer Stunde hat der Keim eine Axenhöhe erreicht von 0,105—0,110 Millim., die beiden Kerne sind mit einander verschmolzen, sie bilden jetzt einen einzigen ovalen Kern, dessen longitudinaler Durchmesser 0,024 Millim., dessen Breiten-Durchmesser 0,014 Millim. beträgt. Kaum aber ist die Verschmelzung eingetreten, so verschwindet der eben entstandene ovale Kern scheinbar wieder für das Auge, um auch hier wie bei Scorpaena in eine neue Spindel über zu gehen, wie nach Behandlung mit verdünnter Essigsäure deutlich wird (Vergl. Taf. III, Fig. 3). Gleichzeitig mit der Verschmelzung der beiden Kerne treten eigenthümliche Formveränderungen am Keim auf, es ist als ob die stark convexe, centrale Ausdehnung des Keimes plötzlich verschwände, und so derselbe allmählich mehr und mehr der Form einer planconvexen Linse sich nähere. Bis zu diesem Stadium umgiebt immer noch eine dünne, mit dem Keime zusammenhangende Protoplasmaschicht den Nahrungsdotter, um am Gegenpol zu einer Dicke von 0,007—0,008 Millim. anzuschwellen. Wie bei den Eiern von Scorpaena kommt es bei denen von Julis

immer nur zur Bildung eines sehr kleinen Eiraumes, welcher während der ersten Stunde der Befruchtung sich niemals über den Keimpol des Eies ausbreitet.

Lässt man die Eier von Julis mehrere Stunden in unbesamtem Wasser liegen, so treten auch hier ungefähr dieselben Erscheinungen auf wie bei Scorpaena. Auch hier kann die Concentration des Keimes und das Ausstossen der Richtungskörperchen unabhängig von einander und unabhängig von der Befruchtung stattfinden.

Bei Crenilabrus pavo sind die Verhältnisse im Allgemeinen schon weniger günstig. Was ich bei der künstlichen Befruchtung der Eier dieser Fischart habe beobachten können, lässt sich in folgendem zusammenfassen. Schon wenige Minuten nach der Befruchtung fängt die Bildung eines Eiraumes, d. i. eines Raumes zwischen Eiinhalt und Zona an, zuerst in der Gegend des Aequator, um so nach oben und unten sich auszudehnen. Nur dort wo der Keim der innern Mündung des Mikropylenkanals anliegt, lässt er sich während der ersten Stunde nach der Befruchtung nicht nachweisen. Nach 8 Minuten hat der Eiraum jederseits des Aequator einen Diameter von 0,020 Millim., nach 15 Minuten einen von 0,030—0,032 Millim. erreicht. Gleichzeitig mit der Bildung eines Eiraumes, fängt die Concentration des Keimes an. Nach 20 Minuten bemerkt man, dass durch den Mikropylenkanal Etwas nach aussen hervor zu quellen beginnt, welches nur das sich abschnürende Richtungskörperchen sein kann. Nach einer halben Stunde bemerkt man im Keime zwei kleine blasse, homogene Kernchen, das eine unmittelbar unterhalb der inneren Mündung der Mikropyle, das andere etwas mehr seitwärts und tiefer gelegen. Obgleich der Ursprung dieser zwei Kernchen nicht direct nachzuweisen ist, so ist es aus alledem, was wir bei Scorpaena beschrieben haben, wohl kaum zweifelhaft, dass das eine, unmittelbar der innern Mündung der Mikropyle gegenüberliegende Kernchen der Spermakern, das andere tiefer gelegene der Eikern ist. Um beide gruppiren sich die Protoplasmakörnchen in Sonnenfiguren. Wie bei Julis und Scorpaena bewegen sich die beiden Kerne auf einander zu und nach 35—40 Minuten begegnen sie einander. (Vergl. Taf. III, Fig. 5.) Auf ihrem Wanderungswege nehmen sie allmählich an Grösse zu. Während diese Erscheinungen sich an den Kernen abspielen, contrahirt sich der Keim immer mehr und mehr am Mikropylenpol und nimmt wie bei Julis und Scorpaena die Ge-

stalt einer biconvexen Linse an, welche besonders nach dem Dotter zu stark convex ist. Nach 45 Minuten verschmelzen die Kerne mit einander und der so entstandene einfache Kern hat eine rundlich-ovale Form, mit einem longitudinalen Durchmesser von 0,019—0,020 Millim. Derselbe liegt auch hier in der Ei-resp. Keim-Axe. Kaum aber ist die Verschmelzung eingetreten, so verschwinden sie scheinbar wiederum für das Auge des Beobachters. Dabei gehen dann eigenthümliche Erscheinungen im Keime selbst vor sich. Bei der Conjugation nämlich von Eikern und Spermakern ist es als ob plötzlich die stark convexe Ausdehnung der Basis des Keimes verschwände, und an ihrer Stelle treten nun zahlreiche, kleinere und grössere Dotterkügelchen auf; einzelne dieser Dotterkügelchen sieht man mit einander verschmelzen, allmählich grösser werden und später wieder platzen, andere lösen sich in eine Anzahl kleinere auf, dabei ist der Keim immer in gewaltigen amoeboïden Bewegungen und nimmt, wie bei Scorpaena, mehr und mehr die Gestalt einer plan-convexen Linse an. Die in Rede stehenden Dotterkügelchen sind in fortwährenden Ortsbewegungen und sammeln sich immer mehr und mehr zwischen Keim und Dotter, kurz, es kommt hier zur Bildung eines wenn auch noch nicht stark ausgeprägten „Disque huileux", den wir bei Julis und Scorpaena noch nicht antrafen. Erst wenn die Furchung anfängt, bildet sich der Eiraum auch am Mikropylenpol aus.

Untersucht man Eier die mehrere Stunden in unbesamtem Wasser gelegen haben, dann ergiebt sich folgendes: Nur bei sehr wenigen sind auch nach verschiedenen Stunden keine weiteren Veränderungen eingetreten. Bei den meisten dagegen kommt es wie bei den befruchteten Eiern zur Bildung eines Eiraumes, zur Concentration des Keimes am Mikropylenpol und zum Ausstossen des Richtungskörperchens. Beide letztgenannte Phaenomene können auch bei den Eiern von Crenilabrus unabhängig von einander und von der Befruchtung stattfinden, nur mit dem Unterschiede, dass hier diese Erscheinungen viel langsamer vor sich gehen.

Die Eier von Scorpaena, Julis und Crenilabrus stimmen mit einander darin überein, dass sich bei ihnen nur ein sehr kleiner Eiraum bildet; zwar ist derselbe bei Crenilabrus etwas grösser, doch dehnt er sich auch hier anfangs nicht über den Mikropylenkanal hin aus. Demzufolge bleibt also der Keim

der innern Mündung des Mikropylenkanales unmittelbar anliegen, und dies wird durch die papillenförmige Hervorragung der Zona radiata, auf welcher der Mikropylenkanal noch innen ausmündet, sehr begünstigt. Indem nun die ersten Erscheinungen nach der Befruchtung an der Kernspindel sich abspielen, und zur Theilung der Spindel und dem Ausstossen des Richtungskörperchens führen, das Richtungsbläschen jedoch nur durch den Mikropylenkanal noch aussen treten kann, liess sich also bei diesen drei in Rede stehenden Gattungen nachweisen, dass nur ein Spermatozoon in den Dotter eindringen kann, indem durch das sich abschnürende Richtungskörperchen, welches durch den Mikropylenkanal das Ei verlässt, anderen Spermatozoa der Zugang versagt wird. Indessen lässt sich dies nicht für alle Gattungen von Knochenfischen nachweisen, wie aus folgendem hervorgehen wird.

Bei Heliasis chromis sind die Verhältnisse folgende: Den Bau des nicht befruchteten geschlechtsreifen Eies habe ich schon früher beschrieben. Fügt man demselben ein Tröpfchen Seewasser — in welchem sich einige Spermatozoa befinden — hinzu, dann sieht man diese bald um die äussere Mündung des Mikropylenkanals herumschwärmen. Das Eindringen der Spermatozoa in den Mikropylenkanal selbst weiter zu verfolgen ist bei Heliasis recht schwierig, besonders deshalb, weil das Ei mittels der, um die äussere Mikropylenöffnung stehenden, schon früher beschriebenen Fasern anklebt. Nach 7—8 Minuten, wenn wahrscheinlich ein Spermatozoon so tief in dem Mikropylenkanal vorgedrungen ist, dass es den Keim berührt, fängt die Bildung des Eiraumes schon an und nach 10 Minuten ist derselbe am Keimpole schon 0,050—0,055 Millim. hoch, während er dagegen am Gegenpol noch sehr gering ist. Gleichzeitig mit dem Auftreten eines Eiraumes fängt die Concentration des Keimes am Mikropylenpole an, während die grösseren Dotterkugeln sich nach dem Gegenpol verschieben. Nach 20 Minuten hat der Eiraum am Keimpol (in der Eiaxe gemessen) schon eine Höhe von 0,105 Millim. und am Gegenpol eine von 0,045—0,050 Millim. Das Protoplasma contrahirt sich am Keimpol immer mehr und mehr, es bildet jedoch keine klare Masse, sondern enthält eine nicht unbedeutende Zahl von kleinen mattglänzenden Dotterkügelchen. Nach 25 Minuten tritt an der Oberfläche des Keimes ein kleines, rundes Körperchen zu Vorschein (Taf. III, Fig. 6), welches bald zu einer Grösse von 0,012—0,014 Millim. heranwächst, es ist dies das sich abschnürende Richtungskörperchen. Die Ungünstigkeit des Objectes gestattete nicht eine klare Vorstellung von dem, was eigentlich im Keime vor sich ging, zu gewinnen. Der Keim contrahirt sich am Mikropylenpol immer stärker und hat nach einer und einer Viertel-Stunde ein Höhe erreicht, wie auf Taf. VI, Fig. 6 abgebildet ist. Der Keim liegt dann auf einem „Disque huileux" der ihm von dem

*

Deutoplasma trennt. Derselbe besteht aus einer Schicht Protoplasma, in welcher sehr zahlreiche, glänzende Deutoplasmakügelchen abgelagert sind. Der Nahrungsdotter besteht ausserhalb der grossen Oelkugel, aus einer sehr grossen Zahl nur mässig grosser Dotterkugeln. Während man beim nicht befruchtetem Ei, überall glänzende Dotterkugeln durch das ganze Deutoplasma verbreitet antrifft, bemerkt man solche in den befruchteten Eiern nur in dem „Disque huileux", überall anders sind sie scheinbar verschwunden, oder besser gesagt, sie haben ein ganz anderes Aussehen bekommen. Höchstwahrscheinlich hängt dies davon ab, dass das Protoplasma nicht mehr durch den ganzen Eiinhalt hin vertheilt ist, sondern sich am Keimpole contrahirt hat, wodurch natürlich die Dotterkugeln nicht mehr durch Protoplasma von einander getrennt werden, sondern unmittelbar einander anliegen, und auf diese Weise das Licht ganz anders brechen. Behandelt man Eier, wie sie auf Taf. VI, Fig. 6 abgebildet sind, — also Eier eine und eine Viertel-Stunde nach der Befruchtung, — mit verdünnter Essigsäure, dann sieht man, dass nur der Keim und der „Disque huileux" dunkel granulirt erscheinen, der Nahrungsdotter dagegen unverändert bleibt, wohl ein Beweis, dass also aus dem Nahrungsdotter das Protoplasma verschwunden ist.

Während bei den Eiern von Scorpaena, Julis und Crenilabrus das Richtungskörperchen durch den Mikropylenkanal das Ei verlässt, bleibt es bei Heliasis innerhalb des Eies, zwischen Zona radiata und Keim. Hier lässt sich also nicht nachweisen, ob nur ein einziges Spermatozoon in das Ei eintritt. Indem es sich aber bei den drei erstgenannten Gattungen der Knochenfische bestimmt nachweisen liess, dass nur ein einziges Spermatozoon den Mikropylenkanal durchdringen konnte, ist es höchstwahrscheinlich, dass auch bei der Gattung Heliasis nur ein einziges Spermatozoon das Ei befruchtet. Ob hier die Spannung, unter welcher die Eihaut steht, bei der Entwickelung eines so bedeutenden Eiraumes wie er bei Heliasis sich schon kurz nach der Befruchtung zu bilden anfängt, vielleicht auf die innere Mündung der Mikropyle einen solchen Druck ausübt, dass dadurch der Durchgang anderer Spermatozoa unmöglich wird, ist schwierig mit Bestimmtheit zu sagen. Ich kann nur mittheilen, dass ich in dem Eiraum niemals Spermatozoa angetroffen habe. Ein paar Male beobachtete ich an befruchteten Eiern innerhalb der inneren Mündung des Mikropylenkanales ein kleines Körperchen (Vergl. Taf. III, Fig. 8); ob dies ein eingeklemmtes Spermatozoon ist, weiss ich nicht. Bei Heliasis wie bei Crenilabrus bleiben die Spermatozoa in Seewasser aufbewahrt, keine halbe Stunde lebendig.

Bekanntlich wird der Raum zwischen Eiinhalt und Zona radiata nicht von

reinem Seewasser eingenommen, sondern enthält auch kleine Mengen einer eiweissartigen Substanz, die bei Anwendung von Säuren oder erhärtenen Flüssigkeiten gerinnt.

Die Veränderungen, welche an den Eiern von Heliasis auftreten, wenn sie in unbesamtem Wasser liegen sind folgende: Nach 4 Stunden hat sich fast noch kein nennenswerther Eiraum ausgebildet und zeigt der Keim noch keine Spur von Concentration; nach 6 Stunden hat sich an beiden Polen ein kleiner Eiraum ausgebildet, der am Keimpol 0,006—0,007 Millim., am Gegenpol 0,010—0,012 Millim. hoch war; der Keim ist noch unverändert. Nach 24 Stunden ist der Eiraum so gross wie an den befruchteten Eiern, ausserdem haben sich auch Veränderungen im Ei selbst abgespielt. An dem einem Pol, dem Gegenpol, liegt die grosse Oelkugel, nebst zahlreichen Dotterkugeln in wenig Protoplasma suspendirt, was sich besonders nach Einwirkung von verdünnter Essigsäure ergiebt; am anderen Pol (dem Keimpol) liegen noch viele grössere und kleine Dotterkugeln in einer mächtigen Schicht von Protoplasma abgelagert. Bei den Eiern von Heliasis bildet sich also, auch wenn sie nicht befruchtet sind, ein Eiraum aus und findet ebenfalls eine Concentration des Keimes nach dem Mikropylenpol statt, nur mit dem Unterschiede, dass alle diese Erscheinungen bei den nicht befruchteten Eiern sehr langsam vor sich gehen, die Ansammlung des Keimes am Keimpole nie eine vollständige ist und zahlreiche Dotterkugeln im Protoplasma des Keimes suspendirt bleiben. Andere Eier blieben auch nach 24 Stunden Liegens in unbesamtem Wasser unverändert.

Ich hatte keine Gelegenheit, künstliche Befruchtung an Eiern von Gobius anzustellen. Dies muss ich um so mehr bedauern, indem uns hier wahrscheinlich ein Fall vorliegt, dass der Keim beim unmittelbar dem Weibchen entnommenen, ungewässerten Ei schon dieselbe Gestalt zeigt, als schickte er sich zur Theilung an, mit anderen Worten, sich schon vollständig am Mikropylenpol angehäuft hat.

Von Gobius minutus und einer anderer Gobius-Art, welche ich nicht habe bestimmen können, erhielt ich immer nur befruchtete Eier. Dagegen empfing ich einmal ein geschlechtsreifes Weibchen von Gobius niger. Bei diesem ergab sich, dass der Keim an dem einen Pol (dem Mykropylenpol) des

Eies, schon eine so bedeutende Ausdehnung besass, wie es gewöhnlich nur an Eiern, die sich zur Furchung vorbereiten, antrifft. Bei einigen dieser Eier war nach 4 Stunden noch nicht die Spur eines Eiraumes vorhanden, der Keim lag immer noch der inneren Mündung des Mikropylenkanales unmittelbar an. Bei anderen dagegen war nach einer Stunde ein so grosser Eiraum entstanden, wie man ihn gewöhnlich beim befruchteten Eie trifft, ohne dass dabei in der Gestalt des Keimes oder des Nahrungsdotters sichtbare Veränderungen eingetreten waren. Während also bei den Eiern von Scorpaena, Julis, Crenilabrus und Heliasis der Keim beim Liegen in besamtem sowohl als in unbesamtem Wasser sich am Mikropylenpol zu contrahiren anfängt, hat er bei den Eiern von Gobius dagegen diese Lage schon, ehe diese vom Weibchen entleert sind (Vergl. Taf. III, Fig. 9, 10).

Ueber die Erscheinungen, welche an den befruchteten Eiern des Herings auftreten, kann ich leider nur sehr wenig mittheilen. Das Object ist zu ungünstig, um über die delicate Frage, nach der Lage der Richtungsspindel, so wie über das Ausstossen der Richtungskörperchen einige Auskunft geben zu können. Aehnliches gilt von der Frage ob hier der Eiraum sich auch in der Gegend der inneren Mündung des Mikropylenkanals schon kurz nach der Befruchtung ausbildet, oder erst nach einiger Zeit auftritt und so dem Richtungskörperchen Gelegenheit giebt, durch den Mikropylenkanal nach aussen zu treten. Nur so viel kann ich mittheilen, dass schon einige Minuten, nachdem man den Eiern einige Spermatozoa zugefügt hat, die Concentration des Keimes am Mikropylenpol anfängt und nach zwei und einer halben Stunde beendigt ist. Nach einer halben Stunde hat der Keim eine Axenhöhe von 0,080 Millim., nach drei Viertelstunden von 0,100 Millim., nach einer Stunde von 0,120 Millim., nach anderthalb Stunde von 0,180 Millim., nach 2 Stunden von 0,280—290 und nach zwei und einer halben Stunde von 0,320—0,330 Millim. Ueber den Ursprung des ersten Furchungskerns liess sich beim Hering nichts nachweisen (Vergl. Taf. III, Fig. 11).

Wie die Eier sich verhalten, wenn sie in unbesamtem Wasser liegen, weiss ich nicht, denn ich habe darüber keine Versuchen angestellt. Es waren dies die ersten künstlichen Befruchtungen, welche ich an Fischeiern anstellte und ich glaubte um so mehr darauf verzichten zu können, als wir eben über die künstliche Befruchtung der Eier dieser Fischart genaue Angaben von Kupffer besitzen.

Obgleich wir schon früher gesehen haben, dass fast alle Autoren darin mit einander übereinstimmen, dass der Keim schon vor der Befruchtung vorhanden ist, so sind dagegen diese Angaben in Bezug auf die Frage sehr wenig genau: wie verhält sich der Keim zum Nahrungsdotter, wenn das Ei unmittelbar nach dem Ablegen untersucht wird und welche Veränderungen treten in dem Keim auf, wenn es einige Zeit in unbesamtem, welche, wenn es in besamtem Wasser liegt.

K. E. von Baer * der hauptsächlich nur Cyprinoiden (Cyprinus blicca und C. erythrophthalmus) untersucht hat, sagt einfach „der Keim ist vor dem Austritte des Eies auch schon vorhanden".

C. Vogt's † Abhandlung stand mir nicht zur Verfügung. Wie ich aber bei Kupffer angegeben finde, sah er bei Coregonus palaca den Keim auch in dem nicht befruchteten Ei auf dem Dotter erscheinen, sobald die Eier ins Wasser gelangten.

Coste § dagegen sagt „Avant la conception, la cicatricule (der Keim) n'y est point encore formée ni distincte du vitellus, ni représentée par ce vitellus tout entier. Ses éléments générateurs restent épars, disséminés dans tous les points de ce vitellus, jusqu'au moment où l'action du mâle les détermine à se précipiter vers une region de la surface où on les voit tous se réunir pour constituer le disque granuleux que la segmentation organise plus tard". Leider giebt Coste nicht an, für welche Knochenfische diese Angabe gilt, und ebenso wenig erfahren wir, welche Veränderungen eintreten, wenn das Ei in unbesamtem Wasser liegt.

Reichert ** sagt vom Hechtei, dass die Begrenzungslinien der Bildungsdotterschicht, sowohl am freien Rande als nach dem Nahrungsdotter hin, nicht scharf gezeichnet, oft recht unsicher sind. Ob diese Beschreibung einem ungewässerten oder gewässerten Ei entnommen ist, erfahren wir nicht. Er giebt schon weiter an, dass sich am geschlechtsreifen, unbefruchteten Ei, beim Liegen im Wasser die Kapsel von der Dotterkugel scheidet und dass zwischen beiden ein, vom eingedrungenen Wasser ausgefüllter Zwischenraum entsteht; dies Fluidum ist nach ihm kein reines Seewasser, sondern enthält eine geringe Menge

---

* K. E. von Baer, Untersuchungen über die Entwickelungsgeschichte der Fische, 1835, p. 4.

† C. Vogt, Embryogenie des Salmones.

§ Coste, Origine de la cicatricule ou du germe chez les poissons osseux, in *Comptes rendus*, T. XXX, p. 692, 1850.

** Reichert, l. c.

von Eiweiss gelöset, indem bei Zusatz von Salpetersäure sich darin weissliche Flocken niederschlagen.

Lereboullet * sagt vom Hecht „le dernier terme du développement de l'oeuf avant la fécondation est la séparation de ses parties constituantes, l'un constitue la tache jaune (formée par la réunion de tous les éléments plastiques et nutritifs, qui se trouvaient dispersés dans l'oeuf) sorte de cumulus, placé à la surface de l'oeuf (also der Keim), l'autre est le vitellus proprement dit, dont le rôle est exclusivement nutritif." Ausserdem giebt er an, dass sich ein Eiraum bildet, wenn das Ei in unbesamtem Wasser liegt. Doch scheint die Gestalt des Keimes beim ungewässerten Hechtei eine andere zu sein, als beim gewässerten, das Ei möge befruchtet sein oder nicht, denn er sagt „une heure environ après la fécondation, le germe se soulève et s'arrondit comme une ampoule, dans les oeufs non fecondés, comme dans les oeufs fecondés".

Sowohl beim unbefruchteten als beim befruchteten Ei heisst es weiter „des vesicules huileuses, qui etaient dispersés, se dirigent vers le pôle occupé par le germe et se concentrent en un disque situé sous le germe, le disque huileux." Der einzige Unterschied, wodurch das befruchtete Ei sich von dem unbefruchteten unterscheidet, besteht nach Lereboullet darin, dass der Keim beim erstgenannten „acquiert une transparence remarquable" und dies beruht nach ihm darauf, dass der Keim erst bestand aus „une matière amorphe, granuleuse, au milieu de la quelle sont semés en grand nombre des corpuscules très petits — corpuscules plastiques — des globules vitellins et des vésicules graiseuses. Ces deux groupes d'éléments sont melés et confondus. La même chose a encore lieu, quand le germe s'est élevé en ampoule, mais dèsque ce germe est devenu transparent, les globules vitellins sont tous refoulés vers la base de l'éminence."

Und dann sagt er weiter: „le premier effect de la fécondation est donc de séparer les éléments vitellins en deux groupes, les uns les plus superficiels — le vitellus de formation — tandisque les autres, sousjacents constituent son vitellus nutritif."

Vom Barsch theilt er mit, dass hier sich ebenfalls ein Eiraum bildet, wenn das Ei in Wasser liegt, gleichgültig ob das Wasser besamt ist oder nicht. Die ersten Veränderungen, welche man im befruchteten Ei wahrnimmt, bestehen nach ihm „dans une accumulation, vers un des pôles de l'oeuf des divers éléments, qui etaient dispersés dans toute son etendue." Der Keim ist also schon vor der Befruchtung vorhanden, sobald jedoch das Ei befruchtet ist, concen-

* Lereboullet, l. c.

trirt er sich am Keimpol. „Vers la fin du développement de l'oeuf" — sagt er — „et avant la fécondation tous les éléments solides dont l'oeuf se compose se reunent vers un de ses pôles et constituent un amas, qui est le germe. Le germe une fois formé, se soulève en une ampoule, dans la quelle les éléments sont encore entremêlés. Peu de temps après qu'elle s'est produit la colline du germe devient transparente. Cet effet remarquable reconnaît pour cause la séparation des éléments du germe en deux groupes, elle est le premier effet appréciable de la fécondation. La portion transparente du germe est le vitellus formateur, réservant le nom de vitellus nutritif aux autres éléments vitellins."

Von der Forelle giebt er an * „dans la truite les éléments plastiques produits par la vesicule germinative et les éléments nutritifs fournis par la sphère vitelline, restent mêlés et confondus jusqu' à l'époque de la fécondation. Les oeufs mûrs de ce poisson, même ceux qui vont être pondus, n'offrent pas la tache jaune si apparente dans le Brochet, et qui provient de la condensation des éléments plastiques." Und weiter sagt er: „Immédiatement ou très peu de temps après la fécondation, les éléments plastiques qui étaient restés dispersés dans l'oeuf se concentrent vers le pôle, pour former le disque germinateur ou blastodermique." Hieraus scheint also hervorzugehen, dass nach LEREBOULLET bei der Forelle, wie beim Barsch die Mitwirkung des Sperma nöthig ist zur völligen Concentration des Keimes am Keimpol.

Am schärfsten sind wohl die Mittheilungen von RANSOM †. Er sagt vom Keime des Eies von G a s t e r o s t e u s: „it exits in the unimpregnated egg as a superficial layer completely surrounding the food-yelk, and is closely connected near the germinal pole, with the oft, ill-defined, interval surface of the inner sac. At the germinal pole it forms a thicker layer or disk, extending over about one fourth to one-third of the surface of the yell-ball marked at its centre by a pit, which receives the mikropyle and at its margins passing imperfectly into the thinner layer of similar material which extends over the rest of the yelk." Diese Verhältnisse ändern sich nicht, wenn das Ei in unbesamtem Wasser liegt. Wird dagegen das Ei in besamtes Wasser gebracht, dann fängt schon 15 Secunden, nachdem das erste Spermatazoon in die Mikropyle eingedrungen ist, die Bildung eines Raumes (Breathing chamber NEWPORT) zwischen Eihaut und Eiinhalt von der Mikropyle aus an, indem der Keim sich von der Mikropyle zurückzieht, und Wasser durch die Eihaut eindringt,

* LEREBOULLET l. c.
† RANSOM l. c.

und erst dann folgt die Concentration des Bildungsdotters zum prominirenden Keimhügel. Hier also entsteht der Eiraum und die Concentration des Keimes, unter normalen Verhältnissen, erst nach der Befruchtung.

Dagegen fand er, dass sich bei Salmo salar, S. fario, Thymallus vulgaris, Esox lucius, Cyprinus gobio, Leuciscus phoxinus, L. cephalus und Perca fluviatilis, gleichgültig ob das Ei in besamtem oder in unbesamtem Wasser liegt, ein Eiraum bildet und der Keim, der Anfangs mit dem von Gasterosteus übereinstimmte, sich zum Keimpol concentrirt. Beim Ei von Esox lucius war schon nach wenigen Minuten der Eiraum vollständig ausgebildet „and the formative yelk concentrated into a well defined discus germinativus"

Zwar giebt OELLACHER * auch an, dass im Ei der geschlechtsreifen Bachforelle der Keim vorhanden ist, doch geht aus seiner Beschreibung nicht hervor, welche Form derselbe besitzt, bevor das Ei mit Wasser in Berührung gewesen ist, und welche Umbildungen am demselben auftreten, wenn das Ei in besamtem oder unbesamtem Wasser gelegen hat. Er sagt weiter „dass sich bloss die Hauptmasse des Keimes an einer Stelle zusammenzuziehen scheint und dass ein Rest als eine dünne Blase um den Nahrungsdotter ausgedehnt bleibt." Diese Blase ist dann seine Dotterhaut. Dieselbe ist aber nichts als eine dünne Schicht von Bildungsdotter, die den Nahrungsdotter umgiebt.

HIS † theilt mit, dass an den reifen, unbefruchteten Eiern der Aesche (Thymallus vulgaris) sich beim Liegen in Wasser die Kapsel von der Dotterkugel scheidet und dass zwischen beiden ein vom eingedrungenen Wasser ausgefüllter Zwischenraum entsteht, ebenso beim Hecht, beim Lachs und bei der Forelle. Von Thymallus vulgaris heisst es weiter, dass die Dotterkugel an einer bestimmten Stelle den Keim trägt. Aber HIS theilt nicht mit, ob dies von einem Ei gilt, das unmittelbar dem Mutterthier entnommen ist, oder vorher in Wasser gelegen hat. Auch beim Hecht bildet sich an dem unbefruchteten Ei ein Eiraum. Vom Keim des Hechteies heisst es „dass er am ungewässerten Ei sehr durchscheinend und in seiner Abgrenzung schwer zur erkennen ist."

Nach kurzem Aufenthalt im Wasser charakterisirt er sich als eine schwefelgelbe bis braungelbe Scheibe von 1,5 Millim. Durchmesser. Unter welcher Form sich der Keim bei dem unmittelbar dem Weibchen entnommenen Ei zeigt, giebt HIS ebenfalls nicht an. Aehnliches gilt auch vom Lachs und von der Forelle, wir erfahren einfach, dass der Keim vorhanden ist.

---

* OELLACHER, l. c.

† HIS, l. c.

Nach OWSIANNIKOW * bildet sich bei Coregonus lavaretus ein Eiraum, gleichgültig ob das Ei befruchtet ist, oder nicht. Das unbefruchtete Ei bietet nach ihm ein mehr gleichmässiges Aussehen dar. Die Dotterplättchen, die Oelbläschen, die feinsten Dotterpartikelchen sind im ganzen Ei so ziemlich gleich vertheilt. Erst nach der Befruchtung concentrirt sich der Keim am Keimpol. Aus dieser Beschreibung, welche OWSIANNIKOW giebt, scheint also hervorzugehen, das beim unbefruchteten Ei der Keim am Keimpole noch nicht oder wenigstens in sehr geringem Grade vorhanden ist, ob eine Concentration des Keimes am Keimpol auch stattfindet, wenn das Ei in unbesamtem Wasser liegt, giebt OWSIANNIKOW nicht an.

GERBE † sagt vom Keime der Knochenfische „la cicatricule ne se manifeste qu'après la ponte. Dans l'oeuf ovarien, à quelque âge qu'on l'observe, dans l'oeuf arrivé à maturité et tombé dans l'ovisac, rien ne l'accuse; ce n'est qu' à la suite de la ponte et après quelque temps de séjour dans l'eau, que le travail de séparation des diverses parties constitutives de l'oeuf, la cicatricule (der Keim) concentre ses éléments épars et en forme à la surface du globe nutritif une petite éminence discoïde.

Ce phénomène est indépendant de la fécondation et s'accomplit aussi bien sur les oeufs fécondés que sur ceux qui ne le sont pas; mais tandis que le travail, dans les premiers, s'accentue de plus en plus, il avorte en quelque sorte dans les seconds, et au lieu d'une cicatricule très saillante, arrondie, à bords parfaitement limités, ou à une cicatricule médiocrement proeminente, à contours vagues, à bords irréguliers, de facile décomposition, les granules moleculaires constitutifs n'ayant entre eux qu'une faible cohérence."

Welche Knochenfische untersucht sind, giebt GERBE nicht an, doch scheinen es hauptsächlich die Salmoniden gewesen zu sein, denn er fügt hinzu „Il est donc bien démontré que chez les poissons osseux, et notamment chez les Salmonidés que j'ai plus particulièrement étudiés, c'est vers le point par où pénetrent les corpuscules fécondants, c'est-à-dire vers le micropyle, que sont invariablement appelés et que se grouppent les éléments formateurs du germe". So sehr ich auch die letzte Angabe bestätigen kann, so sehr muss ich die erstere bestreiten, wie aus dem oben mitgetheilten von selbst hervorgeht.

---

* OWSIANNIKOW, Ueber die ersten Vorgänge der Entwickelung in den Eiern des Coregonus lavaretus; in: *Bull. de l'Acad. imper. des Sc. de St. Petersbourg*. T. XIX, p. 225, 1874.

† Z. GERBE, Du lieu ou se forme la cicatricule chez les poissons osseux, in: *Journal de l'Anatomie et de la Physiologie. Onzième Année*, p. 329, 1875.

Nach VAN BAMBEKE * ist der Keim bei Tinca vulgaris vor der Befruchtung schon vorhanden. Indem er von den Erscheinungen spricht welche auftreten, wenn das Ei mit Wasser in Berührung kommt, sagt er: „le premier phénomène consiste généralement dans une dépression du globe vitellin par le disque; de sorte que ce dernier, qui formait d'abord une sorte de calotte reposant sur le vitellus nutritif, représente maintenant une lentille biconvexe dont l'une des surfaces correspond à une excavation du globe vitellin. Les éléments vitellins répandus sur la face interne de ce globe viennent s'accumuler à la face inférieure du disque. On aperçoit manifestement de fines traînées protoplasmiques qui partent en rayonnant de la base du disque et plongent dans la sphère vitelline. Ces traînées rappellent les pseudopodies d'organismes inferieures. Les éléments accumulés sous le disque effectent une disposition spéciale, ils sont plus abondants vers le centre de la face inferieure du disque et forment, en cet endroit, une sorte de noyau vitellin; la partie centrale, plus claire, est formée par de fines molécules, espèces de poussières granuleuses; la partie péripherique, plus foncée, est constituée par des éléments plus volumineux. De changements de forme du disque germinatif rapellent, jusqu' à un certain point, les premières phases de la segmentation." Aehnlich verhalten sich nach ihm die Eier van Lota vulgaris. Daraus folgt also, dass schon in unbesamtem Wasser der Keim am Keimpol sich concentriren kann.

Aus der angegebenen Literaturübersicht geht also hervor, dass alle Autoren darin mit einander übereinstimmen, dass der Keim schon vor der Befruchtung vorhanden ist, vielleicht mit Ausnahme von COSTE, dessen Mittheilungen mir nicht ganz klar sind, indem er erst sagt, dass beim unbefruchteten Ei der Keim „n'y est point encore formé", und zugleich darauf folgen lässt, „les éléments générateurs restant épars, disséminés dans tous les points du vitellus". Dagegen giebt KUPFFER † an, dass beim Heringsei vor der Befruchtung noch kein Keim vorhanden ist. Er fasst, was er beobachtet und in wiederholten Experimenten geprüft hat, in folgende Sätze zusammen:

1. „Das Ei des Herings (Strömlings) zeigt in dem Moment, wo es aus dem Eileiter ins Wasser gelangt, noch keine Spur eines Keimes oder überhaupt einer Sonderung von Bildungs- und Nahrungsdotter.

2. Es behält diese im vorhergehenden Abschnitt geschilderte Beschaffenheit im Wasser bei, wenn jede Imprägnation des Wassers durch Sperma vermieden

* C. VAN BAMBEKE, Recherches sur l'embryologie des poissons osseux, in: *Mémoires cour. et mém. étrangers de Belgique*, T. XL, 1876.

† KUPFFER, l. c., p. 180.

wird. Der Aufenthalt im Wasser allein ändert also nichts an den Verhältnissen des Dotters und dem Verhalten zum Dotter, es dringt kein Wasser durch die Eihaut, dieselbe entfernt sich gar nicht vom Dotter. Unter beiden Verhältnissen, sowohl im süssen, als im schwach gesalzenen Wasser, konnten reife Eier 24 Stunden lang liegen, ohne irgend wahrnehmbare Veränderungen zur erfahren.

3. War dagegen das Salzwasser, in das die Eier gelangten, vorher besamt, oder wird demselben, nachdem die Eier bereits eine Zeit lang im Wasser sich befunden hatten, nachträglich Sperma hinzugesetzt, so sieht man nach etwa 15 Minuten bereits die Eihaut sich vom Dotter entfernen und zwischen beiden Theilen einen hellen Zwischenraum auftreten, Wasser dringt durch die Eihaut in das Innere, die Dotterkugel erfährt eine Verkleinerung (contrahirt sich?) und es beginnt nun am Dotter eine complicirte Reihe von Veränderungen abzulaufen, als deren Endresultat eine Sonderung von Bildungsdotter (Protoplasma) und Nahrungsdotter, und schliesslich eine Concentration der ersten Substanz an dem einen Pole zum Keimhügel erscheint.

4. Nahm er bei der künstlichen Befruchtung, unter sonst gleichen Umständen, anstatt des Salswassers (von 0,3 pCt.—0,4 pCt.,) das süsse Wasser des Haffes, so tratt keine Veränderung an den Eiern auf, sie verhielten sich so, als befänden sie sich in unbesamtem Wasser."

Demnach ergiebt sich also nach Kupffer „dass an dem Ei des Strömlings sich der Keim unter dem combinirten Einfluss von Salzwasser und Sperma bildet". Dieser Schluss von Kupffer beruht indessen, wie wir gesehen haben auf einem Fehler in der Wahrnehmung. Auch beim Hering ist wie bei jedem anderen Knochenfisch der Keim schon vor der Befruchtung vorhanden, wie wir schon früher gesehen haben. Kupffer theilt weiter noch eine Reihe von Untersuchungen mit, die er an unbefruchteten Eiern angestellt hat und die von grossem Interesse sind.

Eine Reihe von Experimenten wurde in der Weise angestellt, dass die reifen Eier allein für sich in Wasser von 0,3—0,5 pCt. Salzgehalt gebracht wurden. Diese Eier, die ebenso rasch und ebenso fest anklebten, wie die befruchteten, zeigten in keinem Falle das an den befruchteten auftretende Phaenomen. Die Zahl dieser Beobachtungen beträgt 6. Es wurde je einmal constatirt, dass nach 20, 30, 45 Minuten, so wie nach zwei Stunden, und zwei Mal, dass nach 24 Stunden keine Veränderung eingetreten war. In einer dritten Reihe von Versuchen wurde festgestellt, dass wenn zu Eiern, die kürzere oder längere Zeit im Wasser liegend, keinerlei Veränderungen erfahren hatten, nachträglich Sperma hinzugefügt wurde, binnen Kurzem, d. h. in höchstens 20 Minuten an

sämmtlichen Eiern der so behandelten Portion, die Ablösung der Eihaut von der Dotterkugel sich einleitete und weiter fortschritt. Die Versuche wurden 4 Mal angestellt. Das erste Mal in der Weise, dass ein Theil der Eier, die 20 Minuten sich im Wasser befunden hatten, in ein anderes Gefäss versetzt wurden und dort der Einwirkung des Sperma unterlagen. Nach 13 Minuten begann die Bildung des Eiraumes, nach 20 Minuten war dieser Raum an sämmtlichen Eiern deutlich vorhanden und die Sonderung von Bildungs- und Nahrungsdotter leitete sich ein. Der Rest der Eier, der in dem ursprünglichen Gefässe im unbesamten Wasser geblieben war, zeigte sich um dieselbe Zeit, also nach 40 Minuten unverändert. Bei dem zweiten und dritten Experiment wurde in derselben Weise vorgegangen, aber anstatt nach 20 Minuten, erst nach einer resp. 2 Stunden, ein Theil der betreffenden Portion von Eiern mit Sperma behandelt, der Rest in dem ursprünglichen Wasser gelassen. Das Resultat stimmte durchaus mit dem des ersten Versuchs überein. Zuletzt wurde dann noch in einem vierten Experimente constatirt, dass Eier, die 24 Stunden lang im Wasser unverändert geblieben waren, durch den Zusatz von frischem Sperma in der erwähnten Weise beeinflusst wurden.

Ich selbst habe, wie hervorgehoben, keine Experimente über das Verhalten der Eier des Herings in unbesamtem Wasser angestellt. Die Versuchen von Kupffer schienen mir so schlagend, dass eine Wiederholung derselben mir ganz überflüssig erschien. Damals waren mir die Verhältnisse, welche die Eier von *Scorpaena* u. A. zeigen, wenn sie in unbesamtem Wasser liegen, unbekannt. Jetzt muss ich das Versäumnis um so mehr bedauern, als Kupffer selbst die Resultate von Boeck * mittheilt, welche nicht mit den seinigen im Einklang stehen. Diese Angaben Boeck's lauten nach Kupffer folgenderweise „wenn das Ei eine ganz kurze Zeit im Wasser gelegen und sich an die umgebenden Gegenstände befestigt hat, fängt es an, Wasser einzusaugen, die Eihaut hebt sich von dem Dotter und ein breiter Raum, mit einer klaren Flüssigkeit gefüllt, trennt den kugelrunden Dotter von der dünnen, stark gespannten Eihaut, warauf der radiäre Bau der letzteren verschwindet. Ob das Ei befruchtet ist, oder nicht, so hebt ein kleiner Theil des Dotters sich etwas, nimmt eine schwach gelbliche Farbe an und furcht sich bald. So kommt es, dass der kleine Bildungsdotter sich von dem grossen Nahrungsdotter trennt, wie ein linsenförmiger Körper, welcher in einer tellerförmigen Vertiefung desselben gelagert ist."

* Boeck, l. c.

Kupffer bespricht dann die in Rede stehenden Mittheilungen von Boeck und hebt wohl mit Recht hervor, dass sie sich wohl nur auf die Erscheinungen beziehen sollen, die der Furchung vorausgehen, also auf das Eindringen des Wassers und die Erhebung und Sonderung des Keimes; sonst hätte Boeck, also fährt Kupffer weiter fort, wenn eine Furchung am unbefruchteten Ei eingetreten wäre, einer derartigen Erscheinung doch eine grössere Beobachtung geschenkt. Aus den negativen Resultaten, welche Kupffer erhalten hat, wenn er die Eier des Herings in unbesamtes Wasser brachte, hebt er die Möglichkeit hervor, dass die Versuche von A. Boeck nicht ganz reine gewesen seien. Wenn man aber bedenkt, dass bei Julis, Scorpaena und Crenilabrus einige Eier einer und derselben Portion nach 24 Stunden noch keine Veränderungen zeigten, bei anderen dagegen schon nach 4 Stunden der Keim an dem einen Pol sich ebenso stark concentrirt hatte, als ob das Ei befruchet gewesen wäre, und noch andere Eier derselben Portion nach künstlicher Befruchtung sich normal entwickelten, dann glaube ich dass auch die Möglichkeit besteht, die negativen Erscheinungen davon herschreiben zu können, dass nur Eier, welche einen bestimmten Grad von Reife erreicht haben, in unbesamtem Wasser einen Eiraum, mit einer gleichzeitigen Concentration des Keimes am Keimpol entstehen lassen. Mit anderen Worten: es ist durchaus nicht unmöglich, dass auch die Angaben von Boeck wahr sind. Aehnliches gilt auch von den Mittheilungen von Ransom, der bei Gasterosteus fand, dass die Eier, in unbesamtem Wasser liegend, keinen Eiraum bilden, und dass bei solchen auch keine Concentration des Keimes stattfindet, wohl dagegen wenn das Ei befruchtet ist.

Kupffer * beschreibt dann genau die Erscheinungen, welche beim befruchteten Heringsei auftreten. Keine Erscheinung deutet nach ihm darauf hin, dass das Eindringen von Wasser durch die Eihaut nur an einer beschränkten Stelle, etwa durch die Mikropyle erfolgte, wie Ransom † es bei Gasterosteus beobachtet haben will, sondern die Bildung des Raumes erfolgt ringsum gleichzeitig. Ich muss Kupffer hierin ganz beistimmen, denn bei Crenilabrus haben wir z. B. gesehen, dass ein nicht unbedeutender Eiraum gebildet wird, trotzdem die Mikropyle durch das austretende Richtungsbläschen verstopft wird.

Die Eihaut scheint also allseitig durchgängig zu sein. Durch diesen Vor-

---

* Kupffer, l. c., p. 185.

† Ransom, l. c., p. 456.

gang erfährt die Eihaut nach Kupffer eine Spannung, wird prall und ebenmässiger kuglig und das Ei nimmt an Volumen zu. Diese Vergrösserung steht nach ihm nicht im Verhältniss zur Weite des zwischen Eihaut und Dotterkugel neu entstandenen Raumes, sondern ist geringer als der Dimension des letzteren entspräche. Mithin verkleinert sich gleichzeitig die Dotterkugel, was sich auch aus directen Messungen ergiebt. Auch Kupffer hebt hervor, dass ein der Quantität nach nicht bestimmbarer Theil des Dotters bei diesem Vorgang in Lösung übergeht, denn die Flüssigkeit des Wasserraumes ist nicht reines Wasser sondern zeigt nach Zusatz von Salpetersäure ein feinkörniges Gerinsel.

Nachdem die Bildung des Eiraumes begonnen, zwischen Eihaut und Dotteroberfläche ein Spatium entstanden ist, das die Aenderungen an der Oberfläche schärfer zu verfolgen gestattet, gewahrt man, nach ihm, als Erstes ein Verschwinden der oben erwähnten stark lichtbrechenden Dotterkörner und er ist geneigt, diesen Schwund nicht anders als Lösung aufzufassen. Die nächste Erscheinung ist dann: „das Auftreten heller Vacuolen an der Oberfläche des Dotters, zwischen den Dotterkugeln. Sie sind als wasserklare Flecken deutlich zu erkennen, vermehren sich rasch, werden länglich, erstrecken sich in die Tiefe, fliessen netzförmig zusammen und durchsetzen als ein grobes Röhrenwerk den ganzen Dotter. Mit dem Auftreten der hellen Vacuolen beginnt zugleich die Scheidung der Substanz des Dotters in jene zwei Partien, von denen die eine, als Bildungsdotter anzusprechende, sich oberflächlich ablagert, die andere, der Nahrungsdotter, die bisherige Constitution des Gesammtdotters im Wesentlichen bewahrt."

Alle diese Erscheinungen beruhen aber nur auf der Concentration des Keimes nach dem Keimpol. Der Bildungsdotter erscheint nicht als etwas neues, das vorher weder in Vertheilung noch etwa in centraler Ansammlung zu bemerken war, er ist beim unbefruchteten Heringsei eben so gut wie bei allen anderen Knochenfischeiern vorhanden, wie jeder Querschnitt gut conservirter und gehärteter Eier lehrt. Auch glaube ich nicht, dass die „stark lichtbrechenden Dotterkörner sich lösen, sie scheinen nur verschwunden, indem sie nicht mehr durch feinkörniges Protoplasma von einander und von den mehr centralwärts gelegenen Dotterkugeln getrennt werden, sondern mit der Concentration des Protoplasma zum Keimpol einander unmittelbar anliegen und durch ihr stark lichtbrechendes Vermögen kaum mehr zu unterscheiden sind.

Wie Kupffer habe ich ebenfalls oft an dem, der Lagerung des spätern Keimes genau entgegengesetzten Pole, eine mächtigere Schicht gesehen, (Gegenhügel: Kupffer) die allmählich wieder sich abflachte und dieselben Verhältnisse darbietet wie sie Kupffer genau beschrieben hat. Die erste Spur des

Furchungsprocesses tritt nach KUPFFER nach $1^1/_2$ Stunden vom Momente der Vereinigung der Geschlechtsprodukte an gerechnet auf, dabei ist aber zu bemerken, dass die Temperatur des Raumes, in dem die Gefässe mit den Eiern sich befanden 25°—28° C. war.

Das Ei des Herings stellt nach KUPFFER kurz vor dem Beginn der Furchung einen annähernd kugligen Körper dar, der von einem Mantel von Protoplasma an der ganzen Oberfläche kontinuirlich überzogen wird und im Innern einen, das Protoplasma an Masse beträchtlich übertreffenden Nahrungsdotter umschliesst, der die ursprüngliche Beschaffenheit der Substanz des reifen Eileitereies konservirt hat.

Der Protoplasmamantel lässt zwei Abtheilungen unterscheiden, eine dünne, den grössern Theil der Oberfläche überziehende Lage, die Rindenschicht, und eine an einem Pole der Eikugel gelagerte mässige Ansammlung, den Keim (blastos), der als plan-konvexer Körper mit ziemlich ebener Fläche dem Nahrungsdotter aufliegt. Es ist nicht der entfernteste Anhaltspunkt dafür vorhanden, noch eine das Protoplasma äusserlich überziehende Membran anzunehmen. Weder in der Rindenschicht, noch im Keim zeigt sich eine Spur von Kernen, geschweige denn, dass Zellen in die Zusammensetzung der Rindenschicht eingingen. Hierin stimme ich mit KUPFFER ganz überein. KUPFFER würde nie in den Irrthum verfallen sein, dass beim Heringsei der Keim sich erst unter dem combinirten Einfluss von Salzwasser und Sperma bilden soll, wenn er das unbefruchtete geschlechtsreife Heringsei an Querschnitten studirt hätte.

Ueber die Imprägnation des Eies durch das Sperma liegen für die Knochenfische ausführliche Wahrnehmungen von RANSOM * und KUPFFER, † und für die Petromyzonten von CALBERLA, § und von KUPFFER und BENECKE ** vor.

Am genauesten sind auch hier wieder die Angaben des englischen Forschers. RANSOM gebührt nämlich das Verdienst, wohl zuerst nachgewiesen zu haben, dass die Mikropyle stets über dem Keim sich befinde, und er sagt, dass das Ende des Kanals in der Substanz des Keimes stecke. Wenn er auf den Objektträger Sperma zu den Eiern von G a s t e r o s t e u s gebracht hatte, drang nach 45 Sekunden das erste Spermatozoon in die Mikropyle, 15 Sekunden später be-

* RANSOM, l. c.

† KUPFFER, l. c.

§ CALBERLA, l. c.

** KUPFFER und BENECKE.

gann die Bildung de Eiraumes (Breathing chambre) und zwar von der Mikropyle aus, dabei zog sich der Dotter zusammen und die innere Mündung des Mikropylenkanales trat aus dem Keime heraus. Er nimmt an, dass sich die Substanz des Keimes bei der Berührung durch das Spermatozoon zurückziehe, wodurch die Oeffnung der Mikropyle frei werde und nun das Wasser eindringe. Andere Experimente sollen ausnahmlos ergeben haben, dass, wenn die Eier derart placirt waren, dass das Deckgläschen der Mikropyle aufliegend dieselbe schloss, nach Zufügung von Sperma keine Bildung der „Breathing chambre" erfolgte; wurde darauf durch Verschiebung des Deckgläschens der Zugang in den Mikropylenkanal wieder zugänglich, so soll gleich darauf der Keim sich zurückziehen und die Bildung eines „Eiraumes" anfangen. Niemals konnte RANSOM weder im Eiraum, noch innerhalb der Substanz des Keimes Spermatozoiden erblicken, obgleich er mehrmals auf das erste Spermatozoon noch einige andere bis in die Mikropyle verfolgen konnte.

Dagegen giebt KUPFFER * an, dass beim Heringsei die Mikropyle keine offene Pforte sein kann, indem das unbefruchtete Ei, wenigstens unter den Verhältnissen, bei denen er beobachtete, kein Wasser aufnimmt. Ob der Klebstoff die Oeffnung verschliesst, oder ein anderer Umstand dazu wirkt, konnte KUPFFER nicht entscheiden. Dass aber die Mikropyle auch beim Heringsei einen offenen Kanal bildet, davon hätte KUPFFER sich an Querschnitten, welche eben den in Rede stehenden Kanal der Länge nach durchschnitten haben, überzeugen können. Alles spricht dafür, sagt KUPFFER, dass Sperma und Wasser beim Hering durch die Eihaut selbst penetriren, wie das ja jetzt für das Säugethierei als erwiesen gelten darf. Wie das Säugethierei sich verhält, weiss ich nicht; beim Fischei ist es aber — abgesehen von allen theoretischen Gründen — kaum denkbar, dass die Spermatozoiden die dicke, beim Heringsei 0,325 Millim. messende Eihaut durchbohren, um so mehr als die Porenkanälchen zu klein sind, um die Spermatozoiden durchzulassen. Nach alledem was ich über diesen Punkt bei der Befruchtung mitgetheilt habe, kann ich auf eine weitere Besprechung verzichten.

Thatsache ist es nach KUPFFER, dass Zoospermien und zwar in grosser Zahl in das Innere des Heringseies eindringen. Er beobachtete in der Weise, dass er die Eier in eine Art Mulde brachte, die durch Aufkleben eines niedren Ringes auf den Objektträger hergestellt war. Unter diesen Umständen konnte er mit dem Immersionssystem 3 mm von H. Schröder in Hamburg, bis zum

* KUPFFER, l. c.

Centrum der Eier bequem den Raum beherrschen. Indessen giebt KUPFFER an, er habe das Perforiren der Eihaut durch die Zoospermien nicht mit befriedigender Sicherheit gesehen. Im Dotter bemerkte er bereits nach drei Minuten mehrere, sie waren nicht vollständig zu übersehen, aber mit Sicherheit an dem Hin-und Herschwingen des Kopfes bei langsamer Fortbewegung zwischen den Dotterkugeln zu erkennen. Wie weit sie in die Tiefe drangen, liess sich nicht entscheiden. Einmal zählte er 6 Minuten nach dem Hinzuthun des Sperma, nachdem bereits ein schmaler Eiraum entstanden war, 23 Zoospermien. An demselben Ei traf er 25 Minuten später, nach dem Erscheinen der Rindenlage des Protoplasmas, zahlreiche derselben theils vollständig, theils nur mit den Köpfen in der Substanz steckend. Durchsetzt von diesen Zoospermien concentrirte sich das Protoplasma zum Keim.

Gegen diese positiven Angaben von KUPFFER kann ich nur meine negativen stellen, denn ich habe nie, weder beim Hering, noch bei einem der anderen untersuchten Knochenfische, je in dem Eiraum Spermatozoen erblicken können, noch je das Eindringen derselben in den Dotter gesehen.

KUPFFER * theilt noch einen anderen Fall mit: Es waren in einem Eimer mit Wasser die Eier von einem Weibchen, auf welche das Sperma von einem Männchen abgedrückt wurde. 5 Minuten darauf war das Wasser von den festklebenden Eiern abgegossen und neues eingeschöpft worden. Die Befruchtung war auf See mit klarem Wasser ausgeführt, in Folge dessen war die Eihaut an den Eiern sehr rein. $5^1/_2$ Stunde später befanden sich sämmtliche Eier in vorgerückter Furchung mit 16 und mehr Furchungskugeln. Innerhalb des Wasserraumes waren Zoospermien vorhanden, theils in Bewegung, theils ruhend, die Köpfe waren mit dem erwähnten System bei einer Vergrösserung von $\frac{350}{1}$ durch die Eihaut hindurch gut zu erblicken, bei schiefer Beleuchtung auch einige Schwänze, die aber in der Flüssigkeit des Wasserraumes überhaupt schwer zu unterscheiden sind; einige hafteten der Oberfläche der Furchungskugeln so wohl wie der Rindenschicht an. An einem Ei, dessen Eiraum eine Tiefe von 0,15 mm. besass, begann KUPFFER eine Zählung und konnte ohne Verrückung des Focus allein in einer Horizontalebene, die etwa einem Meridian entsprach, rings um den Dotter herum 231 Zoospermien zählen, von denen reichlich der dritte Theil noch in Bewegung war. Dies genügt nach KUPFFER, um eine Vorstellung von der grossen, unbestimmbaren Menge zu geben. Wenn man nun bedenkt, dass das Lumen des Mikropylenkanales so eng ist, dass nur ein Spermatozoon auf ein Mal

* KUPFFER, l. c. p. 192.

hindurch kann, dass das Perforiren der Spermatozoa an anderen Stellen der Eihaut, — wie mir scheint — einfach unmöglich ist, und dass das spermahaltige Wasser schon nach 5 Minuten durch neues ersetzt wurde, dann ist es mir unbegreiflich, wie eine so grosse Zahl von Spermatozoiden in dem Eiraum sich befinden können. Wenn auch das Wasser nicht erneuert war, blieb es dennoch befremdend, denn bei Scorpaena, Julis, Crenilabrus und Heliasis konnte ich die Spermatozoiden kaum eine halbe Stunde in Seewasser lebendig erhalten. Indem nach den Erfahrungen an andern Fischeiern auch eine Concentration des Keimes statt findet, wenn das Sperma ausgeschlossen wird, bespricht Kupffer * dann die Frage, ob dieselbe nicht wesentlich gefordert und beschleunigt wird, wenn das Ei befruchtet ist und ist geneigt, auf Grund eines Experiments an Hechteiern, vorläufig diese Frage bejahend zu beantworten. Er entnahm einem Weibchen, durch leichtes Streichen über den prall gespannten Bauch, eine geringe Portion von Eiern, von denen die zuerst abgehenden, also präsumtiv reifsten, in ein Gefäss mit reinem Wasser aufgefangen wurden, die folgenden in besamtes Wasser kamen. Beide ungefähr gleich starke Portionen bildeten in gleicher Zeit den Eiraum, nach einer halben Stunde waren an den befruchteten die Keime entschieden grösser als an den unbefruchteten und behielten diesen Vorsprung bis zum Beginn der Furchung, die ungefähr nach $3^1/_2$ Stunden eintrat; die unbefruchteten Keime erreichten dieselben Dimensionen nach 5 Stunden. Hieraus ergiebt sich, wie ich dies ebenfalls gefunden habe, dass die Concentration des Keimes an befruchteten Eiern schneller vor sich geht als an unbefruchteten. Nach Kupffer erscheinen die ersten Zoospermien in dem Dotter (beim Heringsei) nach 3 Minuten, beginnt die Bildung des Eiraumes nach 15, treten die ersten Flecke hyaliner Substanz (Vacuolen) an der Oberfläche des Dotters nach 18, erscheint die Rindenlage nach 25, überwiegt definitiv das Protoplasma nach einer Eihälfte hin nach 45 Minuten und ist nach zwei Stunden die Concentration zum Keim vollendet und tritt die erste Furche auf.

Ueber die Vorgänge der Befruchtung des Petromyzonteneies verdanken wir Calberla die ersten genaueren Mittheilungen. Er fasst die Resultate seiner Untersuchungen folgenderweise zusammen. Für die Befruchtung wird nur ein

---

* Kupffer, l. c., p. 193.

einziges Spermatozoon gebraucht, dasselbe tritt in die äussere Mikropyle des unveränderten, reifen Eies ein, durchwandert dieselbe, berührt die zwischen den beiden Mikropylen reichlicher angehäufte dotterkörnchenfreie Protoplasmamasse und dringt endlich in jenes Protoplasma ein. Mit dem Eintreten des Samenkörperchens in die erwähnte Protoplasmaschicht beginnt sofort lateral der Mikropyle die Eihaut sich vom Dotter abzuheben. Bald wird die gesammte, zwischen den Mikropylen befindliche körnchenfreie Protoplasmaschicht von dem durch die Poren der Eihaut eindringenden Wasser zu einem Strang, dem Leitband des Samens, zusammengedrückt, durch welches der Spermakopf und vielleicht ein Theil des Mittelstückes in die innere Mikropyle und den Spermagang eintritt. Bald reisst das Leitband und bildet sein dem Dotter zugehöriges Ende sofort oder erst nachdem es sich für eine kurze Zeit in den Dotter zurückgezogen hat, den über die Dotterperipherie hervorragenden Dottertropfen. Derselbe wird nach kurzer Zeit, meist nachdem in seinem Innern Dotterkörnchen aufgetreten sind, in das Innere des Eies zurückgezogen und damit ist der Befruchtungsvorgang abgelaufen. Die Rindenschicht des Dotters wird durch das die Poren der Eihaut durchdringende Wasser in feine Fäden ausgezogen; diese Fäden reissen endlich und bleiben die Reste derselben als kleine Tröpfchen hellen Protoplasma's an der Innenfläche der Eihaut und an der jetzt eine zackige Oberfläche darbietenden Dotteroberfläche liegen. Sichtbar werden diese Protoplasmafäden dadurch, dass, wie schon oben erwähnt, das Protoplasma einen höheren Brechungsexponent hat als das Wasser. Während des Eintritts des Spermatozoon in den Dotter verliert der Eikern seine scharfen Umrisse, um solche erst nach vollendeter Befruchtung wieder zu erlangen. Er ist dann als Furchungskern im Sinne Hertwig's zu betrachten.

Was den Dottertropfen betrifft, so ist dieser nach Calberla nichts weiter als das centrale Ende des Leitbandes, bestehend aus körnchenfreiem Protoplasma, welches zwischen den Mikropylen vorhanden war und welches sich in den Spermagang selbst bis zum Eikern fortsetzt.

Die Mittheilungen von Calberla sind, wie bedeutend auch, indessen noch in mancher Beziehung lückenhaft. Nicht auf directe Beobachtung sich stützend, sondern nur aus theoretischen Gründen glaubt er, dass eine Conjugation eines Spermakerns und Eikerns stattfindet. Es kommt mir aber höchst unwahrscheinlich vor, dass bei den Petromyzonten ein Eikern im Sinne Hertwig's schon vor der Befruchtung vorhanden ist und eine so tiefe Stelle im Ei einnimmt ich glaube vielmehr, dass hier auch eine Spindel vorkommt, und dass der Dottertropfen Calberla's nichts anderes als das austretende Richtungsbläschen ist.

Calberla * theilt auch die Erscheinungen mit, welche eintreten, wenn das Ei in unbesamtem Wasser liegt. Die Resultate sind folgende: Wird ein dem Weibchen entnommenes reifes Ei in kaltes, fliessendes Wasser von + 8° bis + 10° C. gebracht, so hält es sich in demselben, vorausgesetzt, dass das Wasser die gleiche Temperatur behält, bis zu 10 bis 12 Stunden unverändert und ist es zu jener Zeit noch befruchtungsfähig. Nach der angegebenen Zeit (12 Stunden) gehen jedoch am Ei Veränderungen vor sich, die seine Entwickelungsfähigkeit sofort vernichten. Die Veränderungen sind folgende: Die Rindenschicht der Eihaut quillt in kurzer Zeit stark auf, man bemerkt, wie die körnchenfreie Substanz, die als Rindenschicht des Dotters zwischen diesem und der Eihaut sich befindet, dicker zu werden scheint, dabei fängt die Eihaut an sich vom Dotter abzuheben. Sobald dies an einer Stelle geschehen ist, geht dieser Vorgang an der gesammten Dotterperipherie gleichmässig aber äusserst langsam vor sich. Es kommt bei solchen Eiern nie zu Protoplasmafäden- und Leitbandbildung.

Auch jetzt erscheint, wie am befruchteten Ei, in der innern Mikropylengrube der Dottertropfen, welcher in seinem Bau nicht im geringsten von dem Dottertropfen des befruchteten Eies abweicht. Die weiteren Veränderungen, denen der Dottertropfen jenes unbefruchteten Eies unterliegt, sind jedoch solche, die nicht im entferntesten mit den Veränderungen des Dottertropfens des befruchteten Eies sich vergleichen lassen. Solche Eier sind nicht mehr befruchtungsfähig, sobald, sagt Calberla, als die Eihaut sich an einer, wenn auch nur minimalen Stelle vom Dotter entfernt hat. Dagegen liessen sich Eier, die im kalten Wasser (8—10° C.) bis zu 10 Stunden und länger aufbewahrt waren, und die sich bei der Besichtigung als unverändert erwiesen, mit günstigem Erfolg befruchten.

Schliesslich theilt Calberla noch mit, dass je länger das Ei aus dem Thier entfernt war, vorausgesetzt dass es sich unverändert erhalten hatte, der Befruchtungsvorgang um so schneller ablief. Auch hat er einige Male beobachtet, dass an ganz frischen, reifen Eiern die Befruchtung ein oder zweimal fehlschlug, dagegen sah er nie etwas derartiges bei Eiern, die 6—8 Stunden oder länger in kaltem Wasser sich unverändert gehalten hatten.

Die Resultate, zu welchen Kupffer und Benecke bei den Petromyzonten gelangt sind, weichen in mancher Beziehung von denen Calberla's ab. Nach ihnen kommen für die Befruchtung nur diejenigen Zoospermien in Betracht, die sich in den Bereich der hyalinen Kuppel begeben (Flocke nach A. Müller); dieselben stellen sich sofort radiär zum Uhrglase. Gleich darauf beginnt eine

---

* Calberla, l. c.

Zurückziehung des Dotters von der Eihaut, nicht am Pole des Eies, sondern zunächst in einer Ringzone entsprechend der Peripherie des Uhrglases. Während Calberla also angiebt, dass die Retraction des Dotters nur Folge der Berührung von Zoosperm und Eiinhalt ist, geben Kupffer und Benecke dagegen an, dass die Zurückziehung des Dotters nicht auf einer Contact-, sondern auf einer Fernwirkung der radiär geordneten Zoospermien beruht. Die Retraction des Dotters leitet sich ein, selbst wenn nur ein Zoosperm durch die hyaline Kuppel seinen Weg in radiärer Richtung verfolgt, die Lebhaftigkeit dieser Erscheinung erhöht sich aber mit der Zahl der Zoospermien. Bei der Retraction des Dotters zieht sich das hyaline Protoplasma, wie auch Calberla schildert, in helle Fäden aus, während in der Richtung der Eiaxe ein starker Strang sich zeigt, den sie den Axenstrang des Protoplasma nennen, derselbe ist mit dem Leitband des Sperma identisch. Das bevorzugte Zoosperm dringt keineswegs stets auf dem Scheitel des Uhrglases, also am Pol hindurch, sondern perforirt an den verschiedensten Punkten dieser Region die Eihaut. Hieraus ergiebt sich nach ihnen, dass der Axenstrang des Protoplasma nicht die Bedeutung eines Leitbandes des Sperma hat. In der Mehrzahl der Fälle sahen sie ausser diesem Zoosperm kein zweites, geschweige denn ihrer mehre mit dem gesammten Kopfe durch beide Schichten der Eihaut bis in den Eiraum dringen. In zwei Fällen indessen sahen sie mit Sicherheit noch ein zweites hindurchgelangen, und in einem Falle ausser dem bevorzugten, noch zwei andere im Eiraum; unter allen Umständen aber ist das Verhalten des einen Zoosperms, das sie das bevorzugte nennen, von dem aller übrigen ausgezeichnet. Das bevorzugte Zoosperm verfolgt in stetem ruhigem Gange seinen Weg durch die Eihaut in den Eiraum und weiter, denselben Radius innehaltend, in den Dotter seinen ganzen Schwanz nachziehend, der Kopf wird, je näher er dem Dotter kommt, um so mehr gedehnt. Die wenigen Spermatozoiden, die ausser dem bevorzugten in den Eiraum gelangen, dringen nicht in den Dotter hinein, sondern kommen in dem Eiraum zur Ruhe.

Was die Veränderungen am Dotter betrifft, so geben Kupffer und Benecke an, dass der Axenstrang des Protoplasma (das Leitband des Sperma von Calberla) sich nicht immer bildet. Untersucht man nach ihnen nach erfolgter Zurückziehung des Dotters, die Innenfläche des Uhrglases der Eihaut, so findet man ausnahmslos an derselben einen Körper, der von dem Dotter daselbst zurückgelassen wurde. Dieser Körper macht den Eindruck eines Kerns, der von einer geringen Portion grobkörniger Masse umgeben ist. Sie betrachten diesen Körper als einen „Richtungskörper", den das reife Ei vor dem Befruchtungsakte oder während desselben ausstösst, und der mit einem hohen Grade von Wahrscheinlichkeit von der Substanz des verschwindenden Keimbläschens hergeleitet werden kann. Dieser Körper

fällt der Lage nach nie mit der Mikropyle zusammen. Wird diese excentrisch angetroffen, so ist der Richtungskörper nach der entgegengesetzten Seite hin zu suchen.

Bevor noch die Zurückziehung des Dotters das Maximum erreicht hat, am Ende der zweiten oder am Anfange der dritten Minute, beginnt ein neuer Akt und zwar hebt sich aus dem Centrum der ebenen Endfläche des Dotters eine Masse klaren Protoplasma's aus dem dunklen Dotter hervor. Das Aufstreben des Zapfens dauert zwei bis drei Minuten, die Berührung desselben mit der Eihaut fällt also in die sechste Minute, immer von dem Momente der Vereinigung von Sperma und Eiern an gerechnet. Dann beginnt der Rückzug des Zapfens. Bevor der Zapfen auf seinem Rückzuge in dem Dotter verschwindet, sieht man während der lebhaften Bewegungen, die derselbe ausführt, innerhalb seiner vorher ganz klaren Masse einen kugligen granulirten Körper entstehen, der schliesslich, wenn der Zapfen wieder im Dotter versinkt, aus demselben ausgestossen wird. Der Rückzug des Zapfens dauert meist etwas länger als das Hervortreten desselben, 3--5 Minuten. Sie glauben, dass demselben bei der Befruchtung eine active ergänzende Rolle zukommt.

Es ergiebt sich also, dass die Resultate von Calberla einerseits, Kupffer und Benecke andererseits nicht unbedeutend von einander abweichen. Wichtig ist die Uebereinstimmung, dass bei der Befruchtung der Eier von *Petromyzon* nur einem Zoosperm eine ausgezeichnete Rolle zufällt, wenn auch Kupffer und Benecke behaupten, dass auch andere Zoospermien in anderer Weise an dem Befruchtungsakte betheiligt sein können, während nach Calberla nur ein Spermatozoon in das Ei eindringt.

Salensky's in russischer Sprache geschriebene Abhandlung über die Entwickelungsgeschichte des Sterlets (*Acipenser ruthenus*) ist mir nur so weit verständlich, als von derselben eine kurze Mittheilung in dem Zool. *Anzeiger* und ein Referat in dem *Jahresb.* erschienen ist. Aus ersterer Mittheilung geht hervor, dass beim Sterlet das Keimbläschen in der ersten Stunde nach dem Ablegen des Eies nicht mehr zu finden ist; anstatt desselben bemerkt man im Keime mehrere kleinere, aus durchsichtiger Substanz bestehende Inseln, welche in der Keimmasse zerstreut sind und ihrem Bau nach dem Keimbläschen vollkommen ähneln. Die Identität der Substanz mit der des Keimbläschens weist darauf hin, dass das Keimbläschen bei den Sterleteiern noch vor der Befruchtung in mehrere Theile zerfällt. Die Befruchtung markirt sich durch das Auftreten einer hellen, scheibenförmigen Masse am oberen Eitheile, welche dem Hertwig'schen schleierförmigen Körper (siehe gleich unten) der Amphibieneier

vollkommen entspricht, und aus einer durchsichtigen, fast homogenen Substanz besteht. Auf der Oberfläche des schleierförmigen Körpers kann man schon in Spirituspräparaten eine ungeheure Masse von Spermatozoen bemerken. Die Oberfläche des Keimes erscheint zur Zeit der Befruchtung stark pigmentirt. Am oberen Pol des Eies tritt diese Pigmentirung am stärksten hervor, dringt nach innen in den Keim hinein und bildet einen Streifen, der Pigmentstrasse bei den Amphibien ähnlich, die wahrscheinlich den Weg zeigt, auf welchem das Spermatozoon in das Ei eindringt.

Dann treten zwei Kerne auf, die sich nähern und zum Furchungskern zusammenschmelzen. Die Bildung des einen Kerns (Eikern: HERTWIG, weiblicher Pronucleus: SALENSKY) geschieht auf Kosten der oben erwähnten Inseln, der andere Kern (Spermakern HERTWIG, männlicher Pronucleus: SALENSKY) stellt einen wandungslosen, aus einer feinkörnigen durchsichtigen Substanz bestehenden Körper dar, der in dem jüngsten Entwickelungsstadium an unteren Ende der Pigmentstrasse liegt. Auch hier entsteht also der erste Furchungskern aus der Conjugation zweier Kerne.

Ungefähr ähnlich lauten die Angaben bei den Amphibien, wie aus den Untersuchungen von O. HERTWIG * und VAN BAMBEKE † hervorgeht. Alle befruchteten Eier zeigen hier am schwarzen Pole in übereinstimmender Weise eine Veränderung, die schon bei schwacher Vergrösserung sichtbar ist. Dieselbe besteht hierin, dass die Mitte des schwarzen Feldes heller erscheint, als ob es mit einem dünnen Schleier unpigmentirter Substanz überzogen wäre (Fovea germinativa: MAX SCHULTZE; fossete germinative: VAN BAMBEKE). Sowohl HERTWIG als VAN BAMBEKE betrachten diese helle, gelblich erscheinende Substanz als die Reste des Keimbläschens, die nach ihrer Afluösung und Vertheilung im Dotter durch Contraction des Protoplasma ausgepresst worden sind. Eine Stunde nach der Befruchtung tritt in der Mitte des schwarzen Poles ein früher nicht vorhandener, kleiner, pigmentirter Fortsatz: Pigmentstrasse HERTWIG; figure claviforme: VAN BAMBEKE, auf. Der Fortsatz ist an seinem centralen Ende kolbig verdickt und umschliesst hier einen hellen Fleck; während der Pigmentfortsatz sich mehr und mehr verlängert, vergrössert sich der in seinem kolbigen Ende gelegene Kern in ganz auffallender Weise. In diesem Entwickelungsstadium kommt ein zweiter Kern vor, welcher stets einer anderen Hälfte der Dotter-

* O. HERTWIG, Beiträge zur Kenntniss der Bildung, Befruchtung und Theilung des thierischen Eies, in: *Morphol. Jahrb.*, Bd. III, p. 1, 1877.

† C. VAN BAMBEKE, Recherches sur l'embryologie des Batraciens, in: *Bull. de l'Acad. royale de Belgique*, 2. Serie, T. LXI, 1876.

kugel als die Pigmentstrasse angehört und von der Spitze der letzteren durch einen schmalen Zwischenraum getrennt wird. Etwa $1^1/_2$ Stunde nach der Befruchtung sind zwei nahezu gleich grosse Kerne in der Dotterkugel vorhanden. Sie liegen nahe beisammen und lassen sich leicht von einander unterscheiden. Die beiden Kerne rücken dichter an einander, bis ein jeder schliesslich die beträchtliche Grösse von 0,035 Millim. erreicht. Sie legen sich jetzt dicht an einander, platten sich gegenseitig ab, verschmelzen dann und bilden endlich den Kern der ersten Furchungskugel. Nach $2^1/_2$ Stunden scheint die Vereinigung der beiden Kerne vollzogen.

Van Bambeke und Hertwig lassen beide den am Ende der Pigmentstrasse beobachteten Kern von dem Eindringen eines Spermatozoon herrühren (Spermakern: Hertwig), das als Spur seines Weges die Pigmentstrasse zurücklässt. Während aber van Bambeke angiebt, dass der Spermakern später verschwindet und sich mit dem umgebenden Protoplasma vermischt, sah Hertwig den Spermakern stätig wachsen. Der zweite Kern ist den früheren Beobachtern entgangen und zuerst von Hertwig gesehen und beschrieben und von demselben als „Eikern" bezeichnet. Ob dieser Kern im Froschei nicht schon früher vorhanden gewesen, oder ob er erst $1^1/_2$ Stunde nach der Befruchtung, wo Hertwig ihn zuerst wahrnahm, entsteht, bleibt unentschieden. Hertwig ist nicht ungeneigt anzunehmen, dass der zweite Kern vielleicht schon gleich nach der Auflösung des Keimbläschens im Ei vorhanden ist. Aus dem Vorkommen von nur einer Pigmentstrasse an befruchteten Batrachiereiern glauben van Bambeke und Hertwig schliessen zu dürfen, dass nur ein Spermatozoon in den Dotter hineingelangt. Bei den Urodelen dagegen beobachtete van Bambeke mehrere Pigmentstreifen, welche er auf ein Eindringen von einer grossen Anzahl von Spermatozoiden zurückführt.

Vom Säugethierei (Kaninchen) schrieb van Beneden * schon vor 6 Jahren: „Il resulte de ce que précède que le premier noyau de l'embryon se développe aux dépens de deux pronuclei, l'un périphérique qui dérive de la couche superficielle de l'oeuf, l'autre formé au milieu de la masse centrale du vitellus. Comme j'ai etabli que les spermatozoides s'accolent à la surface du vitellus pour se confondre avec la couche superficielle du globe, il me paraît probable que le pronucleus superficiel se forme au moins partiellement aux dépens de la substance

* E. van Beneden, La maturation de l'oeuf, la fécondation etc. Comm. prélim. in: *Bull. de l'Academie royale de Belgique*, 2 Série, T. XL, N. 12, 1875.

spermatique. Si, comme je pense, le pronucleus central se constitue exclusivement d'éléments fournis par l'oeuf, le premier noyau de l'embryon serait le résultat de l'union d'éléments mâles et femelles. J'énonce cette dernière idée comme une simple hypothèse, comme une interprétation que l'on peut ou non accepter."

VAN BENEDEN glaubt nämlich, dass die Spermatozoen nicht in die Eier eindringen, sondern dass wie er sagt: „la fécondation consiste essentiellement dans la fusion de la substance spermatique, avec la couche superficielle du globe vitellin". Die Richtungskörperchen werden nach VAN BENEDEN unabhängig von der Befruchtung ausgestossen und ebenfalls sind nach ihm „le retrait du vitellus et la cessation de toute séparation en substance corticale et médullaire, des phénomènes indépendants de la fécondation".

Von dem befruchteten Ei der Fledermaus geben VAN BENEDEN und JULIN * an „dans le vitellus de la plupart des oeufs, nous avons observé deux éléments nucléaires, tantôt séparés, tantôt accolés l'un à l'autre; le plus souvent ils sont pourvus chacun d'un gros nucléole; ils sont claires, ordinairement arrondis et à contours très net, quand on les observe sur le vivant; ils prennent dans le carmin de Beale, appliqué après l'action de l'acide osmique, une teinte rose uniforme et leurs contours deviennent alors beaucoup plus indécis. Quoique ces éléments diffèrent assez notablement des pronuclei de l'oeuf fecondé du Lapin, nous croyons ne pas nous tromper en les considérant, l'un comme pronucléus mâle, l'autre comme pronucléus femelle.

Ueber die im befruchteten Eie stattfindende Conjugation zweier Kerne, von denen der eine den Spermakern, der andere den Eikern repraesentirt, liegen bekanntlich bei den niedren Thieren schon mehrere Angaben vor.

So beschreibt z. B. O. HERTWIG dieselbe bei Sagitta † und Nephelis § unter den Würmern, und ebenso WHITMAN ** bei Clepsine. Bei den Mollusken wird sie erwähnt von FOL †† bei Cleodora lanceolata und Cym-

---

* E. VAN BENEDEN et C. JULIN, Observations sur la maturation, la fécondation et les segmentation de l'oeuf chez les Cheiroptères, in: *Archives de Biologie*, T. I, fasc III, p. 551, 1880.

† O. HERTWIG, Die Chaetognathen. Eine Monographie. Jenaische Zeitschrift für Naturw., Bd. XIV, 1880.

§ O. HERTWIG, Beiträge zur Kenntniss der Bildung, Befruchtung und Theilung des thierischen Eies, in: *Morphol. Jahrb.*, Bd. III, p. 1, 1877.

** WHITMAN, The Embryologie of Clepsine. *Quarterly Journ. micros. of Sc.* 1878, p. 215.

†† H. FOL, Etude sur le développement des Mollusques. 1 Mémoire; sur le développement des Ptéropodes, in: *Archives de Zool. expérim. et générale*, T. IV, p. 1, 1875.

*

bulia Peronii, so wie bei Pterotrachea mutica und Frider,* und von O. Hertwig bei Tellina † unter den Lamellibranchiaten. Unter den Echinodermen wird sie erwähnt von Selenka § bei Toxopneustes variegatus, von Hertwig ** und Fol †† bei Toxopneustes lividus und von Fol §§ bei Asterias glacialis.

Bekanntlich sind es die Echinodermen gewesen, bei welchen man zuerst im Stande war, mit grösserer Bestimmtheit nachzuweisen, dass nur Ein Spermatozoon in den Dotter eindringt, und dort die Bildung des Spermakerns bedingt.

Aus der oben mitgetheilten Literaturangabe geht also hervor, dass bei Echinodermen, Würmern, Mollusken, Knochenfischen, Ganoiden, Amphibien und Säugethieren der erste Furchungskern (Keimkern: Strassburger) aus der Copulation zweier Kerne: Eikern (pronucléus centrale s. femelle) und Spermakern (pronucléus périphérique s. mâle) entsteht, und wir dürfen wohl annehmen, dass ähnliches bei allen Metazoa der Fall sein wird. Bekanntlich sind es die prachtvollen Untersuchungen von van Beneden, Bütschli, Fol und Hertwig gewesen, denen wir die ersten genaueren Angaben über die ersten Vorgänge bei der Befruchtung verdanken.

Zwar hat Schneider *** die von den eben genannten Autoren gegründete Lehre der Befruchtung zu entkräften gesucht, indem nach ihm die eingedrungenen Spermatozoen untergehen und zwar entweder unmittelbar in kleine Stücke zerfallen, oder sich zu kugelförmigen Zellen mit Kern zusammenziehen, welche unter allmählicher Verkleinerung schwinden und ferner zu beweisen gesucht, dass die Zahl der eindringenden Spermatozoen bei Aulostomum bis zu hundert,

---

* Fol, Recherches sur la fécondation et le commencement de l'hénogénie chez divers animaux 1879 (Tiré des *Mémoires de la Société de physique et d'histoire naturelle de Genève*, T. XXVI).

† O. Hertwig, Weitere Beiträge zur Kenntniss der Bildung, Befruchtung und Theilung des thierischen Eies, in: *Morphol. Jahrb.*, p. 271, T. III, 1877.

§ E. Selenka, Befruchtung des Eies von Toxopneustes variegatus. Ein Beitrag zur Lehre von der Befruchtung und Eifurchung 1878.

** O. Hertwig, Beiträge zur Kenntniss der Bildung, Befruchtung und Theilung des thierischen Eies, in: *Morphol. Jahrb.*, B. I, p. 347, 1876.

†† H. Fol, Siehe oben.

§§ Fol, Sur le commencement de l'hénogénie, ches divers animaux, in: *Archives de Zool. expérimentale et générale*, T. XVI, p. 145, 1877.

*** A. Schneider, Ueber Befruchtung der thierischen Eier. *Zool. Anzeiger* III. Jahrg. N. 63. p. 426.

bei Nephelis tausend, bei Mesostomum etwa zehn beträgt, doch muss ich diesen jedenfalls nur vorläufigen Mittheilungen gegenüber das von mir an Knochenfischeiern Beobachtete stellen, das in jeder Beziehung im Stande ist, die neue Lehre zu stützen.

Ueber den Ursprung des ersten Kerns in dem noch ungefurchten Keim der Knochenfische besitzen wir noch sehr wenige Angaben. OELLACHER * sagt „ich vermochte, trotz der mühsamsten Nachforschungen nur einmal den Kern im noch ungefurchten Keime aufzufinden. Derselbe war rund, scharf contourirt und maass 0,080 Millim. in Durchmesser. In seinem Innern konnte ich noch ein ebenfalls rundliches Körperchen von 0,040 Millim. Durchmesser deutlich beobachten; derselbe lag etwas excentrisch im Keime und näher der Oberfläche desselben als der Basis."

Und vom Hechtei giebt KUPFFER † an „Hier kann man nun 15—20 Minuten nach der Befruchtung den ersten Kern des Keimes mit voller Deutlichkeit erblicken, wenn man das Ei mit der Mikropyle nach unten richtet und von dem Gegenpol aus beobachtet, den Tubus so weit senkend, bis die an Fetttröpfchen reiche Basalschicht des Keimes, der disque huileux von LEREBOULLET, vorliegt. Zwischen diesen Fetttropfen, also ganz an der Basis des Keimes, erscheint der Kern als ein glashelles, homogenes Kügelchen, das anwachsend allmählich eine scharfe Umgrenzung erhält, die durchaus den Eindruck einer Kernmembran macht. Einen Kernkörper, überhaupt eine Differenzirung innerhalb des wachsenden Kernes, sehe ich durchaus nicht. Auffallend ist die tiefe Lage des Kernes innerhalb einer Schicht, die sich an der Furchung nicht betheiligt, und bliebe derselbe da, so wäre es nicht zulässig, die Kerne der beiden ersten Furchungssegmente von diesem abzuleiten. In der That aber rückt der Kern mit der Vergrösserung des Keimes aus der fettreichen Schicht hinaus und weiter in den Keim hinein. Aber die Dickenzunahme der fein granulirten und somit undurchscheinenden Keimsubstanz und die Ortsveränderung des Kernes setzen dieser Beobachtung ihre Grenzen. Damit ist die hervorgehobene Lücke in der Beobachtungsreihe zu einem Theil ausgefüllt und es liegt kein Bedenken vor, dies Resultat auf das Heringsei zu übertragen."

---

* J. OELLACHER, Beiträge zur Entwickelungsgeschichte der Knochenfische, in: *Zeitschrift f. wiss. Zool.* B. XXII, p. 373. 1872.

† KUPFFER, l. c., p. 206.

Rückblick und Zusammenfassung.

Ueberblicken wir noch einmal die gewonnenen Resultate, dann ergiebt sich folgendes. Bei den Knochenfischen bildet sich der erste Furchungskern aus der Conjugation zweier Kerne. Der eine dieser beiden Kerne ist der Eikern (Pronucleus femelle), der andere der Spermakern (Pronucleus mâle). Am schönsten ist die Conjugation dieser beiden Kerne zu sehen an den prachtvollen, vollständig pelluciden Eiern von Scorpaena und Julis, ebenso an den schon weniger durchsichtigen Eiern von Crenilabrus, bei den anderen untersuchten Knochenfischen (Heliasis, Gobius, Hering) sind die Eier nicht klar genug, um hier über diese höchst wichtige Frage einige Auskunft geben zu können.

Sobald das Ei befruchtet, und ein Spermatozoon so tief in den Mikropylenkanal vorgedrungen ist, dass es den Keim, vielleicht selbst die Spindel berührt, fangen zugleich die ersten Erscheinungen an der Spindel und am Keime sich abzuspielen an. Um den unteren Pol der Spindel bildet sich ein kleiner, heller Protoplasmahof, ob Aehnliches auch am oberen Pol stattfindet, lässt sich schwierig sagen, denn derselbe liegt der inneren Mündung des Mikropylenkanals so eng an, dass es nicht möglich ist, mit Bestimmtheit zu sagen, was an diesem Pole vor sich geht.

Die Protoplasmakörnchen, welche in dem unbefruchteten Ei regellos verbreitet liegen, gruppiren sich allmählich mehr und mehr um die beiden Pole der Spindel in deutlichen Radien, besonders um den kleinen, hellen Protoplasmahof des unteren Poles, kurz es kommt zu der Bildung der allgemein bekannten karyolitischen Figuren, zu der Bildung des „Amphiaster de rébut" von Fol. Kaum sind die Sonnen deutlich geworden, oder zu gleicher Zeit, bemerkt man, dass der Keim sich schon zu dem Mikropylenpol zu contrahiren anfängt. Jetzt treten auch die ersten Veränderungen an der Spindel selbst ein, sie wird nämlich erst etwas kürzer und dicker, Aehnliches gilt auch von der Kernplatte, dann nimmt sie wieder ihre frühere Gestalt an, um gleich darauf sich zu verlängern, allmählich dünner und dünner zu werden, und schliesslich vollständig zu verschwinden. Sobald die Spindel sich zu verlängern anfängt, tritt gleichzeitig die Theilung der Kernplatte ein. Der aus der centralen Spindelhälfte sich bildende Kern ist der Eikern, der aus der peripherischen Spindelhälfte sich bildende Kern ist das Richtungskörperchen, welches bei Scorpaena, Julis und Crenilabrus durch den Mikropylenkanal das Ei verlässt. Indem die Theilung der Spindel sich sogleich einleitet, wenn das Spermatozoon so tief in den Mikropylenkanal eingedrungen ist, dass es den Keim berührt, das Lumen des Mikropylenkanals so eng ist, dass niemals mehr als ein einziges Spermatozoon zu gleicher Zeit den in Rede stehenden Kanal passiren kann, versagt also das sich abschnürende und aus dem Mikropylenkanal heraustretende Richtungskörperchen bei Scorpaena, Julis und Crenilabrus den anderen

Spermatozoiden den Zugang. Bei den eben genannten drei Gattungen von Knochenfischen *kann also nicht mehr als Ein Spermatozoon in das Ei eindringen.*

Unmittelbar unterhalb der inneren Mündung des Mikropylenkanals, also unmittelbar an der Stelle, wo das Spermatozoon in den Keim gedrungen ist, entsteht, bevor die Spindel vollständig verschwunden und der Eikern, wenn auch noch äusserst klein, doch schon zu sehen ist, eine neue Sonne und alsbald in dem hellen Hofe dieser Sonne ein zweites kleines Kernchen, der Spermakern. Um beide Kern stehen die Protoplasmakörnchen in scharf ausgeprägten Radien. Beide Kerne werden nun allmählich grösser und grösser, wandern auf einander zu, um schliesslich mit einander zum ersten Furchungskern zu verschmelzen. Noch während der Conjugation bildet sich aus den mit einander verschmelzenden Kernen eine neue Spindel, deren longitudinale Axe in der Eiaxe liegt. Noch bevor die Conjugation eintritt, hat der Keim sich vollständig am Mikropylepol contrahirt. Nur die durchaus klaren und durchscheinenden Eier von Scorpaena und Julis sind im Stande über alle die in Rede stehenden Verhältnisse Auskunft geben zu können. Bei den Eiern von Scorpaena bildet sich nur ein sehr kleiner Eiraum, der eigentlich erst dann deutlich wahrzunehmen ist, wenn das Ei sich zur Furchung vorbereitet. Aehnliches gilt auch von den Eiern von Julis. Bei Crenilabrus dagegen ist der Eiraum schon grösser, indem er sich aber erst sehr spät, in der Umgebung der inneren Mikropylenöffnung bildet, bleibt der Keim in inniger Berührung mit der inneren Oeffnung dieses Kanals und dadurch kann also bei diesen drei Knochenfischgattungen das Richtungskörperchen nur durch den Mikropylenkanal nach aussen treten, indem zwischen Keim und Zona radiata kein Raum besteht. Dagegen bildet sich bei anderen Knochenfischen kurz nachdem das Spermatozoon so tief in den Mikropylenkanal eingedrungen ist, dass es den Keim berührt, schon sehr bald ein grosser Eiraum aus, so z. B. bei Heliasis. Demzufolge kann hier das sich abschnürende Richtungsbläschen auch nicht durch den Mikropylenkanal nach aussen treten, sondern bleibt innerhalb des Eiraumes. Indem bei Scorpaena, Julis und Crenilabrus nur ein einziges Spermatozoon in das Ei eindringen kann, ist es höchstwahrscheinlich, dass Aehnliches auch für alle Knochenfische gilt, obgleich es für den Augenblick nicht möglich ist, mit Bestimmtheit zu sagen, welche Momente den Eintritt anderer Spermatozoiden — auch in den Fällen, in welchen sich zwischen Keim und innerer Mikropylenöffnung ein grosser Eiraum bildet — verhindern vielleicht sind sie in der Spannung der Zona radiata zu suchen, durch welche die innere auf die papillenförmige Hervorragung der Zona ausmündende Oeffnung des Mikropylenkanals mehr oder weniger verschlossen wird. Im Eiraume selbst habe ich niemals Spermatozoiden erblickt. Nur durch den Mikropylenkanal können die Spermatozoiden

in das Ei eindringen. Die Erscheinungen, welche auftreten, wenn man geschlechtsreife Knochenfischeier in unbesamtem Wasser aufbewahrt, sind sehr verschieden. Von einer und derselben Portion Eier, von welcher ein Theil befruchtet wurde und die Eier sich regelmässig entwickelten, zeigte ein anderer Theil auch nach 24 stündigem Liegen in unbesamtem Wasser noch nicht die geringsten Veränderungen, bei wieder anderen derselben Portion war nach vier Stunden die Spindel verschwunden, das Richtungskörperchen ausgetreten, und hatte sich der Keim ebenso stark contrahirt, als ob das Ei befruchtet gewesen wäre, nur dass die Concentration des Keimes hier viel langsamer vor sich geht als beim befruchteten Ei. Bei noch anderen Eiern derselben Portion war nach 4—6 Stunden die Spindel noch vorhanden, dagegen hatte der Keim sich schon zu einer bedeutenden Höhe contrahirt. Ob in den beiden letzten Fällen die Eier noch befruchtungsfähig sind, weiss ich nicht, denn zu diesen Versuchen fehlte mir die Gelegenheit. In den Fällen, in welchen schon nach vier Stunden der Keim sich contrahirt hatte und das Richtungskörperchen ausgestossen war, habe ich im Keim niemals mit Bestimmtheit einen Kern (Eikern) gesehen. Die Concentration des Keimes, das Ausstossen des Richtungskörperchens und das Verschwinden der Spindel sind Erscheinungen, welche unabhängig von einander und von der Befruchtung eintreten können. Welchen Ursachen es zuzuschreiben ist, dass bei einem Theil derselben Portion Eier, wenn sie in unbesamtem Wasser liegen, durchaus keine Veränderungen eintreten, bei anderen dagegen diejenigen sich zeigen, von welchen oben die Rede war, ist nicht leicht zu sagen, vielleicht dass für die Eier der höchste Reifezustand nothwendig ist, um auch in unbesamtem Wasser die oben erwähnten Erscheinungen eintreten zu lassen, und dass, wenn dieser Zustand noch nicht erreicht ist, das Ei in unbesamtem Wasser unverändert bleibt, obgleich es doch schon befruchtungsfähig ist.

V. Die Furchung, Archiblast und Parablast.

Ich werde zuerst wieder die Furchung bei dem Ei von Scorpaena beschreiben. Wir haben dasselbe in einem Stadium verlassen, in welchem die beiden Kerne, eben nachdem sie mit einander verschmolzen sind, an frischen Objecten sich nicht mehr nachweisen lassen. Nach Zusatz von Essigsäure ergiebt sich aber, dass sie unmittelbar nach, vielleicht selbst noch während der Verschmelzung, sich schon wieder in eine neue Spindel umgebildet haben. Ebenfalls haben wir bereits gesehen, dass dabei die Protoplasmakörnchen auf anderer

Weise sich gruppiren, indem sie jetzt in Radien um die beiden Pole stehen. Die Spindel zeigt wieder die bekannten feinen Kernfasern und die verdickte Mittelzone (vergl. Taf. II, Fig. 15). Sie liegt in der Keim-, respective Ei-Axe, ist aber in dieser Lage für die Beobachtung so schwer zugänglich, dass es mir nicht möglich gewesen ist, alle Erscheinungen, die sich an derselben abspielen, genau zu verfolgen. Nur so viel kann ich mit Bestimmtheit angeben, dass sich nach kurzer Zeit an den Stellen, wo sich ungefähr die beiden Pole der Spindel befanden, zwei neue Kerne gebildet haben, die allmählich deutlicher und schärfer hervortreten, und die Mittelpunkte zweier neuer Sonnen werden. Der erste Furchungskern hat sich also in zwei neue Kerne getheilt (Taf. III, Fig. 12). Beide liegen in der Axe des Keimes, der eine ungefähr zur halben Höhe der Axe, der andere nahe dem Nahrungsdotter. Die Gestalt des Keimes wird in diesem Stadium eine etwas andere, indem sie von der einer bi-convexen, in die einer convex-planen Linse übergeht. Mit der Theilung des ersten Furchungskerns in zwei neue wird die Eitheilung eingeleitet. Das oberste an dem Mikropylenpol gelegene Stück, welches den einen Kern enthält, besteht nur aus Protoplasma, es bildet die Anlage aller Keimblätter, ich werde dasselbe als „Archiblast" bezeichnen. Das andere, bei weitem grössere Stück, welches hauptsächlich aus Deutoplasma besteht und das ich „Parablast" nennen werde, hängt in diesem Stadium noch continuirlich mit dem Archiblast zusammen, es besteht aber nicht allein aus Deutoplasma, sondern ihm kommt, wie wir gleich sehen werden, von dem Keim, dem Protoplasma der Theil zu, in welchem der andere Kern liegt und der als eine, wenn auch äusserst dünne Schicht über den ganzen Nahrungsdotter sich fortsetzt.

Nur der Archiblast furcht sich, sein Kern wird die Mutter der Kerne aller Furchungszellen; der Parablast furcht sich nicht, es kommt hier nur zu Kerntheilung, er wird also in eine vielkernige Zelle umgebildet.

Während nun bei der gewöhnlichen Zellvermehrung auf die Kerntheilung die Theilung des Zellkörpers folgt, sind die Verhältnisse hier etwas anders. Das Ei von Scorpaena ist, im Vergleich zu den gewöhnlichen Zellen immer eine sehr grosse Zelle, und es wird also eine geraume Zeit dauern, bevor die Furche, welche alsbald Archiblast und Parablast von einander scheiden soll, so tief vorgedrungen ist, dass wirklich völlige Trennung beider Stücke folgt. Bevor es hierzu kommt, hat sich der erste Kern des Archiblast, und wie mir höchst wahrscheinlich ist, auch der des Parablast, schon wieder in eine neue Spindel umgebildet. Besonders die des Archiblast ist deutlich zu sehen (Sie Taf. III, Fig. 3), sie liegt in einer Richtung, welche die Eiaxe unter einem rechten Winkel schneidet; nicht so deutlich ist die des Parablast, indem sie durch ihre

mehr centrale Lage für die Wahrnehmung viel weniger zugänglich ist. Es wiederholen sich nun dieselben Erscheinungen, wie sie bei jeder Zelltheilung angetroffen werden. Gruppirung der Protoplasmakörnchen um die Pole der Spindel, Theilung der Kernplatte, Bildung zweier neuer Kerne u. s. w. Nach einer und drei Viertel Stunden fängt die Umbildung des ersten Kerns des Archiblast und wie gesagt, auch höchst wahrscheinlich der des Parablast, in eine neue Spindel an. Nach einer Stunde und 50—55 Minuten sind in dem Archiblast zwei Kerne vorhanden, und gleich darauf schneidet die erste Furche in dem Archiblast ein. Derselbe besteht dann aus zwei gleich grossen Stücken, die aber nur durch eine meridionale Furche (Hauptfurche) getrennt sind, an ihrer Basis jedoch noch mit dem Parablast zusammenhängen. Kaum aber ist dies Stadium erreicht, oder zugleich beginnt auch wieder der Kern der beiden Stücke des Archiblast sich in eine neue Spindel umzubilden, und nach zwei Stunden und fünf Minuten ist der Archiblast in vier Stücken getheilt. Dieselben liegen dann vollständig frei, indem sie sich an ihrer Basis auch von dem Parablast getrennt haben. Ich brauche kaum zu bemerken, dass sie dem Nahrungsdotter nicht unmittelbar aufliegen, sondern von demselben durch eine Protoplasmaschicht getrennt werden, welche den ganzen Nahrungsdotter umgiebt und unter dem Archiblast am dicksten ist. Letztere ist natürlich der Theil des Keimes, in welchem der untere Kern lag, die bei der Theilung des ersten Furchungskerns entstanden ist. Die Theilung des ersten Kerns des Parablast habe ich nicht genau verfolgen können, in dem Stadium jedoch, in welchem der Archiblast aus zwei Theilstücken besteht, von denen jedes sich zu einer neuen Theilung vorbereitet, trifft man ebenfalls in der Protoplasmaschicht des Parablast zwei freie Kerne an, die sich ebenfalls zur Theilung anschicken (Taf. IV, Fig. 1). Wenn also der Archiblast sich in vier Furchungszellen getheilt hat, besteht der Parablast aus einer vierkernigen Zelle (vergl. Taf. IV, Fig. 2). Nach zwei und einem Viertel Stunder hat der Archiblast sich in 8 (vergl. Taf. IV, Fig. 3) nach drittehalb Stunden hat er sich in 16 Furchungskugeln getheilt. Obgleich ich nun auch die Theilung des ersten Kerns des Parablast nicht genau verfolgen konnte, so glaube ich, doch, dass kaum Jemand daran zweifeln kann, dass die beiden Kerne des Parablast durch Theilung ihres ersten Kerns entstanden sind.

Die Furchung verläuft jetzt regelmässig weiter. Während der ersten Stunden trifft man die Kerne des Archiblast immer in demselben Stadium der Theilung oder der Ruhe an. Ganz ähnlich verhalten sich die freien Kerne des Parablast. Sind z. B. die Kerne der Furchungskugeln des Archiblast in die Spindelform übergegangen, dann trifft man die freien Kerne des Parablast in demselben

Zustande an. Tritt die Theilung der Kernplatte ein, so findet man Aehnliches an allen freien Kernen des Parablast, haben sich aus den in Theilung begriffenen Kernen der Furchungszellen, aus jedem derselben zwei neue Kerne gebildet, so bemerkt man dasselbe an den Kernen des Parablast.

Alle freie Kerne des Parablast findet man also immer in demselben Zustande von Ruhe oder von Thätigkeit, i. e. Theilung. Von einem Ruhe-Zustand ist aber kaum zu reden, denn eben nachdem jeder Kern sich in zwei neue Stücke getheilt hat, beginnen die so entstandenen Kerne sich schon wieder in Spindeln umzubilden. Ob nun auch während der letzten Stunden der Furchung die Kerne der Archiblastzellen und die freien Kerne des Parablast bei der Theilung gleichen Schritt halten, kommt mir nicht wahrscheinlich vor, vielmehr glaube ich, dass in den spätern Stunden der Furchung des Archiblast die Theilung der freien Kerne des Parablast ruht, oder nur sehr langsam vor sich geht. Hat der Archiblast sich in 32 Stücke getheilt, dann zeigt das Ei sich wie auf Taf. IV, Fig. 4 abgebildet ist.

Taf. IV, Fig. 5 stellt das Ei $4^1/_2$ Stunden, Taf. IV, Fig. 5, $6^1/_2$ Stunden nach der Befruchtung vor. Die freien Kerne des Parablast liegen dann nach $6^1/_2$ Stunden in zwei bis drei Reihen, ihre Lage ist der Art, dass man nicht sagen kann, dass sie mit einander alterniren. Neun Stunden nach der Befruchtung trifft man die freien Kerne in 4 bis 6 Reihen an. Zwölf Stunden nach der Befruchtung ist die Furchung beendigt, in Lage, Gestalt und Zahl der freien Kerne des Parablast ist wenig Veränderung gekommen. Die Kerne der Furchungszellen des Archiblast haben dann einen Diameter von 0,010 Millim.; die freien Kerne des Parablast einen von 0,017—0,018 Millim. Von einer im Archiblast auftretenden Höhle habe ich nie etwas gesehen. Schon während der Furchung werden die Zellen der obersten Schicht des Parablast etwas abgeplattet und nehmen eine mehr oder weniger deutlich ausgeprägte spindelförmige Gestalt an. Mit dem Umwachsen des Parablast durch die Zellen des Archiblast nehmen die freien Kerne des letzteren eine andere Lage und Anordnung an, wie ich sogleich genauer mittheilen werde.

Das Ei von Julis haben wir in demselben Stadium als das von Scorpaena verlassen, in dem Stadium nämlich, in welchem Spermakern und Eikern mit einander verschmolzen sind und eine Spindel bilden, derer longitudinale Axe im der Keimaxe liegt. Nach einer Stunde und 20—25 Minuten bemerkt man im Keime zwei Kerne (verg. Taf. III, Fig. 4) und mit dem Auftreten dieser

zwei Kerne im Keim leitet sich auch hier die erste Theilung des Eies in Archiblast und Parablast ein. Bei Julis habe ich das Verhalten des ersten Kerns des Parablast nicht genauer verfolgen können, wohl dagegen das des Archiblast.

Nach anderthalb Stunde hat der letztgenannte Kern sich in eine neue Spindel umgebildet, welche senkrecht zur Eiaxe steht (Taf. IV, Fig. 7; Taf. IV, Fig. 8) und einige Minuten später hat der Archiblast sich in die beiden ersten Furchungskugeln getheilt. Noch bevor die beiden neuen Kerne sich gebildet haben, — in dem Stadium nämlich, in welchem die Spindel noch sehr schön zu sehen ist —, fängt die erste Furche (Hauptfurche) schon einzuschneiden an (Taf. IV, Fig. 9). Auch bei Julis bleiben aber die beiden ersten Theilstücke des Archiblast noch mit dem Parablast verbunden (siehe Taf. V, Fig. 1). Etwa nach zwei Stunden bemerkt man in jeder Furchungskugel einen in frischem Zustande vollkommen klaren Kern, der einen Durchmesser von 0,013 Millim. hat. Nach einigen Minuten bemerkt man, dass jeder Kern der beiden ersten Furchungskugeln sich wieder in eine neue Spindel umgebildet hat (vergl. Taf. V, Fig. 2). Dort wo die beiden Theilstücke des Archiblast an ihrer Basis noch mit dem Parablast zusammenhängen, bemerkt man ebenfalls zwei Kerne, die sich gleichfalls zur Theilung anschicken.

Nach drittelhalb Stunden besteht der Archiblast aus vier Furchungskugeln, die aber immer noch an ihrer Basis mit dem Parablast zusammenhängen (vergl. Taf. V, Fig. 3).

Kurz nachher bildet jeder Kern der vier ersten Furchungskugeln des Archiblast sich wieder in eine neue Spindel um (Taf. V, Fig. 4) und nach drei Stunden besteht der Archiblast aus acht Theilstücken, die jetzt alle scharf von dem Parablast getrennt sind (vergl. Taf. IV, Fig. 10). In der Protoplasmaschicht des Parablast, welche den Nahrungsdotter umgiebt, und wie bei Scorpaena unterhalb des Archiblast am dicksten ist, bemerkt man auch schon freie Kerne, obgleich sie in diesem Stadium nicht so deutlich als wie Scorpaena sind. Kaum haben sich die acht Theilstücke gebildet, oder zugleich schickt jeder Kern dieser Furchungskugeln zu einer neuen Theilung sich an, indem sie wieder in die Spindelform übergehen (vergl. Taf. V, Fig. 5). Nach $3^1/_4$ Stunden besteht der Archiblast aus 16 Stücken (Taf. V, Fig. 6), die gleich darauf wieder dieselben Erscheinungen wiederholen (vergl. Taf. VI, Fig. 1). Nach $3^1/_2$ Stunden besteht der Keim aus 32 Furchungskugeln und so schreitet die Furchung regelmässig weiter fort. Je weiter die Theilung der Zellen des Archiblast stattfindet, um so deutlicher und zahlreicher treten die freien Kerne des Parablast auf. Nach $5—5^1/_2$ Stunden ist die Furchung so weit

fortgeschritten als Taf. V, Fig. 7 zeigt. Die freien Kerne des Parablast liegen dann bloss noch in einer Schicht unter dem Archiblast angeordnet. Auch hier sieht man, dass sie alle in demselben Zustande von Ruhe oder von Thätigkeit, i. e. Theilung sich befinden und in derselben Phase begegnet man dann den Kernen der Furchungskugeln, wenigstens gilt dies für die ersten acht Stunden, während in den späteren Stunden der Furchung die freien Kerne des Parablast entweder zu Ruhe gekommen sind, oder sich nur sehr langsam theilen. Nach 12 Stunden ist der Furchungsprocess beendigt und fängt die Umwachsung des Parablast durch die Zellen des Archiblast an. Ebenso wenig als bei Scorpaena vermochte ich in dem Archiblast eine Höhle aufzufinden und wäre sie vorhanden, dann würde es hier leicht möglich sein, dieselbe nachzuweisen. An der oberflächlichsten Schicht der Zellen des Archiblast treten auch hier dieselben Erscheinungen auf wie sie für Scorpaena beschrieben sind.

Untersucht man die Kerne der Furchungskugeln des Archiblast und die freien Kerne des Parablast, dann ergiebt sich, dass um die 9te bis 10te Stunde die freien Kerne des Parablast eine mehr ovale Gestalt haben, mit einem longitudinalen Durchmesser von 0,0085 Millim., während sie dagegen in den Furchungszellen eine runde Gestalt haben, mit einem Durchmesser von 0,006—0,0065 Millim.

Crenilabrus. Bei Crenilabrus sind die Verhältnisse schon viel weniger günstig. Zwar hat es mir oft den Eindruck gemacht, als ob hier, eben nachdem Spermakern und Eikern mit einander verschmolzen sind, ebenfalls eine neue Spindel gebildet würde, deren longitudinale Axe in der Eiaxe liegt, doch kann ich dies mit vollkommener Sicherheit nicht sagen, obgleich ich wohl nicht zweifle, dass es hier auch wirklich so ist. Nach $1^1/_2$ Stunden hat der Keim sich in zwei Stücke getheilt. Die Hauptfurche schneidet hier ebenfalls nicht bis zum Nahrungsdotter durch, sondern hört schon etwas oberhalb des „disque huileux" auf. Auch hier hängen die beiden ersten Theilstücke des Archiblast an ihrer Basis noch mit dem Parablast zusammen.

In jedem der beiden ersten Theilstücke des Archiblast bemerkt man schon einen prächtigen, vollkommen wasserklaren Kern, der einen Durchmesser von 0,021—0,022 Millim. hat. Hier liess sich am frischen Object besonders schön nachweisen, wie ein solcher Kern erst aus einem Conglomerat von zahlreichen, kleinen, wasserklaren Kügelchen besteht, die allmählich mit einander verschmelzen und so den eben erwähnten Kern bilden. Kaum aber ist die Ver-

schmelzung beendigt oder der Kern ist scheinbar wieder vollkommen verschwunden, natürlich scheinbar, denn nach Zufügung von Essigsäure ergiebt sich, dass der so scheinbar verschmolzene Kern in die Spindelform übergegangen ist. Sobald die Viertheilung eingetreten ist, liegen die Kugeln des Archiblast vollständig frei, indem sie sich jetzt auch an ihrer Basis von dem Parablast getrennt haben, sie liegen dann auf dem sehr schönen „disque huileux". Die vier Kerne der vier ersten Furchungskugeln wiederholen dann dieselben Erscheinungen wie für die Kerne der beiden ersten Theilstücke des Archiblast angegeben ist. Nach drei Stunden hat der Archiblast sich in 16 Stücke getheilt. Die Furchung schreitet in bekannter Weise und ebenfalls sehr schnell fort. Erst 6 Stunden nach der Befruchtung war ich hier im Stande, die freien Kerne des Parablast mit vollkommener Deutlichkeit zu sehen, sie waren dann schon sehr zahlreich, in steter Theilung begriffen und alle wieder in demselben Stadium von Ruhe von Tätigkeit. Obgleich ich nun bei Crenilabrus den Ursprung dieser freien Kerne des Parablast wohl nicht direct angeben kann, so ist es wohl kaum zweifelhaft, dass sie hier auf ähnliche Weise wie bei Scorpaena und Julis entstehen. Dass sie aber bei diesen Eiern viel später sichtbar werden als bei Julis und Scorpaena, ist wohl dem Umstand zuzuschreiben, dass es hier zur Bildung eines „disque huileux" kommt, die bekanntlich bei Julis und Scorpaena fehlt. Um welcher zeit die Furchung des Archiblast bei Crenilabrus beendigt ist, kann ich nicht mit Bestimmtheit angeben, indessen glaube ich die Zeit nicht zu hoch anzuschlagen, wenn ich sage, dass der Archiblast um die 15te bis 16te Stunde abgefurcht ist.

Noch ungünstiger als bei Crenilabrus sind die Verhältnisse bei Heliasis. Hier besteht, wie wir gesehen haben, der Keim nicht allein aus Protoplasma, sondern enthält eine nicht unbeträchtliche Zahl kleiner glänzender Dotterkügelchen, während dort wo der Bildungsdotter an den Nahrungsdotter grenzt, diese Dotterkügelchen zahlreicher werden, dichter auf einander gedrängt liegen und so einen prächtigen „disque huileux" bilden.

Anderthalb Stunde nach der Befruchtung schneidet die Hauptfurche ein und reicht bis nahezu an den „disque huileux". Auch hier bleiben also die beiden ersten Theilstücke des Archiblast an ihrer Basis noch mit dem Parablast verbunden. Erst nach der Viertheilung liegen die Theilstücke des Archiblast frei dem „disque huileux" des Parablast auf. Die Theilung des Archiblast schreitet hier ebenfalls sehr schnell vor. Anfangs enthält jedes Theilstück noch eine kleine Zahl der ebenerwähnten kleinen, glänzenden Dotterkügelchen, noch vor beendigter Furchung sind sie alle verschwunden, sodass sie wahrscheinlich wohl während dieses Processes als „Nahrungsmaterial" verbraucht sind. Schon beim

Anfang der fünften Stunde sind bei diesem höchst ungünstigen Object, die freien Kerne des Parablast schon sehr deutlich zu erkennen und alle sind in steter Theilung begriffen. Auch hier ergiebt sich, dass sie sich alle stets in demselben Stadium der Theilung oder der Ruhe befinden (vergl. hierzu Taf. VI, Fig. 3.). Obgleich ich auch bei Heliasis nicht bestimmt angeben kann, um welche Zeit die Umwachsung des Dotters stattfindet, so glaube ich doch, dass es ungefähr um die 16te Stunde sein wird, dass die Umwachsung des Parablast durch die Furchungszellen des Archiblast eintritt.

Ueber den Furchungsprocess bei Gobius habe ich sehr wenig mitzutheilen. Auch hier zeichnet sich der Keim dadurch aus, wie dies schon von KUPFFER angegeben ist, dass sich in demselben zahlreiche grössere feste Partikeln von rundlicher und eckiger Form befinden, die den Keimhügel undurchscheinend machen. Mit der fortschreitenden Furchung schwinden diese Körnchen und Kügelchen allmählich und nach beendigter Furchung bemerkt man sie nicht mehr, sodass sie wahrscheinlich wohl hier ebenfalls als Nahrungsmaterial verbraucht werden. Prächtig ist bei Gobius der „disque huileux" ausgebildet. Erst nach der Viertheilung liegen die Furchungskugeln des Archiblast frei dem „disque huileux" des Parablast auf. Sehr schön lässt sich bei Gobius nachweisen, wie die oberste Zellenschicht des sich allmählich abfurchenden Archiblast abgeplattet wird, und wie die diese Schicht zusammensetzenden Zellen eine spindelförmige Gestalt erhalten. Weder bei Gobius, noch bei Crenilabrus, noch bei Heliasis war ich im Stande eine Höhle im Archiblast nachzuweisen und auch KUPFFER sagt, dass er zögern müsse, hierüber ein bestimmtes Urtheil abzugeben. Für das Studium der freien Kerne des Parablast sind die Eier von Gobius sehr wenig geeignet. Ungefähr nach 28 Stunden hat der Archiblast sich abgefurcht und fängt die Umwachsung an.

Ueber die Furchung des Heringseies kann ich ebenfalls sehr kurz sein, indem wir über dieselbe sehr genaue Mittheilungen von KUPFFER besitzen. Untersucht man das Ei $2^1/_2$ Stunde nach der Befruchtung, in einem Stadium also, in welchem der Keim sich vollständig am Keimpol contrahirt hat, auf feinen Querschnitten, dann ergiebt sich, dass der Keim nicht unmittelbar dem Nahrungsdotter aufliegt, sondern von demselben durch eine Schicht getrennt wird, die dem „disque huileux" anderer Knochenfischeier entspricht. Dieselbe besteht aus überaus zahlreichen kleinen, bis zu 0,002 Millim. im Diameter messenden Kügelchen, die theils lose in Haufen beieinander liegen, theils in kleineren Dotterkugeln aufgespeichert. Auch beim Hering scheidet die Hauptfurche anfangs den Archiblast in zwei gleich grosse Stücke, die an ihrer Basis noch mit dem Parablast zusammenhängen, und noch bevor die zweite meridionale

Furche senkrecht zur ersten einschneidet, schnüren sich die beiden ersten Furchungskugeln an ihrer Basis von dem Parablast. ab. Letztgenannter besteht dann ausserhalb des eigentlichen Nahrungsdotters, i. e. der grossen Dotterkugeln, aus den ebenerwähnten zahlreichen kleinen Dotterkügelchen, und einer dünnen Schicht Protoplasma's, die über den ganzen Nahrungsdotter hin sich fortsetzt, und dort am mächtigsten ist, wo ihr der Archiblast aufliegt.

Für das Studium der freien Kerne des Parablast ist das Heringsei ebenfalls nicht geeignet; erst um die zwölfte Stunde war ich im Stande dieselben gut zu unterscheiden, als alle Kerne in fortwährender Theilung. Ich habe nun hier bei diesem in frischem Zustande so wenig günstigen Object die Verhältnisse etwas genauer an feinen Querschnitten studirt. Taf. VI Fig. 4, ist ein Querschnitt durch ein Ei, 18 Stunden nach der Befruchtung. Der Keim besteht aus einer grossen Zahl schon ziemlich kleiner Furchungskugeln, die immer noch in reger Theilung begriffen sind. Die äusserste Zellenschicht weicht schon deutlich in Baue von den darunter liegenden Schichten ab, dieselbe besteht aus etwas mehr abgeplatteten und spindelförmigen Zellen und wird durch eine deutliche und scharfbegrenzte Linie von den angrenzenden Zellenschichten abgesetzt. Dieselben liegen immer nur in einer einzigen Schicht. In Taf. VI, Fig 7, sind einige dieser Zellen aus einem etwas früheren Entwickelungsstadium (etwa um die 14te Stunde) etwas stärker vergrössert abgebildet. Weder während dieses Stadiums, noch während der spätern Furchungsstadien lässt sich auch nur die Spur einer Lereboullet'schen Höhle nachweisen.

Zwischen Nahrungsdotter und Keim liegt die schon erwähnte Protoplasmaschicht des Parablast, die an der Peripherie des letzteren dicker ist und dort den Keimpol bildet. An dem dem Keim gegenüberliegenden Pol ist die Randschicht, mit Ausnahme einer äusserst dünnen Lage die sich bis zum Ringwall fortsetzt, verschwunden. Der Ringwall setzt sich centralwärts in eine nur schmale, an kleinen, glänzenden Kügelchen reiche Schicht fort. So wohl in dem Ringwall, als in der zwischen Archiblast und Nahrungsdotter liegenden Protoplasmaschicht, findet man die freien Kerne. Dieselben sind elliptisch, haben einen longitudinalen Durchmesser von 0,016—0,018 Millim., sind scharf conturirt und enthalten einzelne, glänzende Kügelchen. Durch Methylgrün werden sie intensiv gefärbt. Die Kerne der Archiblastzellen sind fein granulirt, viel weniger scharf conturirt, und enthalten nicht solche feine, glänzende Kügelchen, sie sind kleiner, mehr rundlich und haben nur einen Durchmesser von 0,012—0,013 Millim. Methylgrün färbt sie viel weniger intensiv. Pikrocarmin färbt sie dagegen intensiv, schwach dagegen die freien Kerne, ebenso verhält sich Haematoxylin. Um die freien Kerne des Parablast finde ich nie

Contouren, von Zellen kann man hier also nicht sprechen, der Parablast ist, wie bei Julis und Scorpaena nur eine vielkernige Zelle. Nach beendigter Furchung ist die Zahl dieser Kerne zugenommen, es sind und bleiben aber freie Kerne. Um die 28ste Stunde ist die Furchung unter den schon früher angegebenen Temperatursverhältnissen abgelaufen.

Ueber die Furchung der fraglichen Eier von Blennius habe ich nichts besonders mitzutheilen. Weder bei diesen Eiern, noch bei den von Syngnathus oder Hippocampus liess sich auch nur die Spur einer LEREBOULLET'schen Höhle nachweisen, sodass ich ihr Vorkommen bei jedem der genannten Knochenfische in Abrede stellen muss.

Es ist wohl LEREBOULLET * gewesen, dem wir die erste Angabe über das Vorkommen von Kernen (Zellen LEREBOULLET) in dem Nahrungsdotter verdanken. Vom Hecht heiss es: „Il existe en dedans du sac blastodermique (i. e. der Keimscheibe) une membrane particulière (membrane sous-jacente), distincte, qui s'appuie contre la paroi interne de ce sac et repose sur le disque huileux. Cette membrane interne, qui représente, je pense, le feuillet muqueux des auteurs, est mince, de couleur jaunâtre, et composée de cellules rondes ou ovales que la coagulation rend irrégulières. Ces cellules sont assez éloignées les uns des autres, et réunies par une matière amorphe qui se coagule dans l'eau acidulée. On voit au milieu d'elles de grosses gouttes de graisse arrondies ou ovoïdes.

Les cellules, qui composent cette membrane distincte du blastoderme (i. e. der Keimscheibe) proviennent aussi d'une autre source que celles qui constituent ce dernier. On se rapelle que les globules vitellins nutritifs se sont réunis, au commencement de la fécondation, vers un des pôles de l'oeuf, au-dessous de l'agglomération des granules plastiques du vitellus formateur. Plus tard ces globules vitellins se modifient en cellules, la tache centrale transparente se change en noyau, les corpuscules vésiculeux brillants que renfermait la cellule sont remplacés par des granules ordinaires. J'ignore si tous les globules vitellins sont employés à la formation de cette membrane interne, je présume qu'il en est ainsi, puis dèsque cette membrane est formée on n'en trouve plus de libres, si ce n'est quelques-uns qui proviennent sans doute de la préparation."

Vom Barsch † heiss es: „Il existe sous le blastoderme une membrane parti-

---

* LEREBOULLET, l. c., p. 494.

† LEREBOULLET, l. c., p. 500.

culière, distincte, composée de grandes cellules très-pâles, c'est d'elle que se formeront les organes abdominaux." Und von der Forelle giebt er an, sprechend von dem Stadium 52 Stunden nach der Befruchtung *: „La membrane sous-jacente (feuillet muqueux), qui adhère au germe par toute sa face inférieure, forme autour de lui une sorte de bourrelet produit par une accumulation de vésicules graisseuses que la coagulation emprisonne dans les mailles de la membrana elle-même, mais qui s'échappent pour la plupart, pendant qu'on étale la pièce sur le porte-objet."

Am Ende des fünften Tages sagt er von derselben †: „Cette membrane se compose de deux parties; l'un centrale, très mince, transparente, etalée sous le disque, et le dépassant même un peu, est homogène, granuleuse et n'offre qu'un petit nombre de vésicules graisseuses; l'autre marginale, beaucoup plus épaisse, est remarquable surtout par le nombre et la grandeur des gouttes de graisse liquide interposées, et comme enchâssées au milieu des granules." Am siebenten bis neunten Tag nach der Befruchtung giebt er von ihr folgende Beschreibung §: „Le disque membraneux sous-embryonnaire a continué à s'etendre, de manière à déborer toujours le précédent; il est muni d'un bourrelet granuleux et graisseux, et il offre, dans sa composition, de grandes cellules granuleuses entremêlées de nombreuses vésicules de graisse." Und schliesslich heiss es **: „Le disque muqueux s'étend plus rapidement que le disque blastodermique, il le déborde toujours et il est entouré d'un bourrelet formé surtout par des gouttes d'huile emprissonnées dans la substance granuleuse dont le feuillet muqueux se compose à cette époque."

Wenn auch diese Beschreibung in mancher Beziehung fehler- und lückenhaft ist, so geht doch eines daraus mit Bestimmtheit hervor, nämlich dieses, dass Lereboullet die Kerne des Parablast schon gesehen und gekannt hat.

Schon Kupffer †† verdanken wir eine ausführlichere und genauere Beschreibung dieser Schicht. Er theilt uns über dieselbe folgendes mit: „Um die Zeit, dass der Keimhügel halbkuglig prominirt u. s. w., sieht man sowohl bei Gasterosteus als bei Spinachia, besonders schön bei letzterem Fisch, auf der Oberfläche der Dotterkugel, rings um den Rand des Keimhugels Kerne auftreten,

---

* Lereboullet, Resumé d'un travail d'embryogenie comparée etc. p. 19 (Separatabdruck).

† Derselbe, l. c. p. 22.

§ Derselbe, l. c. p. 24.

** Derselbe, l. c. p. 27.

†† Kupffer, l. c., p. 217.

die in ganz regelmässiger Weise angeordnet sind. Es sind wasserklare, runde Bläschen, ohne irgend welche Körnchen im Innern, die in concentrischen Kreislinien, auf das Centrum des Keimhügels bezogen, sich gruppiren. Der Abstand der einzelnen Bläschen von einander ist durchaus ein gleicher in allen einzelnen Reihen und beträgt etwa das Dreifache des Durchmessers der Bläschen selbst; um ebenso viel stehen die einzelnen Reihen von einander ab. Die Stellung in den Reihen ist eine derartige, dass für je zwei benachbarte Reihen sie regelmässig alterniren. Es wird zunächst die dem Rande des Keimhügels nächste Reihe sichtbar, dann successive die folgenden. Mehr als fünf Reihen konnte ich nicht zählen, denn dann begann die Ausbreitung des Keimhügels und es wälzte sich die Masse seiner Zellen über diese Bildungen hinweg, die von da an verdeckt blieben.

Bevor aber diese Zone der Beobachtung entzogen wird, vermag man noch einen weitern Fortgang des Processes bestimmt zu constatiren. Man sieht nämlich zwischen den bläschenartigen Kernen zarte Contouren auftreten, die genau an einander schliessende polygonale Felder umgrenzen, deren Mittelpunkte die Kerne einnehmen; Kurz es entsteht eine Lage eines regelmässigen, aus hexagonalen Zellen gebildeten Plattenepitheliums. Da die Zellcontouren sehr zart sind und in derselben Reihenfolge hervortreten, als es bei dem Erscheinen der Kerne der Fall war, nämlich zuerst an der dem Rande des Keimhügels nächsten Reihe und successive an den folgenden, so übersicht man dieselben leicht und es ereignet sich auch, dass die Zellen des Keimhügels darüber hingehen, so bald eben an der ersten Reihe die Contouren auftreten. Untersucht man mehrere Eier desselben Stadiums, so wird man die Contouren nicht vermissen. Auf den Ursprung muss hier entschieden das Hauptgewicht gelegt werden, es treten ganz entschieden zuerst nur die Kerne auf, und diese sind grösser als die in den Zellen des Keimhügels zur selben Zeit. Wenn die Zellcontouren um die Kerne auftreten, zeigt sich, dass die einzelnen Zellen um ein Beträchtliches, um das Doppelte und Mehrfache grösser sind, als die später am Rande der Keimhaut vorhandenen. Ich muss nach Allem annehmen, dass diese besonderen Zellen nicht aus den Furchungszellen herzuleiten sind und kann dieselben, so weit meine Beobachtung reicht, nur auf einem Vorgang zurückführen, der in die Kategorie der „freien Zellenbildung" fällt."

Ob dieses Blatt wirklich zum Darmdrüsenblätt wird, muss nach Kupffer dahin gestellt bleiben.

Spinachia und Gasterosteus habe ich nicht untersuchen können, bei allen von mir beobachteten Fällen, sah ich aber nie die Kerne zu Zellen sich differenziren und ebenso wenig traf ich die Kerne in solchen regelmässigen Reihen an.

*

Auch OWSIANNIKOW * hat die Kernschicht bei Coregonus lavaretus gesehen und beschrieben. Er betrachtet aber diese Kerne als Zellen und giebt an, dass sie im Nebenkeime ihren Ursprung nehmen und dort ihre Bildungsstätte haben, sie sollen sich nach ihm auch bei der Bildung der Embryonalanlage direct betheiligen.

Eine sehr genaue Beschreibung dieser Schicht verdanken wir VAN BAMBEKE †. Bei Leuciscus rutilus fand er, dass der gefurchte Keim nicht unmittelbar auf dem Nahrungsdotter ruht, sondern von diesem getrennt wird „par une couche d'une forme et d'un aspect particuliers, à la quelle, pour ne rien préjuger de sa signification, nous donnerons provisoirement le nom de couche intermédiaire". Von dieser Schicht sagt er: „on peut distinguer, dans cette couche une partie périphérique épaisse (bourrelet périphérique) et une partie centrale mince. Elle se compose d'un protoplasma à granulations nombreuses, plus volumineuses que celles renfermées dans les cellules issues de la segmentation, assez semblables, au contraire, à celles contenues dans quelques vésicules vitellins. La partie épaissie ou le bourrelet de la couche intermédiaire, renferme constamment un certain nombre de noyaux, et l'on distingue parfois, dans le protoplasma qui entoure ces noyaux, des deliminations cellulaires. Ces éléments n'affectent en général aucune disposition regulière. Les noyaux aussi bien que les cellules diffèrent de ceux de la couche segmentée, ainsi les noyaux sont ovalaires plutôt qu'arrondis, à grosses granulations, ils mesurent de 5—6 μ dans le sens de leur diamètre longitudinal, de 3—4 μ dans les sens du diamètre transversal, ils montrent plus d'affinité pour le carmin et l'hematoxyline que ceux des cellules de la couche segmentée. Les cellules, dont les contours sont vaguement indiqués du reste, m'ont paru, à cette époque, tantôt plus petites, mais d'autre fois plus grandes que celles du disque segmenté. Dans la partie centrale amincie, on découvre des noyaux semblables à ceux renfermés dans le bourrelet périphérique, plus tard, ces noyaux, devenus plus nombreux semblent indiquer qu'à ce niveau cellules se multiplient par division".

VAN BAMBEKE wirft dann die Frage auf, woher die Schicht stamme und erörtert drei Möglichkeiten der Deutung ihres Ursprunges.

Die erste, dass sie von Keime abstammt, kommt ihm nicht wahrscheinlich vor. Dann bespricht er die zweite Möglichkeit, dass sie ein Product der Furchung ist und hierbei sagt er folgendes: „Le premier effet de la fécondation ne serait pas le retour à la forme cellulaire, mais la séparation du plasson en deux

* OWSIANNIKOW, l. c.

† VAN BAMBEKE, l. c.

parties distinctes; l'une supérieure qui se segmente après la réapparition d'un noyau, l'autre inférieure, d'une dignité moindre, ne prenant aucune part au fractionnement et où certains éléments se différencient pour constituer probablement des nucléoles d'abord, puis des noyaux autour desquels le protoplasma se délimite ensuite pour donner naissance à des cellules.

Mais au lieu de considérer les noyaux qui apparaissent dans le protoplasma plus grossièrement granuleux de la couche intermédiaire, comme issus d'une génération endogène, je crois qu'on peut soutenir cette autre hypothèse, qu'ils descendent du noyau apparu (aussi par voie endogène) dans l'oeuf après la fécondation, et que les cellules dont ils constituent bientôt les centres, résultent aussi du processus de segmentation, se faisant ici avec plus de lenteur que dans le germe proprement dit".

Endlich bespricht er die dritte Möglichkeit nämlich: „qu'elle se constitue aux dépens du manteau protoplasmatique qui, d'apres la plupart des embryologistes, entoure le globe vitellaire de l'oeuf arrivé à maturité". Denn fügt er hinzu: „lorsque la couche intermédiaire existe, le manteau protoplasmatique a positivement disparu autour du globe vitellin."

VAN BAMBEKE entscheidet sich nicht, ich brauche es aber wohl nicht weiter zu erörtern, dass die zweite der von ihm aufgestellten Möglichkeiten der Wahrheit am nächsten ist.

VAN BAMBEKE lässt aus seiner: „couche intermédiaire le feuillet muqueux ou trophique", mit anderen Worte „l'entoderme ou l'hypoblaste entstehen".

Von grosser Bedeutung sind die Abbildungen von VAN BAMBEKE. Auf Taf. III, Fig. 1, 2 und 3 sieht man nur die Kerne in der feinkörnigen Protoplasmaschicht abgelagert, von Zellcontouren ist nichts angegeben. Aehnliches gilt auch von Taf. I, Fig. 16, man sieht hier freie Kerne, und doch hat der Autor sich nicht von dem Gedanke losmachen können, dass die Kerne sich zu Zellen differenziren, denn es heiss in der Tafelerklärung auch hier wieder „noyaux et cellules de la couche intermédiaire". Diese Abbildung ist um so bedeutender, als sie einem Embryo von Tinca vulgaris entnommen ist, aus einem Stadium, in welchem „le vesicule oculaire, le carène, les vertèbres primitives „schon zu sehen sind, aus einem Stadium also, in welchem jedenfalls die Keimblätter schon angelegt sein müssen und doch glaubt VAN BAMBEKE, dass aus dieser Kernschicht „le feuillet muqueux ou l'entoderme" entsteht.

Nicht weniger werthvoll als die Mittheilungen von VAN BAMBEKE sind diejenige von VAN BENEDEN * der ebenfalls wasserklare pelagische Eier aus dem

* E. VAN BENEDEN, l. c.

Mittelmeer untersucht hat (wahrscheinlich, wie ich schon früher mitgetheilt habe, die von Fierasfer und von Serranus). Er sah die Eier zuerst als der Kern sich schon in zweien getheilt hat. Von diesen beiden ersten Furchungskugeln sagt er „ils ne reposent pas immédiatement sur le vitellus, ils en sont separés par une couche d'une substance protoplasmatique, chargée de fins granulations, mais depourvu de tout globule adipeux. Je n'ai trouvé dans cette couche rien qui ressemblat ni à une cellule, ni a un noyau de cellule". Diese Schicht ist mit der „couche intermédiaire" von VAN BAMBEKE homolog.

Zehn Stunden nach dem Stadium, in welchem der Keim in die zwei ersten Furchungskugeln sich getheilt hat, sind in der „couche intermédiaire" eigenthümliche Modificationen zu sehen, die er folgenderweise beschreibt: „on peut constater la présence dans toute l'étendue de la couche d'un grand nombre de noyaux généralement ovalaires. Tous ces noyaux ont à peu près les mêmes dimensions ils sont un peu plus petits que les noyaux des cellules du blastodisque. Autour de chaque noyau se voit une petite zone granuleuse dans la quelle apparaît une striation radiaire bien manifeste. Il est impossible de distinguer aucune déclination de cellules. On les reconnait dans le milieu de la couche intermédiaire aussi que dans le bourrelet périphérique dans differents plans et qu'ils semblent disseminés sans ordre dans le protoplasma de la couche intermédiaire". Er glaubt dass diese Kerne entstanden sind „par voie endogène de toute une génération de cellules dans cette couche intermédiaire", und fügt er hinzu: „de ce que l'on ne distingue pas les limites des cellules, on ne peut pas conclure à l'absence d'individualisation des éléments, la striation rayonnée du protoplasma autour de chaque noyau prouve qu'il ne s'est pas agi seulement d'une génération de noyaux, mais d'une formation de cellules. Noyaux et corps cellulaires apparaissent simultanément".

Die Beschreibung, welche VAN BENEDEN von den Kernen des Parablast giebt, stimmt also vollkommen mit der überein, welche ich ebenfalls an den pelagischen Eiern des Mittelmeers beobachtet habe. Auch er sah nur Kerne, dagegen nie Zellcontouren, die „striation rayonnée du protoplasma autour de chaque noyau", welche er beschreibt, deutet wohl nicht auf „une formation de cellules", sondern ist einfach eine Erscheinung, welche die Kerntheilung begleitet.

Auch VAN BENEDEN kann sich wie wir gesehen haben, nicht von dem Gedanke losmachen, dass die Kerne des Parablast auf einer anderen Weise als „par voie endogène" entstehen. Und doch sagt er schon so deutlich: „L'oeuf des poissons osseux, aussitôt après la fécondation, se divise en deux cellules très dissemblables, l'une est le germe, qui se segmente et d'ou dérive le blastodisque, l'autre est formée par le globe deutoplasmatique revêtu, du moins par-

tiellement d'une mince couche de protoplasma; la couche intermédiaire. Cette dernière cellule est l'origine de l'entoderme, elle se segmente pas ultérieurement, mais il apparaît, vers la fin de la segmentation du germe, toute une génération de cellules, qui se forment par voie endogène".

Auch GÖTTE * hat die Kernschicht des Parablast bei den Eiern der Forelle gesehen, wie aus folgendem Satz hervorgeht: „Ich habe an vielen hundert Durchschnitten aus der ersten Zeit der Entwickelung nicht eine Spur von Zellen im Dotter, sondern an den Stellen, wo OELLACHER sie abbildet, nur grosse kernähnliche Gebilde gefunden, welche in Form, Grösse und Zusammensetzung nicht die geringste Aehnlichkeit mit den Embryonalzellen besitzen". Er hat denselben weiter seine Aufmerksamkeit nicht geschenkt, nur hebt er ausdrücklich hervor, dass alle Keimblätter gemeinsam vom ursprünglichem Keime abgeleitet werden, eine Betheiligung dieser Kerne an der Bildung der Keimblätter findet also nach ihm nicht statt.

OELLACHER † nämlich, der die in der gemeinschaftlichen Protoplasmaschicht eingebetteten Kerne als Zellen betrachtet, giebt von denselben die folgende Beschreibung: „ein zweiter Vorgang, der mit der Bildung der Keimhöhle eingeleitet wird und mit der successiven Verdünnung des Keimes über der Höhle Hand in Hand geht, besteht darin, dass eine nicht unbeträchtliche Anzahl von Zellen sich von der unteren Fläche der Keimhaut ablöst und auf dem Boden der Höhle zurückbleibt oder nachträglich auf derselben herabfällt.

Diese Zellen bleiben jedoch nicht auf dem Boden der Keimhöhle liegen, sondern graben sich in die oberflächlichsten Schichten des Dotters ein.

Man sieht diese Zellen an in Carmin gefärbten Präparaten besonders schön, da sie sich viel intensiver färben als der Dotter. Ich kann allerdings den Beweis nicht führen, dass alle Zellen, die auf dem Bodem der Keimhöhle liegen, sich in den Dotter eingraben, allein nach oberflächlicher Schätzung dürfte die Zahl derer, die sich im Dotter vergraben, im Verhältniss zu allen, die sich von der Keimdecke abgelöst haben, wenigstens eine ziemlich beträchtliche sein. Ebenso wenig kann ich mit Bestimmtheit sagen, ob alle Zellen, die im Dotter gefunden werden von der unteren Fläche der Keimhöhlendecke stammen. Es finden sich nämlich Zellen im Dotter auch ausser dem Bereiche der Keimhöhle, ja selbst des Keimes, im Dotter oberflächlich versenkt. Diese letzteren Zellen könnten wohl vom Dotter, so weit er den Boden der Keimhöhle bildet, dorthin ge-

---

* GÖTTE, l. c.

† OELLACHER, l. c. p.

wandert sein, sie können sich aber auch von der unteren Fläche des Keimes, so weit derselbe dem Dotter noch aufliegt, abgelöst haben. Gegen das letztere spricht einigermassen die zu allen Zeiten glatte Begrenzung des Keimwulstes, so wie der Embryonalanlage gegen den Dotter.

Diese Zellen bleiben im Dotter sehr lange; ich fand sie noch zahlreich zur Zeit, wo das Herz des Embryo schon entwickelt und im Dottersack die Gefässbildung eben eingeleitet ist, besonders unter dem hinteren Theile des Embryo in grosser Zahl, sie vergrössern sich im Dotter, während der Embryo sich ausbildet bedeutend, und zeigen an Durchschnitten erhärteter Praeparate oft die verschiedensten Formen. Besonders auf Sagittalschnitten erscheinen sie oft als ganz enorm in die Länge gezogene rothe Streifen unterhalb der Embryonalanlage. Dass sich diese Zellen auch im Dotter vermehren, ist mir aus später zu beschreibenden Befunden sehr wahrscheinlich."

WEIL * bestreitet auf das entschiedenste die Mittheilung von KUPFFER über die freie Zellbildung im Nahrungsdotter, doch giebt er folgendes an „wohl fand ich an Durchschnitten von Keimscheiben des sechsten oder siebenten Entwickelungstages, um die Zeit, wo sich die Keimhöhle unter dem Keime bildet, auf der obersten, durch die Härtungsflüssigkeit coagulirten Schicht des Dotters Zellen aufliegen, die hie und da wohl auch theilweise in der coagulirten Dotterschicht eingebettet lagen; doch sind diese Zellen, wie schon RIENECK nachgewiesen, Abkömmlinge der Furchungszellen.

Was aber die Angaben von RIENECK † betrefft, so sind dieselben so unklar und verwirrt, dass ich diesen Autor nicht verstehe. Er spricht nämlich von grossen Zellen, welche erst theilweise auf den Boden der Höhle (ob dies die Keimhöhle ist — von welcher später die Rede sein wird — ist aus seinen verwirrten Mittheilungen nicht zu bestimmen) herabfallen; später werden sie an dem Orte, wo sie früher lagen, nicht mehr angetroffen, während sich Zellen desselben Aussehens allmählig an der Peripherie ansammeln. Ja man kann nach ihm die Wanderungsspur verfolgen, von den central am Boden neben einander liegenden bis zu den an der Peripherie compact angesammelten Zellen. Ob hier mit den in Rede stehenden Zellen die Kerne des Parablast gemeint sind, ist durchaus nicht auszumachen.

---

* C. WEIL, Beiträge zur Kenntniss der Entwickelung der Knochenfische; in: *Sitzungsb. der Kaiserl. Akademie von Wissenschaften in Wien.* Bd. XLV. 3e Abth., p. 171. 1872.

† RIENECK, Ueber die Schichtung des Forellenkeimes; in: *Archiv f. mikrosk. Anatomie* Bd. V, p. 356. 1869,

Unerklärlich ist es, dass Haeckel *, der ebenfalls wasserklare Knochenfisch-Eier des Mittelmeers untersucht hat, behaupten kann, dass in dem Nahrungsdotter keine Kerne vorkommen, denn er sagt: „die falsche Parablasten-Theorie von His und alle ähnlichen Theorien, wonach bei den discoblastischen Wirbelthiereiern aus dem separaten Nahrungsdotter gewebebildende Embryonalzellen unabhängig von den beiden primären Keimblättern und in morphologischem Gegensatze zu diesen entstehen sollen, werden demnach durch unsere Teleostier-Eier bündig widerlegt. Denn da sich hier innerhalb der äusseren Eihülle neben ein wenig klarer Flüssigkeit nur die beiden structurlosen Bestandtheile des Nahrungsdotters finden, die grosse Eiweisskugel und die kleine Fettkugel, ganz getrennt von den Furchungszellen des Bildungsdotters, so können nur die Furchungszellen einzig und allein die Grundlage des entstehenden Fischkörpers bilden. Die Eiweisskugel ebenso wenig wie die Fettkugel erzeugen durchaus keinerlei embryonale Zellen, sondern werden einfach als Nahrungsmaterial von dem Embryo verbraucht und von dem sich bildenden Darme umwachsen, in welchem wir später ihre letzten Reste finden." Wenn Haeckel nur einmal diesen Eiern etwas Essigsäure zugefügt hätte, dann würde er sich gleich von den Kernen in der protoplasmatischen Schicht, welche den Dotter umgiebt, überzeugt haben.

Calberla †, der die freien Kerne in dem Parablast ebenfalls gesehen hat, bezeichnet sie als von der Embryonalanlage in den Dotter ausgewanderte Zellen, die sich lebhaft mit Carmin färben.

So weit mir bekannt, hat zuerst Klein § die Namen „Archiblast" und „Parablast" auch bei den Knochenfischen eingeführt. Unter seinem Archiblast und Parablast versteht er aber nicht dasselbe wie ich, wie aus folgendem Satze hervorgeht. „The extreme marginal portion of the germ does not rest on the surface of the yolk-sphere. By this I mean that Portion only which is, so to speak, overhanging the paragerminal groove, then the substance of the germ extends below that groove outwards on the surface of the yolk. This extension of the germ is, only a continuation of the deeper part of the germ. It consists of the same granular mass, and includes also smaller or larger yolk-granules. This quasi-extraneous portion of the germ I will call „Parablast", in contradistinction to the segmented part or blastoderm of the authors, which I will term „Archiblast".

---

* E. Haeckel, l. c., p. 437.

† E. Calberla, Zur Entwickelung des Medullarrohres und der Chorda dorsalis der Teleostier und Petromyzonten; in: *Morphol. Jahrb.* Bd. III. p. 226. 1877.

§ E. Klein, Observations on the early development of the common trout (Salmo fario); in: *Quarterly Journal of microsc. Sc.* Vol. XVI. p. 112. 1876.

Parablast and archiblast in the trout's ovum, however, is one continuous mass, i. e. one an the same substance, of which only one portion — blastoderm (Auct.) or archiblast, i. e. that lying in the saucer-like depression of the yolk — undergoes segmentation, whereas the second portion, parablast, not participating in the process of segmentation, extends as a thin crust on the surface of the surface of the yolk."

Klein beschreibt dann das Auftreten von Kernen in dem „Parablast" und sagt von denselben: „The substance of these nuclei is different from that of the parablast itself: being more transparent, the granules contained in the nuclei irregular and of very different sizes; besides this, each nucleus possesses a sharp outline af is bordered by a definite, though delicate, membrane. There are, however present in the parablast also true cells, i. e. granular corpuscles, containing two, three or more bodies, which, either all or only some, possess a complete similarity with the nuclei of the neighbouring parts of the parablast. The circumstance that nuclei are not perceptible in the parablast in the earlier stages of segmentation, renders it at least very probable that they originate in situ, as development in general proceeds". Dies wird nach ihm durch folgende Thatsache gestützt, denn er sagt: „Searching carefully through the substance of the parablast with a moderately high power, we detect numerous isolated, small, transparent bodies very faintly outlined; between these and distinct nuclei all intermediate forms may be mit with as regards general aspect, outline, and size. This obviously means new formation of nuclei. It therefore stands to reason to assume that, inas much as at a period when nuclei may be seen to multiply by division the formation of nuclei de novo, as it were, still takes place in the parablast, the first nuclei of the parablast have also originated in the same manner, i. e. de novo". Klein nimmt also freie Zellbildung in dem „Parablast" an und sagt, dass diese Zellen „are used for the formation of the hypoblast (entoderm)".

Es kommt mir vor, dass auch Klein sich nicht von dem Gedanken hat losmachen können, dass es sich hier nur um freie Kerne handelt, denn, obgleich er von „Zellen" spricht, sind in den meisten seiner Zeichnungen nur freie Kerne angegeben.

Kupffer * endlich beschreibt auch das Vorkommen ähnlicher Gebilde beim Ei des Herings. Er betrachtet dieselben auch hier wieder als „Zellen" und theilt von ihnen folgendes mit: „Die Entstehung dieser Zellen geht eine Ansammlung des Rindenprotoplasma auf der dem Keimpol zugewandten Hälfte des

* Kupffer, l. c., p. 201.

Dotters voraus, und namentlich gegen den Rand des Keimes selbst verstärkt sich die Masse zu einer wallartig mächtigern Lage, die sich weiter unter die Basis des Keimes, wiederum verdünnt, fortsetzt. In dem Walle des Rindenprotoplasma, dem Rande des Keimes zunächst, ist das Erscheinen der ersten Kerne minder deutlich als einige Zeit später, näher zum Aequator hin. Im wesentlichen sieht man dasselbe, wie es oben von Spinachia geschildert ist. Ueber dem Grund der stark lichtbrechenden Massen des Dotters erscheinen glashelle kuglige, kleine Flecke, in ziemlich gleichen Abständen von einander, aber allerdings nicht so regelmässig geordnet, wie bei den Gasterostei. Hat man die ersten erblickt und achtet nun continuirlich auf das Erscheinen der nächsten an den Stellen entsprechenden Abstandes, so gelingt es zu ermitteln, dass diese Portionen klaren Protoplasma's aus punktförmigen Anfängen hervorgehen und zu einer Grösse von 5—6 μ. heranwachsen. Man sieht sie demnach in der Nähe des Keimes grösser, weiterhin kleiner; aber das Bild ändert sich bald; um diese klaren, kugligen Kerne, so darf ich dieselben nach ihrer Entstehung, wie nach ihren weiteren Schicksalen nennen, gruppirt sich das Protoplasma in der Weise, dass sich zunächst jedem Kerne fein granulirte Masse anschliesst, weiterhin gröbere Granula sich darum ordnen; es bilden sich Zellen, deren Grenzen erst nur durch die gröberen Körnchen, darnach durch lineäre Contouren sich markiren; es tritt eine regelrechte Zellenmosaik auf. Kaum ist das letztere erfolgt, so beginnt auch bereits Theilung dieser Zellen. Man sieht Kerne anscheinend verschwinden, darnach doppelt auftreten, die kleiner sind als der Mutterkern war, die Zellen selbst sich vermehren und verkleinern und nunmehr sind die kleinern Kerne in der Nähe des Keimes, die grösseren gegen den Aequator hin gelagert. Schwierig ist die Entscheidung, in wieviel Lagen die Zellen des Rindenprotoplasma's auftreten. In der dickern Partie, rings um den Keimrand und unterhalb desselben, sicher in doppelter Lage, vielleicht auch zu dreien, weiterhin erst einfach, indessen sah ich unter dieser einfachen Lage nicht selten noch Kerne entstehen, die vielleicht in die obere Lage hinaufrücken, möglicher Weise aber auch an der Ursprungsstätte verbleiben.

So entsteht also aus dem Rindenprotoplasma ein den Dotter unmittelbar bekleidendes, aus platten Zellen zusammengesetztes Blatt, das späterhin von den Elementen des Keimes überlagert wird."

Der Zellbildungsprocess in dem Rindenprotoplasma, der nach Kupffer nach dem Modus der „freien Zellenbildung" verläuft, fängt beim Hering wie Kupffer hervorhebt um die 10te Stunde nach der Befruchtung an und erstreckt sich bis zu dem Zeitpunkte, an welchem die Umwachsung des Dotters durch den Keim ihren Anfang nimmt, d. h. bis etwa zur 16ten Stunde.

Ausserdem theilt KUPFFER noch mit, dass er die freie Zellbildung im Rindenprotoplasma ebenfalls beim Hecht beobachtet hat.

HIS *, der die Protoplasmaschicht des Nahrungsdotters als „Keimwall" bezeichnet, giebt an, dass während der frühesten Entwickelungsstufen sich schon bei mässigen Vergrösserungen helle runde Räume in ihrem Innern erkennen lassen, später wird ihr Gefüge dichter und nur mit Hülfe starker Systeme gelangt man zur Ueberzeugung, dass sie einerseits noch grössere Lückenräume umschliesst, andererseits aber aus einem Gewirre feiner Fäden sich aufbaut, die am ehesten den Fäden geronnenen Faserstoffes zu vergleichen sind. Sobald sich überhaupt die Substanz des Keimwalles von ihrer Umgebung geschieden hat, werden Zellen in ihr sichtbar, erst vereinzelt, dann aber in zunehmender Menge. Jede derselben umschliesst einen oder mehrere helle, in der Regel ovale Kerne, und besteht ausserdem aus einem sehr schmalen, in kurze Zacken auslaufenden Protoplasmahofe. Die Dimensionen der Zellen sind gering 9—15 μ., die ihrer Kerne 7—12 μ., sie ändern sich nicht während der ersten Paar Tage. Dagegen findet man nach Ablauf der ersten Woche und nach dem Auftreten der ersten Embryoanlage grössere Formen, die nunmehr auch weit schärfer als die zuerst vorhandenen Zellen umsäumt sind.

HIS wirft dann die Frage auf, woher die in Rede stehenden Zellen stammen, ob sie Abkömmlinge des Keimes, oder aus Bestandtheilen der Rinde hervorgegangen sind. Schon der Ort ihres ersten Auftretens ausserhalb, ja in einiger Entfernung vom Keime spricht dafür, dass sie der Rinde entstammen.

HIS vergleicht dann die von ihm sogenannten Keimwallzellen mit den Furchungszellen. Während bei diesen, wie HIS hervorhebt, die äussere Abgrenzung eine scharfe ist, ist sie bei jenen eine unbestimmte, während bei diesen eine hyaline Aussenzone vorhanden ist, ist bei jenen Nichts der Art zu bemerken. Während ferner bei diesen die Theilung zu einer zunehmenden Verkleinerung führt, schwanken jene von ihrem ersten Auftreten ab, innerhalb Dimensionsgrenzen, die für eine Reihe von Tagen dieselben bleiben.

HIS bezeichnet sie als „parablastische oder Nebenkeim-Zellen". Zu ihrer eigentlichen Entstehungsgeschichte vermag er selbst Nichts beizutragen. Nur auf den einen Punkt macht er aufmerksam, dass da, wo im Keimwall die neuen Zellen auftreten, die eigentlichen Rindenkerne schwinden.

Aus der eben mitgetheilten Literaturangabe geht also hervor, dass alle Auto-

---

* W. HIS, Untersuchungen über die Entwickelung von Knochenfischen besonders über diejenige des Salmes; in: *Zeitschrift für Anatomie und Entwickelungsgeschichte.* Bd. I. p. 1. 1876.

ren, welche über die Ontogenie von Knochenfischen gearbeitet haben, mit Ausnahme von HAECKEL, darin miteinander übereinstimmen, dass in der Protoplasmaschicht, welche den Nahrungsdotter umgiebt (Rindenschicht der Autoren) freie Kerne angetroffen werden.

Wie bei den Knochenfischen so kommen auch in dem Nahrungsdotter der Knorpelfische zahlreiche freie Kerne vor, wie dies aus den Untersuchungen von H. SCHULTZ *, besonders aber aus denen von BALFOUR † genügend bekannt ist. Ueber diese freien Kerne bei den Knorpelfischen habe ich an einer anderen Stelle etwas mitgetheilt §.

Höchst wahrscheinlich haben die freien Kerne bei den Plagiostomen, wie die bei den Reptilien und Vögeln und unter den niederen Thieren bei den Cephalopoden, dieselbe Ursprungsweise wie bei den Knochenfischen, obgleich es a priori zu erwarten ist, dass es nicht leicht sein wird, die Ursprungsweise derselben bei den Reptilien, Vögeln und Plagiostomen nachzuweisen. Indem es aber möglich war, ihre Entstehungsart bei den Knochenfischen nachzuweisen, dürfen wir, wie ich glaube, dieselbe auch für die Reptilien, Vögel und Plagiostomen annehmen.

So lange der Ursprung des ersten Furchungskerns unbekannt war, war es sehr begreiflich, dass man die Kerne in der Protoplasmaschicht, welche den Nahrungsdotter rings umhüllt, durch freie Kernbildung entstehen liess. Das geschlechtsreife Knochenfischei galt bis jetzt als kernlos, man wurde also gezwungen anzunehmen, dass der erste Furchungskern sich in dem Keim des befruchteten Eies „neu" bildete und es war demnoch kein einziger Grund vorhanden, warum Aehnliches nicht auch von den freien Kernen gelten sollte. Zwar behauptete HIS, dass in dem unbefruchteten geschlechtsreifen Knochenfischei schon Zellen und Kerne vorhanden seien, von welchen er glaubte, dass sie „als durch die Porencanälchen der Zona radiata emigrirte Granulosazellen" zu betrachten wären, aber abgesehen von der Thatsache, dass Niemand diese Emigration wirklich beobachtet hat und sie aus theoretischen Gründen schon höchst unwahrscheinlich scheinen müsste, stimmen die meisten Autoren mit einander darin überein, dass

* H. SCHULTZ, Beitrag zur Entwickelungsgeschichte der Knorpelfische; in: *Archiv f. Mikrosk. Anatamie*. Bd. XIII. p. 465. 1877.

† BALFOUR, l. c.

§ C. K. HOFFMANN, Contribution à l'histoire du développement des Plagiostomes; in *Archives Néerlandaises*. T. XVI. p. 97. 1881.

das geschlechtsreife, unbefruchtete Knochenfischei eine Zelle ist und dass in seinem Inhalt keinerlei Kerne oder zellige Elemente angetroffen werden.

Nachdem ich nun, Dank sei den höchst günstigen Objecten, den nicht hoch genug zu lobenden pelluciden Eiern von Scorpaena, Julis u. A., im Stande gewesen bin, nachzuweisen, dass in dem bisjetzt als kernlos betrachteten Stadium, eine Richtungsspindel angetroffen wird, dass der erste Furchungskern auf ähnliche Weise entsteht, wie dies von zahlreichen niedren Thieren bekannt ist, liess es sich a priori schon erwarten, dass die freien Kerne des Parablast wahrscheinlich wohl nicht durch „freie Kernbildung", sondern durch Theilung schon vorhandener entstehen sollten. Denn wenn das Ei der Knochenfische eine Zelle ist, worüber man wohl nicht mehr streiten wird, dann ist es auch ganz natürlich, dass bei der eintretenden Furchung, bei der ersten Theilung in Archiblast und Parablast, der erste Furchungskern die Theilung einleitet, sonst würde hier der Fall vorliegen, dass eine Zelle sich theilte, ohne dass der Kern sich daran betheiligte und in dem einen Stück unverändert liegen blieb, während das andere Stück kernlos wurde, um dann später endogen einen neuen Kern entstehen zu lassen, was jetzt wohl um so unwahrscheinlicher heissen darf, als wir die grosse Rolle kennen, welche der Kern bei der Zelltheilung spielt. Dass der Ursprung der freien Kerne in dem Parablast so lange unbekannt geblieben ist, ist wohl hauptsächlich dem zuzuschreiben, dass fast alle Autoren, welche über diesen Gegenstand gearbeitet haben, sehr ungünstige Objecte vor sich hatten, bei welchen die freien Kerne sich erst dann deutlich zeigten, wenn sie in grosser Zahl vorhanden sind und weiter auch dem, — dass alle diese freien Kerne gleichzeitig sich theilen, die Intervalle von Ruhe sehr kurze sind und dieselben also leicht der Beobachtung entgehen.

Von verschiedenen Seiten ist bereits darauf hingewiesen worden, dass in zahlreichen vielkernigen Zellen die Zellkerne meist alle gleichzeitig in Theilung anzutreffen seien; so z. B. von Flemming * bei den Hodenepithelien von Salamandra maculata und schon früher von Strassburger † und nachher von Treub § bei den Pflanzenzellen. Während nach van Beneden ** in mehrkernigen, thieri-

---

* Flemming, Beiträge zur Kenntniss der Zelle u. s. w. in: *Archiv für mikrosk. Anatomie.* Bd. XVI. p. 302. 1878.

† Strassburger, Neue Beobachtungen über Zellbildung und Zelltheilung; in: *Bot. Zeitung.* 1879.

§ M. Treub, Sur des cellules végétales à plusieurs noyaux; in: *Archives Néerlandaises.* T. XV. 1880.

** E. van Beneden, Recherches sur les Dicyémides; in: *Bull. de l'Academie royale de Belgique.* 2me Serie. T. XLI et XLII. 1876.

schen Zellen die Kerne durch Zerfall (Fragmentation) und nicht durch Theilung sich vermehren sollen, wies TREUB * hingegen nach, dass die mehrkernigen Zellen in den Bastfasern und den Milchröhren verschiedener Euphorbiaceen, Asclepiadeen, Apocyneen und Urticaceen sich nicht anders als diejenigen der benachbarten, einkernigen Zellen theilen. Die Kerne einer Zelle theilen sich alle gleichzeitig, TREUB fand deren bis zu 30 in Theilung.

Aus dem Mitgetheilten geht also hervor, dass, in den pflanzlichen wie in den thierischen Geweben, eine freie Kern- und Zellbildung wahrscheinlich nicht besteht, und dass die sogenannten freien Kerne in dem Nahrungsdotter der befruchteten Knochenfischeier alle auf Theilungsproducte des früher vorhandenen Eikerns zurückzuführen sind.

Ueber die ersten Vorgänge der Furchung beim Knochenfischei verdanken wir wohl RUSCONI † die ersten genaueren Mittheilungen. Den in Rede stehenden Process beschreibt er bei der Schleie folgender Weise: „Eine halbe Stunde nach dieser ersten Veränderung (i. e. nach der Concentration des Keimes am Keimpol) erscheinen auf der vorragenden Stelle des Dotters zwei Furchen, die sich im rechten Winkel schneiden, eine Viertelstunde später zeigen sich zwei neue Furchen zur Seite der ersten, so dass der vorragende Theil des Dotters, der früher aus vier Lappen bestand, nun in acht Lappen getheilt ist. Nach Verlauf einer Viertelstunde ist jeder dieser acht Lappen wieder in vier getheilt durch sechs neue Furchen, die sich im rechten Winkel kreuzen."

Ganz eigenthümliche Ansichten über die Furchung hat LEREBOULLET § in einer diesem Process eigens gewidmeten Abhandlung mitgetheilt. Die Resultate seiner Untersuchungen fasst er in folgendem zusammen.

Den Namen „Furchungskugeln" (globules de segmentation) beschränkt er auf die Producte der ersten Dottertheilungen; die Gebilde, welche durch fortgesetzte Theilung entstehen; nachdem der Dotter wieder glatt geworden ist, nennt er „Globules générateurs". Die einen wie die anderen sind hüllenlos; sie entstehen beiderseits durch fortgesetzte Theilung, welcher die Theilung eines im Centrum derselben auftretenden Bläschens vorangeht. Der einzige Unterschied zwischen beiden betrifft, abgesehen von der Grösse, dieses centralen Bläsche (Kern),

* M. TREUB, Notice sur les noyaux des cellules végétales in: *Archives de Biologie*, publiées par E. v. BENEDEN et CH. v. BAMBEKE. Tom. I. fasc. III. p. 393. 1880.

† Ueber die Metamorphosen des Eies der Fische vor der Bildung des Embryo. Brief von M. RUSCONI an Hrn E. H. WEBER; in: J. MÜLLER's *Archiv*. 1836. p. 278.

§ LEREBOULLET, l. c.

welches, nicht ohne zahlreiche Ausnahmen, in den Furchungskugeln hell, in den globes générateurs körnig sein soll. Die aus der Theilung der letzteren hervorgehenden Zellen werden mit jener neuen Generation ärmer an Körnchen und zuletzt vollständig blass. Dann aber entstehen neue Zellen mit bläschenförmigen Kernen, um welche neue Körnchen sich gruppiren; ob zuerst die Zellmembran, oder die Kerne, lässt der Verf. unentschieden.

Lereboullet * beschreibt dann weiter das Erscheinen einer Höhle in dem Keimkügel nach beendigter Furchung, sowohl beim Barsch, beim Hecht als bei der Forelle. Er sagt darüber folgendes: „Pour s'en assurer, il faut coaguler légèrement l'oeuf et l'ouvrir avant qu'il ai sejourné trop longtemps dans l'eau acidulée. La sphère formatrice se détache alors facilement et l'on voit très bien, qu'elle est creuse et qu'elle représente une vessie dont les parois sont plus ou moins rapprochées l'une et l'autre." Diese von Lereboullet beschriebene Höhle habe ich indessen bei keinem der von mir untersuchten Knochenfische wiederfinden können, so dass ich ihr Vorkommen bestreiten muss, wenigstens beim Hering, bei Gobius, Crenilabrus, Heliasis, Julis, Scorpaena und Fierasfer.

Dass die äussere Schicht der Blastodermzellen noch während der letzten Stadien der Furchung, schon eine mehr abgeplattete Gestalt annimmt, war auch Lereboullet bekannt, denn er sagt „elles (die Zellen der Keimhaut) sont toutes recouvertes d'une simple couche de grandes cellules de forme polygonale, ce sont les cellules épidermoidales, qui forma la tunique la plus superficielle du blastoderm."

Kupffer † giebt an, dass er der von Lereboullet vertretenen Ansicht über die Bildung der Embryonalzellen nicht beipflichten kann. Die Fische, an denen er die Furchung vom Anfang bis zum Ende verfolgte, (Gasterosteus, Spinachia, Gobius) bestätigten vielmehr die Ansicht, dass die Zellen, aus denen die Keimhaut sich bildet, die directen Endglieder des Furchungsvorganges sind. Was die von Lereboullet beschriebene Höhle betrifft, so hat Kupffer direct von aussen her an dem in normaler Lage befindlichen Keim eine Höhle nicht wahrgenommen. Zwar sah Kupffer in dem durch angesäuertes Wasser coagulirten Keim von Gobius niger, der mittelst der Schneide einer Staarnadel halbirt war, in der Mitte desselben einen Hohlraum, doch giebt er selbst an,

* Lereboullet, l. c.

† C. Kupffer, Beobachtungen über die Entwickelung der Knochenfische; in *Archiv für Mikrosk. Anat.* Bd. IV. p. 209. 1860.

dass dies keine Sicherheit dafür gewährt, dass man es mit einer praeformirten Höhle zu thun hat.

Was den Furchungsprocess betrifft, so giebt KUPFFER an, dass bei Gasterosteus und Spinachia die beiden ersten Furchen in der Regel im Centrum der Scheibe sich kreuzen, aber doch nicht immer, bisweilen tritt die zweite excentrisch auf. In seltenen Fällen erscheinen zuerst zwei Parallelfurchen. Trotz der gleichmässigen, durchscheinenden und feingranulirten Beschaffenheit der Keimscheibe konnte KUPFFER bei diesen Fischen an den Furchungskugeln erst spät, am Ende des Processes die Kerne entdecken. Bei Gobius dagegen waren schon an den ersten vier Kugeln die Kerne nicht zu übersehen.

STRICKER's * Ansichten über die Furchung nähern sich wieder mehr den von LEREBOULLET, wie aus folgendem Satze hervorgeht: „Den befruchteten Keim des Forelleneies betrachte ich nunmehr als ein sehr junges Protoplasma, dessen erste sichtbare Lebensäusserung darin besteht, dass es seine Form verändert, dass es Buckel austreibt, welche sich nach und nach abschnüren. Dieser Process macht zum mindesten einen sehr wesentlichen Theil der Furchung aus". Aber keiner der spätern Autoren hat den von STRICKER beschriebenen Vorgang bei dem Furchungsprocess bestätigen können, sodass man seine Beobachtungen wohl als fehlerhaft betrachten darf. STRICKER will weiter das Vorkommen der von LEREBOULLET beschriebenen Höhle bestätigen, die ich nach VAN BENEDEN (siehe unten) als die LEREBOULLET'sche Höhle bezeichnen will. Die in Rede stehende Höhle befindet sich aber nach LEREBOULLET im Keime selbst, die von STRICKER beschriebene Höhle liegt zwischen dem abgefurchten Keim und dem Nahrungsdotter, beide Bildungen lassen sich also nicht mit einander vergleichen. STRICKER's Höhle bildet die wahre Furchungshöhle, welche er zuerst beschrieben hat.

RIENECK's † Mittheilungen beziehen sich nur auf die Stadien, um welche die Furchung vollendet ist, so dass sie hier nicht weiter in Betracht kommen. Auch er betrachet die LEREBOULLET'sche und die von STRICKER beschriebene Furchungshöhle als einander gleichförmig.

Sehr genaue Angaben über die Furchung bei der Bachforelle verdanken wir OELLACHER §. Er sagt, dass dieselbe von dem analogen Processe im Keime anderer Knochenfische nicht abweicht, dass sie in ganz ähnlicher Weise ver-

* S. STRICKER, Untersuchungen über die Entwickelung der Bachforelle. *Sitzb. der Kaiserl. Akad. der Wiss.* Bd. 41. 2 Abth. p. 546. 1865.

† RIENECK, Ueber die Schichtung des Forellenkeimes; in: *Archiv für Mikrosk. Anat.* Bd. V. p. 356. 1864.

§ OELLACHER, l. c.

läuft, wie in den Eiern aller andern Thiere, mit Ausnahme der Insecten, indem der Keim an seiner Oberfläche wenigstens nach einander eine Theilung in zwei, vier, acht und successive in eine immer grössere Anzahl von Stücken von successive abnehmender Grösse aufweist. Dies geschieht mit derselben Regelmässigkeit und ebenso nach einem bestimmten Typus, wie sie dem Furchungsprocesse aller bisher daraufhin untersuchten Eier zukommen.

Doch scheint sie mir in einer Beziehung etwas von dem gleichen Processe bei den von mir selbst untersuchten Knochenfischen abzuweichen, nämlich hierin, dass der Archiblast sich erst an seiner Oberfläche in eine viel grössere Zahl von Stücken theilt, bevor dieselben sich an ihrer Basis von dem Parablast vollständig abschnüren, und dies lässt sich denn auch daraus vielleicht erklären, dass die Höhe, besonders aber der Diameter der Basis des Keimes bei den Eiern der Bachforelle, die wenigstens einen Diameter von 5 Millim. haben, im Vergleich mit den von mir selbst untersuchten Knochenfischeiern, von welchen die meisten einen Diameter von kaum mehr als 1 Millim. hatten, recht bedeutend sind. Während bei den mehrfach erwähnten kleinen Knochenfischeiern die Abschnürung der Archiblastzellen von dem Parablast gewöhnlich schon dann stattfindet, wenn der Archiblast durch eine Kreuzfurche in vier Stücke getheilt ist, dauert wahrscheinlich bei den grossen Eiern der Bachforelle die Abschnürung der Archiblastzellen an ihrer Basis (durch ihre bedeutende Grösse) so lang, dass dadurch der Archiblast Gelegenheit hat, sich an seiner Oberfläche in eine grössere Anzahl von Segmenten zu furchen, wodurch natürlich auch die Abschnürung an der Basis erleichtert werden muss.

Was das Vorkommen einer LEREBOULLET'schen Höhle bei der Bachforelle betrifft, so sagt OELLACHER darüber folgendes: „Ich glaube den Keim vom Anfang der Furchung an bis zur Bildung der Embryonalanlage in so vielen Stadien auf Durchschnitten untersucht zu haben, wobei mir die äusserst langsame Entwickelung meiner Eier sehr zu Hülfe kam, dass ich wohl behaupten darf, dass vor der Bildung der Keimhöhle, die aber unter dem Keime auftritt und durch die Abhebung desselben vom Dotter entsteht, um welche Zeit schon einige Hunderte von Zellen vorhanden sein dürften, nie und nirgends in der Furchungsmasse eine Höhle existirt".

Ueber die obere Zellenschicht des Keimes theilt OELLACHER folgendes mit: „wenn die Furchung bald zu Ende ist und jene Veränderungen im Keime Platz zu greifen beginnen, welche einerseits auf die Trennung seiner Zellmasse in Dottersack- und eigentliche Embryonalanlage, so wie auf die Entstehung der Keimblätter abzielen, erscheinen die oberen Zelllagen wieder kleiner als die unteren, ohne dass sich jedoch eine scharfe Grenze zwischen grossen und

kleinen oder ein einigermaassen auffallender Unterschied in ihrer Form vorläufig nachweisen liesse".

In einer spätern Zeit aber, wenn der Keim des Forelleneies sich auszudehnen beginnt und die erste Anlage der Keimhöhle entsteht, befindet sich an der Oberfläche des Keimes, wie er angiebt *, auf Durchschnitten eine Reihe palissadenartiger Zellen, deren Höhedurchmesser aber wenig vom Breitendurchmesser differirt. Diese einfache Zellenlage wird später zur Epidermis des Fisches und ist somit als Hornblatt aufzufassen."

Dagegen giebt WEIL † wieder an, dass er an Forellenkeimen, die mehr als drei Tage alt waren, an der Oberfläche eine schöne Mozaik von vieleckigen, gegen einander abgeplatteten, fein granulirten Zellen sah, deren Kerne kaum wahrzunehmen waren. Er bestätigt das Vorkommen der von STRICKER zuerst nachgewiesenen Keimhöhle, die, wie wir gesehen haben, nicht mit der LEREBOULLET'schen Höhle zu identificiren ist. Nach KLEIN § verläuft die Furchung bei der Bachforelle wie bei allen andern Knochenfischen.

Nach OWSIANNIKOW ** besteht die Andeutung der ersten Dotterfurchung bei Coregonus lavaretus darin, dass in der Mitte des Keimes anfangs ein schwaches Grübchen auftritt, das bald in eine an Ausdehnung und Tiefe immer zunehmende Furche übergeht. Diese theilt den Keim in zwei vollkommen gleiche Kugeln. Nachdem sich die ersten Kugeln gebildet haben, theilen sie sich wieder und so weiter, bis endlich der ganze Keim in eine grosse Anzahl kleiner Zellen zerfällt. Die Bildung der ersten Dotterkugeln bietet, wenn man diesen Process von oben betrachtet, einige Aehnlichkeit mit der Knospung der Zellen. Genauere Untersuchung sowohl der lebenden Eier, als besonders auch auf den Durchschnitten, lehren, dass hier die Zellenbildung nicht durch Knospung, sondern durch einfache Theilung vor sich geht. OWSIANNIKOW's Beobachtungen die er theils an Coregonus, theils am Lachs und mehreren anderen Fischen angestellt hat, sprechen gegen STRICKER und bestätigen vollkommen die An-

---

* J. OELLACHER, Beiträge zur Entwickelung der Knochenfische, nach Beobachtungen am Bachforelleneie. In: *Zeitschrift für wissensch. Zool.* Cap. III—V. p. 1. Tom. XXIII. 1873.

† C. WEIL, Beiträge zur Kenntniss der Entwickelung der Knochenfische; in: *Sitzb. der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien.* Bd. LXV. 3 Abth. p. 171. 1872.

§ E. KLEIN, Observations on the early development of the common trout (Salmo fario); in *Quarterly Journal of Mikrosk. Sc.* Vol. XVI. p. 112. 1876.

** PH. OWSIANNIKOW, Ueber die ersten Vorgänge der Entwickelung in den Eiern des Coregonus lavaretus; in: *Bulletin de l'Académie impériale des Sciences de St. Pétersbourg.* T. XIX. p. 225. 1874.

gaben von Oellacher. Die Angabe des letztgenannten Forschers aber, dass der Keim nicht gleichzeitig in Dotterkugeln zerfalle, sondern dass man unter den ersten Furchungs-Elementen auch noch einen ungefurchten Theil antrifft, konnte er weder bei Coregonus lavaretus, noch beim Lachs bestätigen.

His * hat den Furchungsprocess beim Lachs einer sehr genauer Untersuchung unterworfen. Ueber die Reihenfolge der Furchenbildung, sagt er, „habe ich nur Bekanntes zu wiederholen, auf die erste Furche folgt die sie rechtwinklig schneidende zweite, dann eine mit diesen parallele, dritte und vierte."

Es ist im Stadium der Achttheilung die Scheidung noch eine entschieden bilaterale, wie denn auch der Keim zu der Zeit nicht kreisrund, sondern in der Richtung der Hauptfurche weiter schreitet, später verliert sich die Spur bilateraler Scheidung, die Scheibe wird wieder kreisrund und die oberflächlich sichtbaren Furchungssegmente schieben sich mit gebrochenen Grenzlinien zwischen einander ein.

Die zuerst auftretenden Furchen erstrecken sich nach His als enge Spalten von der Oberfläche in das Innere, dann weiten sie sich, wie die Schnitte erhärteter Praeparate zeigen, zu geräumigen Buchten aus. Durch das Zusammenfliessen mehrerer Buchten entsteht während des Stadiums der Achttheilung vorübergehend eine grössere, der Baer'schen Furchungshöhle des Batrachiereies vergleichbare Höhlung. Allein auch diese erhält sich nicht als einfacher Raum, sondern nach Kurzem findet man den Keim durchzogen von einem Systeme zusammenhängender Lücken, das zwischen seinen Furchungselementen sich ausbreitet.

Die Furchung nimmt in der oberen Hälfte des Keimes ihren Anfang und während letztere bereits in 8 bis 12 Segmente zerklüftet ist, ist die untere Hälfte noch ungefurcht. Hier treten also dieselben Erscheinungen auf, wie sie für die Eier der Bachforelle von Oellacher beschrieben sind. Beim Lachs verwischt sich dieser Gegensatz bald, und schon vom 3. Tage ab lassen sich keine constanten Grössenunterschiede zwischen den Zellen der Basis und denjenigen der Decke mehr nachweisen.

Im Beginn des 6ten Tages werden die an der Oberfläche liegenden Zellen etwas kleiner, und bilden eine dichtgefügte Schicht, die His in Uebereinstimmung mit Götte † als: „Deckschicht" beschreibt.

C. van Bambeke § theilt mit, dass bei Leuciscus rutilus die Furchung innerhalb 12 Stunden beendigt ist, und nichts von den anderen Knochenfischen abweichendes zeigt. Die von Lereboullet erwähnte Höhle kommt nach

* W. His, l. c.

† Götte, l. c.

§ Van Bambeke, l. c.

van Bambeke auch bei Leuciscus rutilus vor. Er bezeichnet dieselbe als „cavité de segmentation" und sagt darüber folgendes: „Je puis assurer toutefois que cette cavité de la segmentation n'est pas une production artificielle, jamais je ne l'ai vue faire défaut, et toujours elle s'est presentée avec les mêmes caractères." Aus diesen so positiven Angaben geht also hervor, dass wirklich bei einigen Knochenfischen eine Lereboullet'sche Höhle auftreten kann, obgleich es für den Augenblick nicht zu erklären ist, wie es kommt, dass sie bei einigen Knochenfischen wohl, bei anderen dagegen nicht vorhanden ist.

Van Beneden * beschreibt die äussere Zellenschicht des abgefurchten Keimes bei den pelluciden Eiern, welche er in Villafranca Gelegenheit hatte zu untersuchen folgenderweise: „Les cellules superficielles, au lieu d'être polygonales à la coupe, se montrent applaties, elles forment une sorte d'épithélium pavimenteux simple, qui délimite extérieurement le blastodisque. A la coupe ces cellules paraissent lenticulaires, leur face externe est à peu près plane". Derselbe Forscher stellt dann wohl mit vollem Rechte vor: „de designer sous le nom de cavité de Lereboullet, la cavité observée par cet auteur dans l'épaisseur du blastodisque chez la Perche et le Brochet (cavité de segmentation, Lereboullet) et signalée de van Bambeke chez le Gardon". Dagegen muss man nach ihm den Namen: „cavité de segmentation, Furchungshöhle, ou Blastocoelome" derjenigen Höhle geben, welche am Ende des Furchungsprocesses zwischen dem Keim und dem Nahrungsdotter erscheint. Eine Lereboullet'sche Höhle fand van Beneden nicht. Ueber die Furchungshöhle, welche ich in dem Stadium, in welchem die Umwachsung des Nahrungsdotters durch den abgefurchten Keim anfängt, bei allen untersuchten Knochenfischen immer gefunden habe, werde ich im nächsten Capitel ausführlicher handeln.

Der Furchungsprocess des Heringseies ist von Kupffer † genau beschrieben. Etwa $1^1/_2$ bis 2 Stunden nach der Befruchtung wird das Erscheinen der ersten Furche; Hauptfurche, durch eine kurze lineäre Depression auf dem Scheitel des Keimes eingeleitet. Dem Einschneiden der ersten Furche geht eine Verdünnung der Rindenschicht am entgegengesetzten Pol parallel, man kann in diesem Momente die Schicht nicht nachweisen, sie scheint verschwunden, erst später wird sie am Gegenpol wieder sichtbar. Diese nächste Phase des Vorganges ist nicht das Auftreten einer zweiten, meridionalen Furche senkrecht zur ersten, sondern die Abschnürung der beiden Furchungskugeln an ihre Basis, also das Erscheinen einer aequatorialen Furche, die den Keim von der Rindenschicht

* E. van Beneden, l. c.

† Kupffer, l. c.

sondert. So also wird der Keim erst isolirt. An demselben läuft dann der Furchungsprocess weiterhin in bekannter Weise ab.

KUPFFER bestätigt dann weiter die zuerst von HIS für das Lachsei angegebenen interessanten Daten, dass auch beim Heringsei der Keim während des Furchungsprocesses beträchtlich im Wachsthum zunimmt. Beim Lachs fand HIS *, dass dasselbe im Laufe der Furchung eine ungefähre Verdoppelung des Volum's beträgt. Dieses Maass der Vergrösserung wäre nach KUPFFER für das Heringsei wohl zu hoch gegriffen, wenn auch eine nicht unbedeutende Zunahme in Grösse ausser Zweifel steht. Nach KUPFFER steht die ursprüngliche, relative Grösse des Keimes im umgekehrten Verhältnisse zum Maasse des Wachsthums während der Furchung, relativ kleine Keime wachsen nach ihm auch stärker. Aus dem Mitgetheilten ergiebt sich also, dass die meisten Autoren darin mit einander übereinstimmen, dass während des Furchungsprocesses die zuerst von LEREBOULLET beschriebene Höhle, welche in dem Keime selbst sich befinden sollte, nicht besteht; dass der Furchungsprocess bei allen Knochenfischen auf die gewöhnliche Weise verläuft, wenn auch während der ersten Phasen der Furchung bei grössern Knochenfischeiern (Salmen, Forelle) die Erscheinungen etwas anders sich abspielen, als bei kleinen Knochenfischeiern; und endlich dass die äussere Zellenschicht des Keimes sich noch während der Furchung als eine besondere Schicht, die Deckschicht, differenzirt.

Rückblick und Zusammenfassung.

Das Ei der Knochenfische besteht also am Ende der Furchung aus dem abgefurchten Archiblast, d. h. aus der aus zahlreichen kleinen Zellen bestehenden Keimscheibe, und aus dem sehr zahlreiche Kerne enthaltenden Parablast, d. h. aus einer einzigen vielkernigen Zelle. Aus dem Archiblast entwickeln sich alle Keimblätter, niemals betheiligt sich an ihrer Bildung der Parablast. An jedem Querschnitt eines gut conservirten Eies bemerkt man noch in viel spätern Stadien der Entwickelung, in denen z. B. wo nicht allein die Chorda, sondern auch der Darm sich schon gebildet haben, immer noch dieselbe einzige vielkernige Zelle. Unterhalb der Embryonalanlage liegen die Kerne in dichten Haufen und in mehreren Reihen bei einander, unter den übrigen Partien des Blastoderms — des Dottersackes — treten sie nur vereinzelt auf. Daraus geht also wohl bestimmt hervor, dass die Kerne des Parablast sich nicht an der Bildung der Keimblätter, sich nicht an der Bildung die Entoderms be-

* HIS, l. c.

theiligen, denn sonst müssten sie doch in einem Stadium verschwunden sein, in welchem der Darm schon vollständig ausgebildet ist. Aehnliches lässt sich auch an den vollkommen durchsichtigen pelagischen Eiern beobachten. Behandelt man nämlich solche Eier, bei welchen der Embryo schon deutlich angelegt, die Chorda schon vorhanden ist und verschiedene Urwirbel schon zu zählen sind, mit verdünnter Essigsäure, dann ist es nicht schwierig, die Kerne des Parablast unter der Embryonalanlage und unter den übrigen Partien des Blastoderms herauszufinden. Eine Betheiligung an der Bildung der Keimblätter ist also ausgeschlossen.

Mit vollem Recht dürfen wir dann fragen, was für eine Bedeutung kommt den zahlreichen in der Protoplasmaschicht des Parablast abgelagerten Kernen zu. Diese Frage ist um so mehr berechtigt, als es sich wirklich nachweisen lässt, dass die in Rede stehende Schicht von sehr grosser Bedeutung für das Leben des Archiblast und die von ihm herrührende Anlage des Embryo ist. Dies möge aus folgenden Versuchen deutlich werden. Bekanntlich entwickeln sich die Eier der Knochenfische nur dann regelmässig und normal, wenn sie in strömendes Wasser gebracht werden, während sie dagegen in stehendem Wasser sehr bald absterben. Ich habe nun vom Hering eine Portion künstlich befruchteter Eier in strömendes Wasser gebracht und eine andere Portion derselben Eier in stehendes Wasser, welches nur zwei Mal täglich erneuert wurde. Aller zwei Stunden wurden die Eier beider Portionen auf ähnliche Weise gehärtet und nachher an Querschnitten untersucht. Anfangs verläuft die Entwickelung der Eier beider Portionen vollkommen auf gleiche Weise. Nach kürzerer oder längerer Zeit bemerkt man aber bei den Eiern, welche in stehendem Wasser sich entwickelten, an den Kernen des Parablast eigenthümliche Veränderungen, am meisten einer fettigen Degeneration vergleichbar. Bis zu diesem Stadium sind die Zellen des Archiblast noch vollkommen normal, kaum aber ist die fettige Degeneration der Kerne des Parablast eingetreten, oder die Zellen des Archiblast entwickeln sich nicht regelmässig mehr und nach einigen Stunden sind die Eier abgestorben. Auch wenn man solche Eier, in welchen die ersten Spuren einer fettigen Degeneration der Kerne des Parablast sichtbar wird, in strömendes Wasser überbträgt, gelingt es nicht mehr die Eier am Leben zu erhalten, obgleich die Zellen des Archiblast dann noch vollkommen normal aussehen.

Untersucht man Eier während der ersten Stunden der Entwickelung und macht man von solchen Eiern jede halbe Stunde eine Umrisszeichnung, in der Art, dass man den Focus auf den optischen Mittelpunkt einstellt, und die Um-

risse mit dem Zeichenprisma anfertigt, dabei so viel möglich immer dieselben Eier benützt, was für Eier die ankleben, wohl keine Schwierigkeiten hat, dann bekommt man also eine Anzahl Umrisse, die sich mit einander vergleichen lassen. Indem aber der Diameter der Eier einer und derselben Fischart nicht unbedeutenden Schwankungen unterliegt, lassen sich eigentlich nur diejenigen Umrisse mit einander vergleichen, die einem und demselben Ei während seiner Entwickelung entnommen sind. Man kann nun diese Umrisse als Flächen eines Umwälzungskörpers betrachten und nimmt man diesen Umwälzungskörper als Kugel an, dann lässt sich daraus leicht der Inhalt des Archiblast und Parablast berechnen. Zwar macht man dabei einige nicht unbedeutende Fehler, denn gewöhnlich haben die Eier nicht eine vollkommene Kugelgestalt, doch macht dies hier weniger aus, denn es kommt hier nicht darauf an, den absoluten Inhalt von Archiblast und Parablast zu berechnen, sondern nur den relativen.

Aus solchen Berechnungen ergiebt sich, dass der Archiblast schon während der ersten Stunden der Entwickelung in Grösse zunimmt, dieses Wachsthum kann natürlich nur auf Aufnahme von Nahrungsmaterial beruhen und letzteres kann nur von dem Parablast geliefert werden.

Das Factum ist nicht neu. His * verdanken wir schon die ersten interessanten Mittheilungen über das Wachsthum des Keimes während der Furchung beim Lachs, dasselbe beläuft sich im Verlaufe des Furchungsprocesses ungefähr auf das Doppelte des Volumens. Auch Kupffer † giebt an, dass beim Heringsei ein beträchtliches Wächsthum des Keimes während der 10—14 Stunden, die der Furchungsprocess währt, ausser Zweifel steht.

Stellen wir nun die ebenerwähnten Thatsachen zusammen, dass 1) die an Kernen reiche Protoplasmaschicht unterhalb der Embryonalanlage am dicksten ist, indem hier die Kerne dicht zusammen gehäuft liegen; 2) dass sobald die Kerne dieser Schicht krankhaft afficirt werden, die Zellen des Archiblast oder die von diesem herrührenden Embryonalanlage absterben; 3) dass nicht allein der Embryo, sondern auch die Keimscheibe während des Furchungsprocesses schon wächst und dass dieses Wachsthum nur auf Aufnahme von Nahrungsmaterial aus dem Parablast herrühren kann; dann glaube ich, dass wir zu dem Schlusse berechtigt sind, in dieser Kernschicht die Werkstätte zu sehen, welche die Bestandtheile des Nahrungsdotters, des Parablast, assimiliret, um

* His, l. c. p. 5—6.

† Kupffer, l. c. p. 197.

Zellen des Archiblast oder dem von ihm abstammenden Embryo in eine für die Ernährung geeignetere Form zu überreichen, mit anderen Worten, die an Kernen reiche Protoplasmaschicht des Parablast functionirt als *provisorisches Blut.*

Ob später das gemeinschaftliche Protoplasma, in welchem die Kerne abgelagert sind, um jeden derselben sich ansammelt, sich also in bestimmte Territorien theilt, mit anderen Worten, ob diese Kerne sich später zu Zellen differenziren, weiss ich nicht, und ebenso wenig kann ich etwas Bestimmtes über ihr späteres Schicksal mittheilen, denn so weit sind meine Untersuchungen noch nicht gefördert. Wenn sich aber die Angaben von His bestätigen, dass sie nachher Blutkörperchen werden, eine Angabe die auch von Balfour für die Knorpelfische getheilt wird, dann würde dadurch die von mir aufgestellte Meinung, dass die an Kernen reiche Protoplasmaschicht des Parablast als provisorisches Blut fungirt, wohl am kräftigsten gestützt werden, aber dann würde dies auch ein höchst eigenthümliches Licht auf die Genese des Blutes werfen, denn dann würde das erste Blutkörperchen in demselben Moment geboren, in welchem sich der erste Furchungskern in zweie theilt, in welchem sich das Ei zu einer Theilung in Archiblast und Parablast vorbereitet.

VI. Die Bildung der Keimblätter und die Anlage des Embryo.

Sobald der Furchungsprocess beendigt ist, der Archiblast in einen Haufen sehr zahlreicher kleiner Furchungskugeln, der Parablast in eine vielkernige Zelle sich umgebildet hat, beginnt der erstgenannte, der bisher im Allgemeinen annäherend die Form eines Kugelsegmentes bewahrte, sich über die dem Keimpol zugekehrte Hälfte des Parablast auszubreiten, indem er die Form einer Kappe annimmt, die sich nun stetig vergrösserend, den Rand gegen den Aequator des Eies vorschiebt.

Die Veränderungen, welche bei der Umgestaltung des Archiblast zur Kappe eintreten, verlaufen nicht bei allen Knochenfischen in vollständig ähnlicher Weise, obgleich die Erscheinungen sich doch alle auf ein gemeinschaftliches Schema zurückführen lassen. Anfangs scheint bei allen die Mitte der Kappe zunächst dicker zu bleiben, bald darauf aber tritt eine Umlagerung eines sehr beträchtlichen Theiles der Zellen ein; die Folge dieser Umlagerung sind, dass die Mitte der Kappe d. i. der Theil um den Keimpol sich allmählich mehr und mehr verdünnt, und eine deutliche Verdickung des Randes erfolgt, mit anderen Worten, es kommt zur Bildung des sogenannten Randwulstes. Der verdünnte

A 18

mittlere Theil wird von His als Mittelscheibe bezeichnet; Kupffer, der demselben früher den Namen „Mittelfeld" gab, hat sich nachher der Terminologie von His angeschlossen.

Es ist nun in dieser Periode der beginnenden Ausbreitung des Archiblast, dass sich unterhalb desselben, d. i. unterhalb des Mittelfeldes, eine mit einer eiweissartigen Flüssigkeit erfüllte Höhle — die Furchungshöhle — bildet. Ich fand dieselbe bei allen untersuchten Knochenfischen, bei allen untersuchten Gobius- Julis- und Scorpaena-Arten, bei Fierasfer, Heliasis, Hippocampus, Blennius, wie bei der Forelle; ich fand dieselbe ebenfalls beim Hering. Ich erwähne hier den Hering darum besonders, weil Kupffer angiebt, beim Hering „ist nichts davon zu sehen."

Taf. VII, Fig. 1 stellt einen Querschnitt vor, durch ein Ei des Zuiderzeeherings, 38 Stunden nach der Befruchtung. Es ist wohl nicht zweifelhaft, dass wir hier einer ähnlichen Bildung begegnen, wie bei allen anderen erwähnten Knochenfischen; die intensive Färbung, welche die in dieser Höhle befindliche äusserst feinkörnig erscheinende Masse nach Tinction mit Pikrocarmin annimmt, spricht wohl für die Thatsache, dass wir hier mit einer eiweissartigen Flüssigkeit zu thun haben, welche sich in der in Rede stehenden Höhle angesammelt hat.

Ich habe schon angegeben, dass die Veränderungen, welche bei der Umgestaltung des Archiblast zur Kappe eintreten, nicht bei allen Knochenfischen in vollständig ähnlicher Weise verlaufen, und daher müssen wir die Erscheinungen bei den einzelnen Arten etwas ausführlicher betrachten.

Fierasfer acus. Die Eier von Fierasfer acus erhielt ich immer erst dann, wenn der Furchungsprocess schon ziemlich weit gefördert war, vermuthlich 8—9 Stunden nach der natürlichen Befruchtung. Unterhalb des Archiblast lagen die freien Kerne in der Protoplasmaschicht des Parablast in einer einzigen Schicht, sehr regelmässig angeordnet und zwar sehr dicht auf einander gehäuft. Ungefähr um die zwölfte Stunde wahrscheinlich zeigten sich die ersten Erscheinungen der Ausbreitung des Archiblast und gleichzeitig mit dieser das erste Auftreten der anfangs noch sehr kleinen Furchungshöhle. Der Rand des Archiblast (von einem Randwulst kann man in diesem Augenblick noch nicht sprechen) ist im Anfang überall gleichmässig breit, aber schon nach einer Stunde, wenn das Mittelfeld deutlich dünner als der Rand, den man jetzt als „Randwulst" bezeichnen kann, geworden ist, bemerkt man, dass die eine Hälfte des Randwulstes dicker, die andere dünner wird. Mit dem Auftreten dieser einseitigen Verdickung bemerkt man gleichzeitig eine Spaltung der bis jetzt einander noch so vollkommen ähnlichen Zellen des Archiblast, die vom Randwulst ausgeht und damit die erste Sonderung des Archiblast in zwei

Schichten — Keimblätter — welche beide mehrlagig sind. Das oberste Keimblatt ist das Ektoderm, das untere enthält in sich das noch nicht weiter differenzirte Mesoderm und Entoderm, man kann es also als das primäre Entoderm bezeichnen. Die Zellen des Ektoderms und die des primären Entoderms sind wie gesagt, einander noch so vollkommen ähnlich, dass sie, wenn man sich die Spalte wegdenkt, durchaus nicht von einander zu unterscheiden sind, nur die äusserste Schicht des Ektoderms hat sich — wie wir wissen — in ein Plattenepithelium umgebildet.

Die einseitige Verdickung des Randwulstes und die damit Hand in Hand gehende Spaltung des Archiblast in zwei Keimblätter tritt bei Ficrasfer sehr frühseitig ein, lange noch bevor der Randwulst den Aequator erreicht hat. Die Spalte erstreckt sich bald allseitig vom Randwulst bis zu der jetzt schon kleiner gewordenen Furchungshöhle aus (Holzschnitt Fig. 1). Die Ausbreitung des Archiblast schreitet nun gleichmässig weiter, dabei wird der Rand des Archiblast immer weiter und sich selbst parallel vorgeschoben. Gleichzeitig wird die eine Hälfte des Randwulstes immer dünner, die andere immer dicker. Ungefähr um die 16te Stunde, wenn der Rand des Archiblast noch ungefähr 20° vom Aequator absteht, bemerkt man eine zweite sehr feine Spalte in dem primären Entoderm, die untere, dem Parablast anliegende Schicht besteht nur aus einer Lage von Zellen, sie bildet das secundäre Entoderm oder das eigentliche Entoderm, die obere Schicht dagegen ist mehrlagig und bildet das Mesoderm. Hiermit ist die Anlage der Keimblätter beendigt, Ektoderm und Mesoderm sind mehrschichtig, das Entoderm dagegen nur einschichtig. Das Mesoderm ist hier also wohl unzweifelhaft ein Abspaltungsproduct des primären Entoderms (vergl. Holzschnitt Fig. 2). In der Lage und Anordnung der freien Kerne ist eine grosse Veränderung eingetreten, sie liegen nämlich jetzt nicht mehr in einer einzigen Schicht dicht aufeinander, sondern unregelmässig verbreitet, und weit auseinander.

Fig. 1.

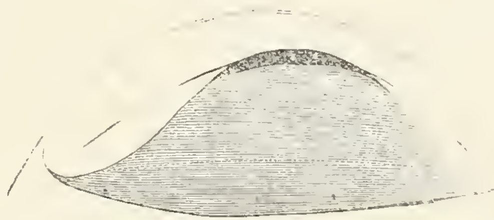
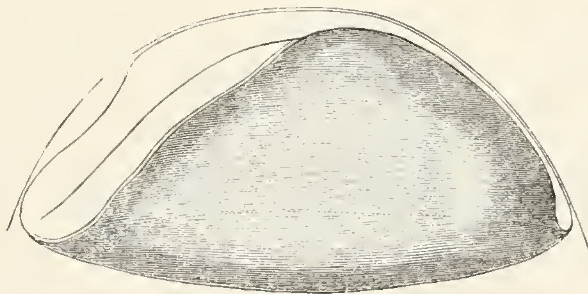


Fig. 2.



Von allen untersuchten pel-

*

luciden Eiern liess sich die Anlage der Keimblätter bei denen von Fierasfer am schönsten verfolgen (ich meine hier natürlich am intacten Object, nicht an Querschnitten).

Nach den Eiern von Fierasfer sind für die Anlage der Keimblätter die von Heliasis chromis sehr zu empfehlen. Bei dieser Knochenfischart kann ich leider nicht genau den Zeitpunkt angeben, wenn die Ausbreitung des Archiblast anfängt. Bei der eintretenden Umwachsung ist der Randwulst anfangs überall gleichmässig dick und dies bleibt fortbestehen, bis derselbe ungefähr 45° vom Gegenpol entfernt ist. Die Umwachsung geht von Anbeginn bis zu diesem Punkte in allseitig gleichmässiger Weise vor sich und der Randwulst wird sich selbst parallel vorgeschoben. Bis zu diesem Stadium ist von einer Spaltung im Randwulste nichts zu sehen, erst dann, wenn derselbe 45° vom Gegenpol absteht, tritt die einseitige Verdickung auf und mit dieser Hand in Hand die Spaltung im Randwulste und damit die Anlage der beiden primären Keimblätter. Bei Heliasis ist diese Spalte sehr deutlich, weniger deutlich ist die später im primären Entoderm auftretende Spalte, wodurch dieselbe das primäre Entoderm in Mesoderm und secundäres Entoderm trennt. Wie bei Fierasfer ist Ektoderm und Mesoderm vielschichtig, das Entoderm dagegen nur einschichtig.

In mancher Beziehung den Eiern von Heliasis chromis ähnlich verhalten sich die der Gobius-Arten. Auch hier tritt die einseitige Verdickung des Randwulstes erst dann auf, wenn die Umwachsung des Parablast durch den Archiblast so weit gefördert ist, dass dieselbe dem Gegenpol nähekommt. Für die Anlage der Keimblätter sind aber diese Eier weniger zu empfehlen.

Die Eier von Julis und Scorpaena stimmen dagegen wieder mehr mit denen von Fierasfer überein. Bei den Eieren von Scorpaena fängt der Archiblast ungefähr um die zwölfte Stunde (nach der künstlichen Befruchtung) sich auszubreiten an, und hiermit Hand in Hand treten wie bei Fierasfer eigenthümliche Veränderungen in der Lage der freien Kerne ein. Bis vor der Ausbreitung des Archiblast in mehreren Schichten weit auseinander liegend, rücken sie jetzt sehr dicht aufeinander und sind dann nur in einer einzigen Schicht gelagert. Kaum ist der Randwulst entstanden, lange noch bevor derselbe den Aequator erreicht hat, so leitet die einseitige Verdickung des Randwulstes sich schon ein und hiermit auch die Anlage der Keimblätter, die aber bei weitem nicht so deutlich als wie Fierasfer sind. Was von den Eiern von Scorpaena gesagt ist, gilt auch für die von Julis.

Bei den Eiern von Blennius lässt sich die einseitige Verdickung schon nachweisen, wenn der Randwulst kaum 45° erreicht hat.

Bei den Eiern des Zuiderzeeherings tritt die einseitige Verdickung des Rand-

wulstes auf, wenn die Umwachsung schon den Aequator überschritten hat (ungefähr um die 40ste Stunde). Bei diesem Knochenfisch habe ich die Verhältnisse auch auf Querschnitten etwas genauer studirt. Fig. 3 (Holzschnitt) ist ein Schnitt durch ein Ei aus der 42sten Stunde. In der verdickten Hälfte des Randes liegen die Zellen in zahlreiche Schichten angeordnet, nach der verdünnten Hälfte zu werden sie immer weniger zahlreich, und untersucht man den mittleren Theil der verdünnten Hälfte, so ergiebt sich, dass die Keimzellen hier nur in sehr wenigen Schichten abgelagert sind. Nach innen zu bemerkt man die in der feinkörnigen Grundsubstanz abgelagerten freien Kerne des Parablast an der verdünnten Hälfte des Randwulstes nur in einer einzigen Schicht gelagert, unter der verdickten Hälfte des Keimhautrandes oder Randwulstes findet man sie dagegen in mehren Schichten.

Fig. 3.



Wir haben schon gesehen, dass mit der Ausbreitung des Archiblast sich auch bei allen Knochenfischen unterhalb des Mittelfeldes eine Furchungshöhle bildet. Dieselbe liegt, wie es scheint, bei allen anfangs central. Bei den Knochenfischen, bei welchen schon sehr frühzeitig die einseitige Verdickung auftritt, wird bald eine Veränderung in der Lage der Furchungshöhle sichtbar, sie liegt nicht mehr central, sondern rückt allmählich mehr und mehr unterhalb des verdünnten Theils des Archiblast; besonders deutlich liess sich dies nachweisen an den Eiern von Scorpaena und Blennius, weniger deutlich, obgleich doch vorhanden, an denen von Julis und Fierasfer.

Dagegen scheint die Furchungshöhle bis zu ihrem Verschwinden ihre centrale Lage bei den Knochenfischeiern beizubehalten, bei welchen die einseitige Verdickung des Randwulstes erst dann auftritt, wenn die Umwachsung dem Gegenpol nähekommt (Gobius, Heliasis). Hier ist die Furchungshöhle schon verschwunden, wenn die einseitige Verdickung sich zu bilden anfängt, während sie bei den vorhererwähnten Eiern noch mächtig entwickelt ist, wenn ihre Bildung sich einleitet.

Um die Anlage der Keimblätter genauer an feinen Querschnitten zu studiren, sind die grossen Eier der Forelle oder des Lachses wohl am meisten zu empfehlen, besonders auch deshalb, weil bei diesen Eiern die Entwickelung sehr langsam verläuft. Ich habe für diesen Zweck die Eier der Forelle gewählt. Bei den Eiern dieses Knochenfisches flacht sich der Archiblast bei beginnender Ausbreitung nicht gleichmässig ab, sondern erscheint auf der einen Seite von vorn herein dicker und bei der nachher folgenden Bildung des Randwulstes ist dieser im Umfange des ganzen Keimes ebenso ungleich, wie früher der einfache Rand. Hier tritt also die einseitige Verdickung noch früher als bei allen vorhin erwähnten Eiern auf. Hat der Randwulst sich ausgebildet, dann tritt die Spaltung auf, durch welche die beiden primären Keimblätter gebildet werden. Taf. VI, Fig. 8 stellt einen Querschnitt aus diesem Stadium vor. Die Zellen des Archiblast sind alle einander noch vollständig gleichgestaltet, ausgenommen natürlich die obere Schicht von pflasterförmigen Zellen, welche ich mit Götte als „Deckschicht" bezeichnen werde, und nur die anfangs kaum zu sehende Spalte giebt die erste Differenzirung der Keimzellen in den beiden primären Keimblättern an. Die Spalte streckt sich nach allen Seiten gleichmässig aus, von der Furchungshöhle bis nahe dem äusseren Theil des Randwuldes, wo also die beiden primären Keimblätter in einander übergehen. Die Zellen des Ektoderms sowohl als die des primären Entoderms sind mehr oder wenig rundlich polygonal.

Taf VI Fig. 10 ist ein Querschnitt aus einem spätern Entwickelungsstadium. Die Spalte, durch welche die beiden primären Keimblätter von einander getrennt werden, erscheint deutlicher und schärfer, zugleich bemerkt man aber, dass von dem unteren primären Keimblatt, dem primären Entoderm, ein neues Blatt sich abgespalten hat. Dasselbe liegt dem Parablast unmittelbar auf und besteht nur aus einer einzigen Schicht von Zellen, die allmählich deutlicher eine ovale Gestalt annehmen, und so sich noch scharfer als ein eigenes Keimblatt kennzeichnen.

Hiermit ist die Anlage der Keimblätter fertig. Ektoderm und Mesoderm sind mehrschichtig, das secundäre Entoderm, welches ich einfach als Entoderm bezeichnen werde, ist einschichtig. Unterhalb des Entoderms begegnet man den freien Kernen des Parablast in sehr grosser Zahl.

Die so entstandene einseitige Verdickung des Randwulstes giebt bekanntlich die erste Anlage des Embryo, welcher nun vom Wulst aus gegen den Keimpol

in der Form einer gewölbten Platte verwächst, die den Namen „Embryonalschild" trägt. Die Bildung der Embryonalanlage vollzieht sich aber, wie wir gesehen haben, je nach dem Eie in ganz verschiedenen Momenten der Umwachsung, bei Fierasfer, Scorpaena, Julis und Blennius lange noch bevor der Randwulst den Aequator des Eies erreicht hat, bei den drei erstgenannten Knochenfischen selbst dann schon, wenn die Bildung des Randwulstes eben erst angefangen hat; bei Gobius und Heliasis ganz am Schluss der Umwachsung, derart, dass hier die Embryonalanlage an der vom Keimpol abgewandten Eihälfte auftritt, beim Hering nachdem der Parablast zur Hälfte umwachsen ist. Bei der Forelle flacht sich selbst der Archiblast bei ihrer beginnenden Ausbreitung nicht gleichmässig ab, sondern ist auf der einen Seite von vorneherein dicker und mit dieser Verdickung ist gleichzeitig die Embryonalanlage gegeben.

Aber in welchen ganz verschiedenen Momenten der Umwachsung die Embryonalanlage auch auftreten möge, so geht doch die Umwachsung vom Anbeginn immer in allseitig gleichmässiger Weise vor sich, der Rand wird sich selbst parallel vorgeschoben, und hieran ändert das Auftreten der Embryonanlage gar nichts. An schönsten lässt sich dies wohl an den Eiern der Forelle nachweisen, wo der Process äusserst langsam verläuft und wo man sich leicht überzeugen kann, dass bis zum Schlusse der Umwachsung eine Abweichung des Parallelismus nicht stattfindet.

Der erste, der am Fischeie Keimblätter unterschied, war Rathke *. Nach ihm soll bei Blennius viviparus die Keimhaut aus zwei Blättern bestehen, die in der Mitte des Embryo von einander trennbar, an den Rändern aber unter einander verwachsen sind.

Indessen erkannte Rathke jedoch die Anwesenheit dieser zwei Keimblätter erst in einem ziemlich späten Entwickelungsstadium, und wohl erst dann, wenn Gehirn und Rückenmark, Chorda und Keimwulst schon angelegt waren und der Darm eine deutliche Rinne bildete. Aus dem Schleimblatte liess Rathke den Darm hervorgehen, so wie den Dottersack. Mit dem Schleimblatt verwachsen ist das Gefässblatt, das mit dem Schleimblatte in die Bildung des Dottersackes eingeht, dies wäre also ein drittes Blatt. In der Mitte längs der Chorda sind nach Rathke Schleim- und seröses Blatt verwachsen oder innig verbunden,

---

* Rathke, Bildungs- und Entwickelungsgeschichte des Blennius viviparus; in: *Abhandl. zur Entwickel. des Menschen und der Thiere.* I Th. 1832.

zu beiden Seiten sind beide Blätter trennbar. Aus dem serösen Blatt lässt RATHKE die ganze Leibeswand und deren Anhänge (Flosse, Schwanz u. s. w.) hervorgehen, mit seinem peripherischen Theil umwächst es den Dottersack und bildet es um den Dotter einen zweiten Sack, den RATHKE zum Unterschiede von dem Dottersack „Nabelsack" nannte.

RUSCONI * theilt über die erste Entwickelung im Eie (Schlei und Weissfisch: Cyprinus tinca und alburnus L.) Folgendes mit. Zuerst will ich hervorheben, dass nach ihm die Wörter: Keim, Dotter und Ei synonym sind. Wenn der Furchungsprocess beendigt ist, fängt der Dotter an sich in den Embryo umzuwandeln, die Portion der Dotterhaut, welche die vorragende Stelle übersieht, wird zur Haut des Fisches, diese Umwandlung erstreckt sich nach und nach über die ganze Oberfläche der Dotterkugel und lässt nur eine kleine, kaum merkliche Spalte übrig, welche der After des werdenden Thieres ist. Aber ehe die Haut sich vollständig organisirt hat, zeigt sich auf der neuen Haut ein leichter, dreiseitiger, weisslicher, halb durchsichtiger und nicht ganz genau begrenzter Fleck, und dieser ist die Anlage des Embryo.

Wie RATHKE unterscheidet VON BAER † bei den Knochenfischen zwei Keimblätter, ein dem Dotter zunächst liegendes „plastisches" und ein äusseres „für die animalen Theile des Leibes bestimmtes Blatt." Später spricht er von einer Trennung in ein animales und vegetatives Blatt am vorderen Leibesende, durch das die Bildung des Herzens eingeleitet werde.

DE FILIPPI's § Angaben haben für die Keimblätter durchaus keinen Werth.

VOGT ** giebt an, dass bei Coregonus Palea der Keim nach der Furchung den Dotter umwächst. An einer Stelle bleibt der Keim dicker und je mehr er den Dotter umwächst, um so mehr wird diese Anschwellung excentrisch. Hat der Keim die Hälfte des Eies umwachsen, dann tritt eine Scheidung in Embryonalanlage und Dotterblase ein, an einer Stelle sieht man den Keim den Dotter überragen, an der anderen die oben erwähnte Anschwellung. Jene Vorragung und obige Anschwellung hängen mit einander zusammmen, das Ganze stellt die Em-

---

* RUSCONI, Ueber die Metamorphose des Eies der Fische vor der Bildung des Embryo; in: MÜLLER's *Archiv für Anat. und Phys.* 1836. p. 281.

† K. F. VON BAER; Entwickelungsgeschichte der Fische.

§ DE FILIPPI, Memoria sullo sviluppo dell ghiozzo d'aqua dola (Gobius fluviatilis); in: *Annali universali di Medicina compilati dal dott. Omodei* 1841.

** C. VOGT, Embryologie des Saumons. 1842.

bryonanlage dar. Von eigentlichen Keimblättern spricht VOGT nirgends und Aehnliches gilt von der Mittheilung von AUBERT *.

Der erste Forscher auf dem Gebiete der Entwickelungsgeschichte der Knochenfische, der von einer Schichtung des Keimes vor dem Auftreten des Embryo und während der ersten Zeit der Entwickelung desselben handelt, ist LEREBOULLET † gewesen, in seinen Untersuchungen über die Entwickelungsgeschichte des Hechtes, des Barsches und der Forelle. Indem LEREBOULLET selbst angiebt, dass keine nennenswerthen Unterschiede in der Entwickelung dieser drei Knochenfisch-Arten bestehen, so beschränke ich mich hier auf seinen Mittheilungen über die Entwickelung der Forelle. Dort heisst es „Le blastoderme est doublé intérieurement par une membrane mince qui passe sous l'embryon, et adhère à sa partie inférieure. Cette membrane (feuillet muqueux) est encore granuleuse; elle renferme une grande quantité de cellules graisseuses endogènes, c'est-à-dire contenant d'autres vésicules graisseuses en nombre variable. L'embryon est composé de cellules homogènes et semblables entre elles (cellules embryonaires) et de cellules épidermoïdales caractérisées par des dimensions plus grandes et par la présence d'un gros noyau". Das untere Keimblatt „feuillet muqueux" resp. entoderm, wurde also nach ihm aus dem Nahrungsdotter seinen Ursprung nehmen.

KUPFFER § wiess zuerst an den Eiern von Gobius, Spinachia und Gasterosteus nach, dass die Zellen des Archiblast, des Keimes, die directen Endglieder des Furchungsprocesses sind. Erst in einem viel spätern Entwickelungsstadium, wenn die Rückenfurche sich schon gebildet hat, unterscheidet er drei deutlich getrennte Blätter. Von diesen drei Blättern gehören das obere und das mittlere dem aus der Furchung hervorgegangenen Keime (Archiblast) an, das dritte entsteht nach ihm wahrscheinlich auf ganz abweichendem Wege, unterhalb der Keimhaut, aus der die beiden obern Blätter hervorgehen, als eine von Anbeginn separirte einfache Zellenlage, und überkleidet den Dotter. Die Zellen dieses Blattes sollen nach ihm, wie wir schon früher gesehen haben, auf endogener Weise entstehen.

RIENECK's Angaben ** über die Bildung der Keimblätter bei den Knochen-

---

* AUBERT, l. c.

† LEREBOULLET, l. c.

§ C. KUPFFER, Beobachtungen über die Entwickelung der Knochenfische; in: *Archiv für Mikrosk. Anatomie.* Band IV, p. 202. 1868.

** T. RIENECK, Ueber die Schichtung des Forellenkeimes; in: *Archiv für mikrosk. Anatomie.* Bd. V. p. 356. 1869.

fischen sind mir nicht ganz verständlich. Nur erwähnen will ich, dass er sämmtliche Keimblätter von dem abgefurchten Keime ableitet.

Von grosser Bedeutung für die Kenntniss der Keimblätter bei den Knochenfischen sind die Mittheilungen von GÖTTE *. Nach ihm bilden nach beendigter Furchung die Zellen des Keimes eine linsenförmige Scheibe, welche in einer entsprechenden Vertiefung des Dotters ruht. Darauf verdünnt sich die Mitte des Keimes und lösst sie sich vom Dotter, so dass zwischen beiden die Keimhöhle entsteht. Dann schlägt sich der Rand des Keimes auf einer Seite nach unten um und breitet sich an der unteren Fläche des Keimes aus. So besteht der Keim aus zwei Schichten, welche im verdickten Rande zusammenhängen. Wo jener Umschlag begann, bildet sich die Embryonalanlage, indem die tiefere Schicht sich in zwei Blätter sondert, so dass dort im Ganzen drei Blätter übereinander liegen.

In einer spätern Arbeit kommt GÖTTE † noch einmal auf diese Sache ausführlicher zurück, um zu zeigen, dass die secundäre Keimschicht auch in ihrem Anfange oder innerhalb des Randwulstes nicht durch eine Abspaltung von der schon unsprünglich darüberliegenden Zellenmasse entstehe, sondern aus dem äussersten Rande der primären Keimschicht hervorwachse, um sich weiterhin an deren unterer Fläche auszubreiten.

So sehr ich nun auch mit GÖTTE darin übereinstimme, dass die Bildung der Keimblätter vom Randwulst ausgeht, so wenig kann ich mich mit ihm vereinigen, wenn er angiebt, dass die secundäre Keimschicht (das primäre Entoderm) nicht durch eine Abspaltung von der schon ursprünglich darüberliegenden Zellenmasse entsteht, sondern aus dem äussersten Rande der primären Keimschicht hervorwachse, um sich weiterhin an derer unteren Fläche auszubreiten. Wäre dies wirklich der Fall, dann müsste sich dies doch wenigstens recht deutlich an den ganz pelluciden Eiern von Fierasfer, Julis und Scorpaena nachweisen lassen. Ich konnte mich hiervon, trotz wiederholter Untersuchung, niemals überzeugen und auch die Querschnitte an Forellenkeimen zeigten den Process in der oben beschriebenen Weise.

OELLACHER's § ausführliche Mittheilungen über die Keimblätter bei den Knochenfischen lassen sich nicht leicht in kurzen Wörtern wiedergeben. Nur sei hier erwähnt, dass er vier Keimblätter unterscheidet, die alle aus dem Archiblast

---

* GÖTTE, Zur Entwickelungsgeschichte der Wirbelthiere. Vorläufige Mittheilung; in: *Centralblatt für die med. Wissenschaften.* 7. Jahrg. 1869. N⁰. 26. p. 404—406.

† GÖTTE, Beiträge zur Entwickelungsgeschichte der Wirbelthiere; in: *Archiv. für mikrosk. Anatomie.* Bd. IX. p. 679. 1873.

§ J. OELLACHER, Beiträge zur Entwickelung der Knochenfische nach Beobachtungen am Bachforellenei; in: *Zeitschr. für Wiss. Zoologie.* Bd. XXXIII. p. 1. 1873.

entstehen. Diese vier Keimblätter sind das Hornblatt, die oberflächlichste Schicht palissadenartiger Zellen, welche sich schon während der Furchung von den übrigen Keimzellen differenzirt, das Sinnesblatt, das mittlere Blatt und das Darmdrüsenblatt, letzteres ist nach ihm ein- bis zweischichtig und tritt erst während der eigentlichen Embryonalentwickelung, als eigenes Blatt, deutlicher hervor. Das Sinnesblatt und das mittlere Blatt sind mehrschichtig. Die freien Kerne des Parablast sind nach ihm Keimzellen, die auf dem Boden der Keimhöhle gefallen sind und sich in die oberflächlichsten Schichten des Dotters eingegraben haben. Nach den Beobachtungen von KOWALESVKY * besteht der Randwulst (Keimwall KOWALESVKY) aus zwei Blättern — einem oberen und einem unteren — welche an den Rändern in einander übergehen. Aus dem obern entwickelt sich nach ihm Haut und Nervensystem, es entspricht also dem Ektoderm, aus dem unteren Darmdrüsenblatt und mittleres Blatt. KOWALEVSKY stimmt also darin mit OELLACHER und GÖTTE überein, dass er ebenfalls alle Keimblätter von dem Keime — dem Archiblast — ableitet und der Parablast daran sich nicht betheiligen lässt.

OWSJANNIKOW † lässt die freien Kerne, welche nach ihm in dem Nahrungsdotter (Nebenkeim OWSJANNIKOW) selbst entstehen, an der Bildung der Embryonalanlage sich ebenfalls betheiligen. Welche Theile des Embryo einzig und allein aus den Zellen des Nebenkeimes gebildet werden und welche aus dem Hauptkeime, wird aber nicht angegeben.

Ueber die Keimblätter der Cyprinoiden sagt von VAN BAMBEKE §: „D'abord apparaissent deux feuillets blastodermiques primaires ou fondamentaux, les homologues des deux feuillets de la gastrule et présentant, dès l'origine, ce contraste morphologique qu'on observe, entre ces deux feuillets, chez la plupart des espèces animales. Ces feuillets sont: I. le feuillet primaire externe (feuillet animal de VON BAER — Exoderme ou Epiblaste: HUXLEY — Lamina dermalis: HAECKEL) et II. le feuillet primaire interne (feuillet végétatif de VON BAER — entoderme ou hypoblaste: HUXLEY — Lamina gastralis HAECKEL). De bonne heure on voit se différencier du feuillet primaire externe une couche cellulaire simple, la lamelle enveloppante (Deckschicht de GÖTTE). Le reste du feuillet

---

* A. KOWALEVSKY, Weitere Studien über die Entwickelung der einfachen Ascidien; in *Archiv. für mikrosk. Anatomie.* Bd. VII. p. 114. Amn. 1871.

† PH. OWSJANNIKOW, Ueber die ersten Vorgänge der Entwickelung in den Eiern des Coregonus lavaretus; in: *Bulletin de l'Acad. imp. de St. Petersbourg.* T, XIX. p. 226. 1874.

§ C. VAN BAMBEKE, Recherches sur l'embryologie des poissons osseux; in: *Mémoires couronn. de l'Acad. royale de Belgique.* 1875.

primaire externe se partage, à son tour, en deux feuillets: le feuillet sensoriel et le mésoblaste ou mésoderme. Ce dernier donne naissance au deuxième et (?) au troisième feuillet blastodermique secondaire.

Le feuillet primaire interne correspond au quatrième feuillet blastodermique secondaire (feuillet muqueux de LEREBOULLET) et peut-être forme-t-il ou concourt-il à former la lamelle vasculaire de VON BAER, c'est-à-dire le troisième feuillet blastodermique secondaire. Le feuillet primaire interne, mit andern Wörtern das Entoderm, lässt von VAN BAMBEKE aus den freien Kernen des Parablast (couche intermédiaire) seinen Ursprung nehmen.

HAECKEL * leitet wieder alle Keimblätter bei den Knochenfischen von den Zellen des Archiblast ab. Ueber die Bildung der Keimblätter theilt er folgendes mit. Nachdem die Umwachsung angefangen und die Furchungshöhle sich gebildet hat, folgt nach ihm der höchstwichtige und interessante Vorgang, den er als Einstülpung der Blastula auffast und der zur Bildung der Gastrula führt. Es schlägt sich nämlich der verdickte Saum der Keimscheibe, der Randwulst, oder das Properistom, nach innen um und eine dünne Zellenschicht wächst als directe Fortsetzung desselben, wie ein immer enger werdendes Diaphragma, in die Keimhöhle hinein. Diese Zellenschicht ist nach ihm das entstehende Entoderm. Die Zellen, welche dieselbe zusammensetzen und aus dem inneren Theile des Randwulstes hervorwachsen, sind viel grösser aber flächer als die Zellen der Keimhöhlendecke und zeigen ein dunkleres, grobkörniges Protoplasma. Auf dem Boden der Keimhöhle, d. h. also auf der Eiweisskugel des Nahrungsdotters, liegen sie unmittelbar auf und rücken hier durch centripetale Wanderung gegen dessen Mitte vor, bis sie dieselbe zuletzt erreichen und nunmehr eine zusammenhängende einschichtige Zellenlage auf dem ganzen Keimhöhlenboden bilden. Diese ist die erste vollständige Anlage des Darmblattes, Entoderms oder Hypoblasts und von nun an kann man, im Gegensatz dazu den gesammten übrigen Theil des Blastoderms, nämlich die mehrschichtige Wand der Keimhöhlendecke als Hautblatt, Exoderm oder Epiblast bezeichnen. Der verdickte Randwulst, in welchem beide primäre Keimblätter in einander übergehen, besteht in seinem obern und äussern Theile aus Exodermzellen, in seinem untern und innern Theile aus Entodermzellen."

Ich brauche es aber wohl nicht zu wiederhohlen, dass ich mich mit diesen Angaben HAECKEL's nicht vereinigen kann. Weder an den intacten ganz, pel-

* E. HAECKEL, Die Gastrula und die Eifurchung der Thiere; in: *Jenaische Zeitschr.* Bd. IX. p. 402. 1875.

luciden Eiern des Mittelmeers, noch an Querschnitten durch Forelleneier liess sich je etwas beobachten, was auch nur mit einem Umschlage des Randwulstes zu vergleichen wäre.

Nach VAN BENEDEN * rühren die Keimblätter zum Theil vom Archiblast, zum Theil von den freien Kernen des Parablast her, oder wie er es ausdrückt: „de la couche intermédiaire, qui revêt le globe deutoplasmique et qui ne prend aucune part à la segmentation." Nach ihm lässen sich folgende Schichten unterscheiden:

1. Une lamelle enveloppante (d. h. die Deckschicht).
2. Un feuillet ectodermique, derivé du blastodisque et destiné à se subdiviser ultérieurement en un feuillet sensoriel et un feuillet moyen externe.
3. Un feuillet moyen interne d'origine endodermique et destiné à fournir les éléments du sang, les vaisseaux et les tissus conjunctifs.
4. Un feuillet endodermique destiné à fournir ultérieurement des cellules au feuillet moyen interne et à donner naissance à l'épithelium du tube digestif.

Die beiden ersteren wurden dann von den Zellen des Archiblast, die beiden letzteren von den freien Kernen des Parablast abstammen.

In seinen Untersuchungen über die Entwickelungsgeschichte des Herings im Eie giebt KUPFFER † an, dass nachdem der Randwulst entstanden ist, innerhalb desselben eine Spaltung auftritt, wodurch die Zellenmasse des Wulstes sich in zwei übereinander gelagerte Schichten theilt. Dieselben entsprechen das künftige Ektodern und Mesoderm, und verdanken ihren Ursprung also dem Archiblast. Das Entoderm dagegen kommt nach ihm aus den freien Kernen (Zellen: KUPFFER) des Parablast. Dass ich mich KUPFFER nicht anschliessen kann, braucht nach Alles, was ich schon früher darüber mitgetheilt habe, nicht weiter erörtert zu werden.

Auch in einer spätern Mittheilung hält KUPFFER § an der Meinung fest, dass das Epithel des Darmes von einer Zellenlage stammt, deren Elemente ausserhalb des in Furchung begriffenen Keimes im Rindenprotoplasma des Dotters nach dem Typus freier Zellenbildung entstehn und nachträchlich bei der Ausbreitung des Keimes zum Blastoderm von letzteren überlagert werden.

---

* E. VAN BENEDEN, Contributions à l'histoire du développement embryonnaire des Téléostiens; in: *Bullet. de l'Acad. royale de Belgique.* 46 Année. 2me Série. T. 44. p. 703. 1877.

† KUPFFER, l. c.

§ C. KUPFFER, Die Entstehung der Allantois und die Gastrula der Wirbelthiere; in: *Zool. Anzeiger.* IIte Jahrg. 1879. p. 597.

Ueber das Mesoderm giebt His * an, dass beim Lachskeim ein Theil von der Anlage des mittleren Keimblattes von der Schicht abstammt, welche während des Stadium B (Durchmesser der Keimscheibe 2.2 mm.) als Ektoderm sich abgegrenzt hatte.

Der letzte Autor, den ich sich zu erwähnen habe, ist Henneguy †. Das Resultat seiner Untersuchungen stimmt vollständig mit dem von Götte uberein, dass nämlich der Randwulst sich nach innen umschlägt, und so die beiden primären Keimblätter entstehen. Die Untersuchungen wurden an den Eiern der Forelle und des Barsches angestellt. Das nach innen umschlagen (reflection of the margins of the blastoderm) des Randwulstes, erklärt Henneguy nicht allein auf Querschnitten von Forelleneiern, sondern auch an den frischen, intacten Eiern des Barsches gesehen zu haben. Die Eier der letztgenannten Fischart hatte ich keine Gelegenheit zu untersuchen, ich kann aber nur wiederhohlen, dass ich an den ganz pelluciden und kleinen Eiern des Mittelmeers, niemals etwas gesehen habe, was als ein Umschlagen des Randwulstes zu bezeichnen wäre.

Schon früher habe ich es erwähnt und will es noch einmal hervorheben, dass die freien Kerne des Parablast sich so scharf von den Zellen des Archiblast unterscheiden, dass eine Verwechselung zwischen beiden nicht gut möglich ist. Diese freien Kerne, welche besonders auf feinen Querschnitten durch Forelleneier so prachtvoll sich nachweisen lassen, begegnet man bei allen untersuchten Knochenfischen noch in dem Stadium, in welchem der Darm sich schon gebildet hat und eine Umbildung dieser freien Kerne in Zellen habe ich bis zu diesem Stadium (weiter reichen meine Untersuchungen noch nicht) nie beobachten können.

Was der Ursprung der Keimblätter betrifft, so stimme ich mit Oellacher und Götte vollständig darin überein, dass sie nur von dem abgefurchten Keim, dem Archiblast stammen, während an ihrer Bildung der Parablast, der Nahrungsdotter sich nicht betheiligt, dagegen muss ich in der Bildung der Keim-

* W. His, Untersuchungen über die Bildung des Knochenfischembryo (Salmen) II; in: *Archiv für Anatomie und Entwickelungsgeschichte.* Bd. I. p. 180. 1878.

† Henneguy, On some facts in regard to the first Phenomena of the Development of the Osseous fishes; in: *Ann. of Nat. Hist.* (5) Vol. (6) Nov. p. 482—484. 1880. Auszug aus: *Bullet. Soc. Phil. de Paris* 1880. (NB. die »Bull." standen mir nicht zu Verfügung.

blätter selbst, wie wir gesehen haben, nicht unbedeutend von ihnen abweichen, indem ich dieselben bei den Knochenfischen nur durch Abspaltung entstehen lassen kann.

Ich habe schon beim Heringsei erwähnt, dass der verdünnte Theil, d. h. der nicht embryonale Theil des Randwulstes, nur aus wenigen Schichten von Zellen besteht. Bei der Forelle konnte ich an feinen Querschnitten durch denselben am Ektoderm nur zwei Schichten unterscheiden, zu äusserst die aus abgeplatteten Zellen bestehende Deckschicht und eine darunter gelegene, mehr aus polygonalen Zellen zusammengesetzte Schicht — die Grundschicht — wie sie von GÖTTE bezeichnet ist. Eine äusserst feine, dennoch sehr deutliche Spalte grenzte das Ektoderm von dem darunter gelegenen Mesoderm ab, welches drei bis vier Zellenschichten dick war. Die unterste dieser Schichten, welche unmittelbar dem Parablast aufliegt, und die also dem Entoderm entspricht, ist so wenig scharf begrenzt, und ihre Zellen stimmen in ihrem Bau noch so sehr mit den darüber gelegenen überein, dass man kaum sagen kann, dass das primäre Entoderm sich hier ebenfalls in Mesoderm und secundärem Entoderm gespalten hat.

Die Dottersackhaut besteht nur aus zwei Zellenschichten, die beide dem Ektoderm zugehören und zwar aus der Deckschicht, mit der darunter gelegenen Lage, der Grundschicht (Taf. VII, Fig. 2).

OSCAR und RICHARD HERTWIG * haben in der jüngsten Zeit eine höchst interessante Abhandlung über die Mesodermbildung sowohl bei Wirbelthieren, wie bei Wirbellosen publicirt. Die schon von BALFOUR † aufgestellte Hypothese, dass bei den Wirbelthieren (Selachii) das Mesoderm sich paarig anlegt, als paarige Ausstülpungen des Urdarms, dass somit die Leibeshöhle daher in ähnlicher Weise wie bei dem Amphioxus und den Chaetognathen ein Enterocoel sei, ist durch die beiden ebengenannten Autoren ausführlicher auseinander gesetzt. Sie haben ihre Untersuchungen auf mehreren Objecten ausgedehnt, unter welchen die Amphibien die beweisendsten Resultate geliefert haben.

Dass die Knochenfische für diese Untersuchungen ein sehr ungeeignetes und undankbares Object sind, liess sich a priori erwarten, denn bekanntlich weicht

---

* OSCAR HERTWIG und R. HERTWIG, Die Coelomtheorie. Versuch einer Erklärung des mittleren Keimblattes; in: *Jenaische Zeitschrift für Naturw.* Bd. XV. p. 1. 1881.

† BALFOUR, A Monograph of the Development of Elasmobranch fishes. 1878.

die Entwickelungsgeschichte dieser Wirbelthiere in mancher Beziehung ganz von der der anderen ab, ich brauche hier einfach an der Bildung des Nervensystems zu erinnern, welches sich hier, in seiner ganzen Länge, in Gegensatz zu allen anderen Wirbelthieren, solide anlegt. Ich kann denn auch bei den Knochenfischen die Bildung des Mesoderms nur als ein Abspaltungsproduct des primären Entoderms betrachten. Es lässen sich aber zwei Sachen zu Gunsten der BALFOUR-HERTWIG'schen Theorie hervorheben: 1) dass die Bildung des Mesoderms von dem Theil, welchen man als den „Gastralmund" bezeichen kann, ausgeht; 2) dass in dem Stadium, in welchem die Chorda sich anzulegen anfängt, in der Axe kein Mesoderm vorhanden ist, sondern dass dasselbe hier als zwei in der Mittellinie getrennte Zellenmassen sich zeigt. Denkt man sich das Abweichende in der Anlage des Nervensystems weg, dann stimmen die Bilder, welche man aus diesem Stadium auf Querschnitten erhält (siehe im nächsten Capitel) bei Petromyzonten, Knochenfischen, Knorpelfischen und Amphibien (Tritonen) völlig mit einander überein.

Bekanntlich was es LEREBOULLET * der zuerst am Teleostiereie nachwies, dass die Embryonalanlage aus dem Randwulst hervorgeht und in der Richtung eines Meridians des Eies sich verlängert.

KUPFFER † hat in seiner schönen Abhandlung über die Entwickelung der Knochenfische, den Gang und Zusammenhang der Erscheinungen folgenderweise dargestellt. „Die Ausbreitung des gefurchten Keimes über die Dotteroberfläche erfolgt gleichmässig centrifugal, der Keimpol bleibt Mittelpunkt der kappenförmigen Keimhaut. Während dieses Vorganges, also während der Bildung der Keimhaut aus dem Keim, tritt eine Sonderung zwischen Mitte und Rand der Keimhaut in doppeltem Sinne auf, einmal nach der Vertheilung der Zellenmasse und dann nach der Gestaltung der Zellen in beiden Regionen. Die Mitte verdünnt sich und der Rand verdickt sich ringsum gleichmässig, es vollzieht sich die Scheidung von Mittelfeld und Randwulst. Gleichzeitig differenziren sich die Zellen in beiden Regionen. Die der ersten flachen sich ab, werden durchsichtig und fügen sich nach Art eines Pflasterepithels in polygonalen Umgrenzungen an einander, die Zellen des Randes bleiben rund, gegen einander beweglich, haben geringern Durchmesser als die erstern und zeigen stetig fortschreitende Vermehrung durch Theilung.

Nachdem der Randwulst gebildet ist, ändert sich der Hergang, bisher fand die Bewegung der Zellenmasse vom Keimpol aus allseitig in der Richtung der

* LEREBOULLET, l. c.

† KUPFFER, l. c.

Meridiane statt, in der zweiten Phase erfolgt nun Bewegung der Zellen im Randwulste von einer Hälfte desselben zur andern hin in aequatorialer (dem Aequator paralleler) Richtung. In Folge dessen wird der Randwulst auf einer Seite absolut dünner, als er vorher war, auf der andern nimmt seine Dicke zu.

Die so entstandene einseitige Verdickung des Randwulstes giebt die erste Anlage des Embryo, welche nun vom Wulst aus gegen den Keimpol in der Form einer gewölbten Platte verwächst, die als Embryonalschild bezeichnet wurde. Dabei geht die Umwachsung des Dotters durch die Keimhaut weiter, indem der freie Rand sich seiner ursprünglichen Stellung parallel vorschiebt. Die Bildung der Embryonalanlage vollzieht sich aber je nach dem Eie in ganz verschiedenen Momenten der Umwachsung, bei den Gasterostei bevor der Randwulst den Aequator des Eies erreicht hat, bei Gobius ganz am Schlusse der Umwachsung, derart, dass hier die Embryonalanlage an der vom Keimpol abgewandten Eihälfte auftritt." Ich muss mich hierin, wie wir gesehen haben, im allgemeinen Kupffer vollständig anschliessen und kann in keiner Weise den Angaben Oellacher's * beistimmen, wenn er sagt, dass bei der Forelle bei der Umwachsung des Dotters durch die Keimhaut der Rand derselben nicht allseitig vorrücke, sondern jene von Anbeginn an dickere Partie ihren Platz auf der Oberfläche nicht ändere, aber fixirt bleibe und dass die Umwachsung nur durch ein Vorschreiten der dünnern Hälfte des Keimes rings um den Dotter herum erfolge, derart, dass der Schluss der Umwachsung an jener Stelle sich vollziehe, die die Verdickung von Anbeginn an inne gehalten hat. Oellacher's richtige Angabe, dass beim Forelleneie der sich ausbreitende Archiblast von Anfang an schon ungleich dick ist, wurde schon von Götte bestätigt. Van Bambeke † stimmt mit Oellacher darin überein, dass bei den Cyprinoiden der Randwulst (bourrelet blastodermique van Bambeke) „a en un endroit — celui où se forme l'embryon — dès l'origine, plus d'épaisseur." Dagegen giebt er ausdrücklich an, dass er Oellacher's Angaben nicht bestätigen kann, dass jene von Anbeginn an dickere Partie ihren Platz auf der Oberfläche nicht ändere, und fixirt bleibe, sondern er stimmt hierin mit Kupffer überein, dass die Umwachsung des Dotters durch die Keimhaut allseitiggleichmässig weiter geht.

His § kann sich Oellacher's Auffassung ebenfalls nicht vollständig anschliessen, denn, sagt er: „Will man die verschiedenen Entwickelungsstadien während

* Oellacher, l. c.

† Van Bambeke, l. c.

§ W. His, Untersuchungen über die Entwickelung von Knochenfischen, besonders über diejenigen des Salmens; in: *Zeitschrift für Anatomie und Entwickelungsgeschichte*. Bd. I. p. 1. 1876.

der Umwachsungsperiode auf einander projiciren, so hat man vom Kopfende als unbeweglichem Stücke auszugehen. Es ergiebt sich, dass der vor dem Kopfe liegende Theil des Keimhautrandes allerdings einen viel grösseren Weg zurücklegt, als der hintere Rand, allein der letztere darf nicht, wie OELLACHER will, als feststehend angenommen werden." Und weiter heisst es. „Nach vollendeter Umwachsung des Eies durch die Keimhaut umschliesst der Lachsembryo etwas mehr als ein Viertel des Eiumfanges." Daraus folgt dann von selbst, dass nach HIS beim Lachs der freie Rand der Keimhaut sich seiner ursprünglichen Stellung nicht parallel vorschiebt, sonst müsste der Embryo nach vollendeter Umwachsung des Eies durch die Keimhaut nicht etwas mehr als ein Viertel des Eiumfanges sondern 180° umschliessen. Lachseier konnte ich nicht untersuchen, wohl dagegen die der Forelle, und hier umschliesst der Embryo, nach beendeter Umwachsung, denn auch wirklich 180°.

Dass die Masse, aus welcher die Rumpfanlage hervorgeht, im Randwulst aufgespeichert ist, dass der Rumpf des Knochenfischembryo, aus zwei ursprünglich getrennten Hälften durch Aneinanderlegen derselben sich bildet, und dass das Kopf- und das äusserste Schwanz-Eende keiner Verwachsung bedürfen, da ihre Seitenhälften von Anfang an verbunden sind, ist eine Theorie, in welcher ich HIS für die Knochenfische ebenso wenig als für die Knorpelfische * beistimmen kann.

Aus Volumbestimmungen der Keimscheibe und ihrer einzelnen Abschnitte ist HIS † zu dem Resultate gekommen, dass „während der ganzen Formungsperiode, d. h. vom Schluss der Furchungszeit bis zur vollendeten Aufreihung des Embryo das Volum des Keimes dasselbe bleibt. Die Bildung des Embryo aus dem Keim beruht nach ihm in der Umlagerung eines Materiales, welches zum Beginn der Formungsperiode in Gestalt eines flachen Klumpens vollständig beisammen war." Als das Endglied der Formungsperiode ist nach HIS die Stufe der Keimentwickelung anzusehen, bei welcher der Dotter in Schliessung begriffen ist. Der Embryo umspannt in diesem Stadium, wie wir gesehen haben, nach HIS etwas mehr als 90°. Ich fand aber wie gesagt, dass am Schliessungsact der Embryo immer 180° mass.

In diesem Stadium nun d. i. in dem, in welchem der Parablast vollständig umwachsen ist, hat sich die Chorda zum grössten Theil schon aus dem Entoderm (durch Proliferation von dessen Zellen) entwickelt, haben sich die Kiemenfalten schon angelegt, die Augenblasen gebildet u. s. w. Alle diese Organenan-

---

* C. K. HOFFMANN, l. c.

† HIS, *Zeitschrift für Anat. und Entw.* Bd. I.

lagen sind natürlich nur durch stätig fortgesetzte Theilung der ursprünglich vorhandenen Keimzellen entstanden. Es ist mir nicht recht deutlich, wie alle diese Anlagen vor sich gehen können und gleichzeitig das Volum des Keimes vom Schluss der Furchungszeit bis zum Endstadium der Umwachsung dasselbe bleiben kann.

VII. Die Leistungen der Keimblätter.

Im vorigen Kapitel haben wir gesehen, wie die einseitige Verdickung die erste Anlage des Embryo darstellt und wie sich bei den Knochenfischen die Bildung der Embryonalanlage in ganz verschiedenen Momenten der Umwachsung vollzieht. Kupffer * hat die einseitige Verdickung mit dem vorzüglich gewählten Namen des Embryonalschildes bezeichnet (Bandelette embryonaire von Lereboullet), ein Name der auch von fast allen spätern Autoren adoptirt ist. Innerhalb des Embryonalschildes schreitet die Concentration weiter gegen den Meridian fort, der die Axe des Schildes bildet.

Bei dieser Concentration in der Richtung des Meridianes treten nun höchst interessante Lagerungsveränderungen von den Zellen des Mesoderms auf.

Während anfangs die drei Keimblätter über einander geschichtet liegen, rücken die Zellen des oberen Keimblattes immer mehr in der Richtung der Axe auf einander, bilden so allmählich den von Kupffer zuerst beschriebenen Kiel (auf welchen ich bei dem oberen Keimblatte ausführlicher zurückkommen werde) und drängen gleichzeitig die Mesodermzellen mehr und mehr beiderseits der Axe entlang, bis schliesslich unterhalb des keilförmig gestalteten Ektoderms, — welches die Anlage des Nervensystemes bildet, — keim Mesoderm sich mehr findet, und hier also in der Axe das Ektoderm unmittelbar das Entoderm berührt (vergl. Taf. VII, Fig. 3). Das Mesoderm liegt dann jederseits der Axe als eine bilateral symmetrische Zellenschicht und in der Axe selbst ist kein Mesoderm mehr vorhanden.

Ich werde nun zuerst

die Leistungen des unteren Keimblattes

besprechen und fange an mit der

---

* Kupffer, l. c. *Archiv f. mikrosk. Anat.* Bd IV.

*

Entwickelungsgeschichte der Chorda dorsalis.

Die Chorda dorsalis entwickelt sich bei den Knochenfischen, wie bei den Knorpelfischen aus dem Entoderm. Dabei treten dieselben Verhältnisse auf, wie ich sie bei den Knorpelfischen angegeben habe *, dass nämlich die Entwickelung der Chorda dorsalis nicht von vorn nach hinten, sondern von hinten nach vorn fortschreitet, mit dem Unterschiede jedoch, dass, während bei den Knorpelfischen die Chorda ganz am hintersten Theile des Embryo sich von dem Entoderm abzuschnüren anfängt, bei den Knochenfischen dagegen die Abschnürung mehr in dem hinteren Theil der mittleren Partie des Embryo zuerst auftritt, indem die Differenzirung der Keimblätter bei den Knochenfischen im hintersten Theile des Embryo erst sehr spät zu Stande kommt.

Taf. VII, Fig. 4—8 sind vier Querschnitte aus einer Serie (von hinten nach vorn genommen) eines Forellenembryo. In dem hintersten Querschnitt (Fig. 4) hat die Chorda sich schon vollständig vom Entoderm abgeschnürt; in dem (nach vorne zu) darauf folgenden, ist die Chorda zwar wohl schon recht deutlich zu sehen, sie hängt aber noch continuirlich mit dem Entoderm zusammen (Fig. 5). Kommt man noch mehr nach vorn (Fig. 6), so bemerkt man eine geringe flache Proliferation des Entoderms unterhalb der Anlage des Nervensystems, es ist dies die erste Anlage der Chorda; in einem noch mehr nach vorn genommenen Schnitte (Fig. 7) ist von einer Chorda noch nichts zu sehen. Entoderm und Ektoderm liegen hier unmittelbar an einander. Der letzterwähnte Schnitt liegt noch eine Strecke weit hinter der Anlage des Gehörorganes. Jederseits der Axe bemerkt man, dass die Zellen des Entoderms in diesem Schnitte statt einer länglich ovalen eine hohe, cylinderförmige Gestalt angenommen haben, es ist dies die erste Anlage der Kiemenfalte.

Taf. VII. Fig. 8 endlich ist ein Längsschnitt gerade durch die Axe eines Forellenembryo, aus einem etwas späteren Entwickelungsstadium. Nach hinten ist die Chorda scharf und deutlich von dem Entoderm abgesetzt, verfolgt man sie aber nach vorn zu, so verschmelzen die Chordazellen, allmählich mehr und mehr mit den Entodermzellen und unterscheiden sich immer weniger deutlich von diesen, um schliesslich vollständig zu verschwinden. Demnach ergiebt sich also wohl unzweifelhaft, dass auch bei den Knochenfischen die Chorda aus dem Entoderm ihren Ursprung nimmt und ihre Abschnürung von dem Entoderm von hinten nach vorn fortschreitet.

---

* C. K. Hoffmann, l. c.

In seiner Entwickelungsgeschichte der Unke giebt GÖTTE an, dass die Chorda bei der Forelle wie bei den Amphibien in dem mittleren Keimblatte entsteht. OELLACHER lässt an der Bildung der Chorda sowohl das Ektoderm als das Mesoderm sich betheiligen. Nach ihm gliedert sich nämlich die Embryonalanlage im Bereiche des mittleren und des Sinnes-Blattes in einen Axenstrang und die hierzu gegensätzlichen Seitentheile der beiden genannten Blätter, die er im mittleren Keimblatte Seitenplatten nennt. Der Axenstrang nun trennt sich nach ihm in Medullarstrang und Chorda dorsalis. RADWANER * sagt, dass eine Reihe von Querschnitten von Forellenembryonen es ihm wahrscheinlich macht, dass die Chorda ein Gebilde des äusseren Keimblattes sei.

Nachdem BALFOUR † zuerst nachgewiesen hat, dass die Chorda bei den Knorpelfischen aus dem Entoderm entstehe, theilte CALBERLA § mit, dass Aehnliches auch bei den Petromyzonten und ebenfalls bei den Knochenfischen (Lachs und Bachforelle) stattfinde.

GÖTTE ** dagegen giebt bestimmt an, dass bei der Bachforelle die Chorda nicht aus dem Entoderm, sondern aus dem Mesoderm stamme, wie aus seinen neueren Untersuchungen hervorgeht. Er sagt „auch hier muss ich meine früheren Angaben aufrecht erhalten, wie ein Blick auf die beigefügten Abbildungen ergiebt, zuerst sondert sich ein kontinuirliches mittleres Keimblatt vom Darmblatt ab, und erst darauf entsteht in jenem die Wirbelsaite. Allerdings zeigen die Durchschnitte, dass die Trennung des Darmblattes vom Axenstrange, der spätern Chordaanlage, anfangs keine durchgehend vollständige ist; aber sie fehlt eben nicht ganz, sondern erscheint nur unterbrochen, so wie es auch gleichzeitig an einzelnen Stellen zwischen den Seitentheilen beider Keimblätter der Fall ist. Immerhin muss ich auf Grund zahlreicher Vergleichungen annehmen, dass die Ablösung des Axenstranges vom Darmblatte etwas träger erfolgt als an den Seitentheilen, und dass selbst die seitlich eben abgesonderte Chordaanlage unten nicht so glatt und rein wie die Segmentplatten vom Darmblatte getrennt ist. Dagegen habe ich niemals gefunden, dass der Axenstrang oder gar die seitlich

---

* J. RADWANER, Ueber die erste Anlage der Chorda dorsalis; in: *Wiener Sitzber.* Bd. LXXIII. 3 Abth. p. 159. 1876.

† F. M. BALFOUR, A Monograph of the development of Elasmobranch fishes. 1878.

§ E. CALBERLA, Zur Entwickelung des Medullarrohres und der Chorda dorsalis der Teleosteer und der Petromyzonten; in: *Morphol. Jahrb.* Bd. III. p. 226. 1877.

** A. GÖTTE, Beiträge zur Entwickelungsgeschichte der Wirbelthiere. V. Ueber die Entwickelung der Wirbelsaite bei Teleosteern und Amphibien; in: *Archiv f. mikrosk. Anatomie.* Bd. XV. p. 180.

schon abgesonderte Chordaanlage nach unten mit dem Darmblatte zusammenhing; noch weniger dass diese Anlage unmittelbar bis an die Darmhöhle reiche und nur seitlich in das Darmblatt übergehe, welches also in zwei Seitenhälften angelegt, erst secundär unter der Wirbelsaite zu einem Blatte zusammenflösse."

Ich muss hierin aber bestimmt von GÖTTE abweichen, denn in dem Stadium, in welchem sich der Kiel zu bilden anfängt und die Anlage des Nervensystems als ein keilförmiger Strang sich zeigt, bildet das Mesoderm nicht mehr ein continuirliches Blatt, sondern liegt symmetrisch neben der Axe als zwei gesonderte Zellenhaufen, die nicht mehr mit einander zusammenhängen, während in der Axe selbst das Mesoderm, wie wir gesehen haben, vollständig fehlt.

Dass die Chorda dorsalis nicht aus dem mittleren, sondern aus dem unteren Blatt ihren Ursprung nimmt, hat sich in der letzten Zeit mehr und mehr bestätigt. Zuerst bei Amphioxus durch KOWALEVSKY * nachgewiesen, erschien bald darauf die höchst interessante Monographie von BALFOUR † über die Entwickelung der Knorpelfische, in welcher eine ähnliche Abstammung der Chorda aus dem Entoderm zweifellos festgestellt wurde. CALBERLA § zeigte dann, dass die Amphibien (Rana, Bombinator), die Knochenfische (Lachs und Forelle), und die Petromyzonten ganz ähnlich sich verhalten, und dass auch hier die Chorda dem Entoderm entstammt. Für die Urodelen wurde dies bestätigt von SCOTT und OSBORN **, für die Reptilien von BALFOUR ††, für die Säugethiere von HENSEN §§, und neuerdings wieder durch SCOTT *** für die Petromyzonten, endlich schliesslich auch durch GERLACH ††† für die Vögel. Ich

---

* KOWALEVSKY, Weitere Studien über die Entwickelungsgeschichte des Amphioxus lanceolatus; in: *Archiv f. mikrosk. Anatomie.* Bd. XIII. 1877.

† BALFOUR l. c.

§ CALBERLA, l. c.

** SCOTT and OSBORN, On some points in the Development of the Common Newt; in: *Quart. Journal Mikrosc. Science.* 1879.

†† BALFOUR, Early Development of the Lacertilia; in: *Quart. Journal of Microsc. Science.* 1879.

§§ HENSEN, Beobachtungen über die Befruchtung und Entwickelung des Kaninchens und Meerschweinchens; Fortsetz. in: *Zeitschrift für Anatomie und Entwickelungsgeschichte.* Bd. I. p. 316. 1876.

*** SCOTT, Beiträge zur Entwickelungsgeschichte der Petromyzonten; in: *Morphol. Jahrb.* Bd. VII. p. 101. 1881.

††† L. GERLACH, Ueber die entodermale Entstehung der Chorda dorsalis; in: *Biol. Centralblatt.* N°. 1. 1881. p. 21.

muss aber hervorheben, dass Braun* in seiner Abhandlung über die Entwickelung des Wellenpapagei's die Chorda wieder nicht aus dem Entoderm, sondern aus dem Mesoderm sich entwickeln lässt, und dass auch Kölliker † beim Kaninchen angiebt, dass die Chorda dem Mesoderm entstamme, indessen fügt er hinzu „.... doch muss zugegeben werden, dass ihr erstes Auftreten hier sehr eigenartig ist, und dass ihre grosse Breite bei geringer Dicke und die geringe Entwicklung, oder besser gesagt Verdünnung des Entoderma unter ihr zu dem Anscheine Veranlassung geben kann, als ob dieselbe ein Theil des Entoderma sei und aus demselben hervorgehe."

Wenn also für die höheren Wirbelthiere noch Zweifel besteht, ob die Chorda dorsalis hier auch wirklich aus dem Entoderm stamme, so glaube ich, dass bei den niedren Wirbelthieren daran wohl nicht gezweifelt werden kann.

Ich habe früher schon auf die grosse phylogenetische Bedeutung hingewiesen, dass die Chorda bei den Knorpelfischen, und wie wir jetzt gesehen haben, auch bei den Knochenfischen in ihrer Entwickelung von hinten nach vorn fortschreitet. Hier will ich nur noch in Erinnerung bringen, dass nach den schönen Untersuchungen von Kowalevsky § und Kupffer** Aehnliches auch bei den Tunicaten stattfindet.

Ueber die weiteren Leistungen der Keimblätter hoffe ich demnächst zu berichten.

---

* Die Entwickelung des Wellenpapagei's (Melopsittacus undulatus Sh.); in: *Arbeiten aus dem zool. zoot. Institut in Würzburg*. Bd. V. 1881.

† A. Kölliker, Entwickelungsgeschichte des Menschen und der höheren Thiere. 1879. p. 278.

§ Kowalevsky, Weitere Studien über die Entwickelung der einfachen Ascidien; in: *Archiv für mikrosk. Anatomie*. Bd. VII. p. 101. 1871.

** C. Kupffer, Die Stammverwandtschaft zwischen Ascidien und Wirbelthieren. *Archiv f. mikrosk. Anatomie*. Bd. VI. 1870.

ERKLÄRUNG DER ABBILDUNGEN.

TAFEL I.

Fig. 1. Querschnitt durch das Keimepithel und einen Pflüger'schen Schlauch von Perca fluviatilis. Vergr. $\frac{420}{1}$.

Fig. 2. Ein ähnlicher Schnitt (der Pflüger'sche Schlauch enthält ein grösseres Primordialei). Vergr. $\frac{420}{1}$.

Fig. 3. Ein ähnlicher Schnitt (der Pflüger'sche Schlauch enthält ein noch grösseres Primordialei). Vergr. $\frac{260}{1}$.

f. Follikel-epithel.
t f. Theca folliculi.

Fig. 4. Querschnitt durch die Zona radiata eines Heringseies. Vergr. $\frac{650}{1}$.

a. Aeussere Schicht.
b. Aeusserer Theil } der inneren Schicht.
b'. Innerer Theil } der inneren Schicht.

Fig. 5. Querschnitt durch die Zona radiata und das Follikelepithel eines Heringseies. Vergr. $\frac{575}{1}$.

a, *b*, *b*, wie in Fig. 4.
gr. Granulosa.

Fig. 6. Querschnitt durch die Zona radiata eines vollkommen reifen Heringseies, nachdem es vorher mit Seewasser in Berührung gewesen ist. Vergr. $\frac{575}{1}$.

a, *b*, *b'*, wie in Fig. 4.

Fig. 7. Querschnitt durch die Zona radiata und die Follikelwand eines Eies von Leuciscus rutilus. Vergr. $\frac{575}{1}$.

a. Theca folliculi.
b. Granulosa.
c. Zöttchenschicht.
d. Zona radiata.

Fig 8. Zona radiata mit ihren Anhängen eines Eies von Heliasis chromis. Vergr. $\frac{300}{1}$.

Fig. 9. Querschnitt durch die Zona radiata und die Follikelwand eines Eies von Perca fluviatilis im Monat Oktober. Vergr. $\frac{500}{1}$.

a. Theca folliculi.
b. Granulosa.
c. Anhänge der Zona.
d. Zona radiata.

Fig. 10. Querschnitt durch die Zona radiata und die Follikelwand eines Eies von Perca fluviatilis im Monat Febr. Vergr. $\frac{650}{1}$.

a, *b*, *c*, wie Fig. 9; *d*, Aeusserer; *d'*, innerer Theil der Zona radiata.

Fig. 11, 12, 13. Granulosazellen von drei Eierstock-Eiern von Tinca vulgaris in verschiedenen Entwickelungsstadien. Vergr. $\frac{225}{1}$. Siehe S. 30.

Fig. 14. Granulosa-Epithel eines fast reifen Eies von Tinca vulgaris. Vergr. $\frac{320}{1}$.

Fig. 15. Granulosa-Epithel eines jungen Heringseies. Vergr. $\frac{225}{1}$.

Fig. 16. Granulosa-Epithel eines Eies von Scorpaena porcus, (nach Versilberung). Vergr. $\frac{360}{1}$.

Fig. 17. Granulosa-Epithel (in fettiger Degeneration) eines reifen Heringseies. Vergr. $\frac{620}{1}$.

Fig. 18. Querschnitt durch die Theca folliculi und die Zona radiata von Tinca vulgaris Vergr. $\frac{575}{1}$.

a, *b*, *d*, *d'*, wie Fig. 10.

Fig. 19. Querschnitt durch den Mikropylencanal des Heringseies. Vergr. $\frac{575}{1}$.

a. Aeussere } Schicht der Zona radiata.
b. Innere

Fig. 20. Querschnitt durch den Mikropylencanal eines Eies von Leuciscus rutilus. Vergr. $\frac{360}{1}$.

a. Theca folliculi.
b. Granulosa.
c. Zöttchenschicht.
d. Zona radiata.

Fig. 21. Querschnitt durch den Mikropylencanal eines Eies von Tinca vulgaris. Vergr. $\frac{575}{1}$.

Fig. 22. Querschnitt durch die Mikropyle von Crenilabrus griseus. Vergr. $\frac{420}{1}$.

Fig. 23. Querschnitt durch die Mikropyle von Heliasis chromis. Vergr. $\frac{420}{1}$.

Fig. 24. Dotterkugeln eines nicht geschlechtsreifen Heringseies. Vergr. $\frac{575}{1}$.

Fig. 25. Querschnitt durch einen Theil eines noch nicht geschlechtsreifen Heringseies mit dem in Auflösung begriffenen Kerne (nach Osmiumsäure-Behandlung). Vergr. $\frac{180}{1}$.

gr. Granulosa.
a. Aeussere Schicht der Zona.
b. Innere Schicht der Zona.

TAFEL II.

Fig. 1. Dotterkugel eines nicht geschlechtreifen Heringseies. Vergr. $\frac{650}{1}$. Siehe S. 38.

Fig. 2. Querschnitt durch ein geschlechtsreifes Heringsei. Vergr. $\frac{65}{1}$.

Fig. 3. Theil eines Querschnittes durch ein geschlechtsreifes Heringsei. Vergr. $\frac{225}{1}$.

a. Dotterkörner.
b. Dotterkugeln.

Fig. 4. Richtungsspindel von Scorpaena porcus. Vergr. $\frac{425}{1}$.

Fig. 5. Reifes Ei von Heliasis chromis. Vergr. $\frac{100}{1}$.

Fig. 6. Dotterkugeln von Leuciscus rutilus. Vergr. $\frac{575}{1}$.

Fig. 7. Querschnitt durch die Zona radiata, die Mikropyle und den in Auflösung begriffenen Kern von Leuciscus rutilus. Vergr. $\frac{135}{1}$.

von Scorpaena porcus sehr stark vergr.

des Eies von Scorpaena porcus wenige Minuten nach der

des Eies von Scorpaena porcus 25 Minuten nach der Be-

d das durch den Mikropylencanal austretende Richtungsbläschen

s ungefähr 30 Minuten nach der Befruchtung. Vergr. $\frac{425}{1}$.

des Keimes von Scorpaena porcus ungefähr 35, 40 und 60

htung.

. $\frac{425}{1}$.

orpaena porcus ungefähr anderthalb Stunde nach der Be-

Richtungskörperchen von Scorpaena porcus. Vergr. $\frac{425}{1}$.

Fig. 19. Querschnitt durch den Mikropylencanal des Heringseies. Vergr. $\frac{575}{1}$.

a. Aeussere } Schicht der Zona radiata.
b. Innere

Fig. 20. Querschnitt durch den Mikropylencanal eines Eies von Leuciscus rutilus. Vergr. $\frac{360}{1}$.

a. Theca folliculi.
b. Granulosa.
c. Zöttchenschicht.
d. Zona radiata.

Fig. 21. Querschnitt durch den M … is. Vergr. $\frac{575}{1}$.

Fig. 22. Querschnitt durch die Mi …

Fig. 23. Querschnitt durch die Mi …

Fig. 24. Dotterkugeln eines nicht g …

Fig. 25. Querschnitt durch einen … eies mit dem in Auflösung begriffenen K …

gr. Granulosa.
a. Aeussere Schicht der Zona.
b. Innere Schicht der Zona.

Fig. 1. Dotterkugel eines nicht g … 38.

Fig. 2. Querschnitt durch ein g …

Fig. 3. Theil eines Querschnittes durch ein geschlechtsreifes Heringsei. Vergr. $\frac{225}{1}$.

a. Dotterkörner.
b. Dotterkugeln.

Fig. 4. Richtungsspindel von Scorpaena porcus. Vergr. $\frac{425}{1}$.

Fig. 5. Reifes Ei von Heliasis chromis. Vergr. $\frac{100}{1}$.

Fig. 6. Dotterkugeln von Leuciscus rutilus. Vergr. $\frac{575}{1}$.

Fig. 7. Querschnitt durch die Zona radiata, die Mikropyle und den in Auflösung begriffenen Kern von Leuciscus rutilus. Vergr. $\frac{135}{1}$.

Fig. 8. Spermatozoa von Scorpaena porcus sehr stark vergr.

Fig. 9. Kernspindel des Eies von Scorpaena porcus wenige Minuten nach der Befruchtung. Vergr. $\frac{425}{1}$.

Fig. 10. Kernspindel des Eies von Scorpaena porcus 25 Minuten nach der Befruchtung $\frac{425}{1}$.

Fig. 11. Mikropyle und das durch den Mikropylencanal austretende Richtungsbläschen von Scorpaena porcus ungefähr 30 Minuten nach der Befruchtung. Vergr. $\frac{425}{1}$.

Fig. 12, 13, 14. Theil des Keimes von Scorpaena porcus ungefähr 35, 40 und 60 Minuten nach der Befruchtung.

Fig. 12 und 13. Vergr. $\frac{425}{1}$.

Fig. 14. Vergr. $\frac{450}{1}$.

Fig. 15. Keim von Scorpaena porcus ungefähr anderthalb Stunde nach der Befruchtung. Vergr. $\frac{425}{1}$.

Fig. 16. Austretendes Richtungskörperchen von Scorpaena porcus. Vergr. $\frac{425}{1}$.

TAFEL III.

Fig. 1. Ei von Julis vulgaris ungefähr 45 Minuten nach der Befruchtung. Vergr. $\frac{100}{1}$.

Fig. 2. Keim, Mikropyle u. s. w. von Julis vulgaris 45 Minuten nach der Befruchtung. Vergr. $\frac{240}{1}$.

Fig. 3. Keim von Julis vulgaris etwa eine Stunde nach der Befruchtung. Vergr. $\frac{210}{1}$.

Fig. 4. Keim von Julis vulgaris ungefähr anderthalb Stunde nach der Befruchtung. Vergr. $\frac{210}{1}$.

Fig. 5. Keim u. s. w. von Crenilabrus pavo ungefähr 40 Minuten nach der Befruchtung. Vergr. $\frac{210}{1}$.

Fig. 6. Ein Theil des Keimes mit dem austretenden Richtungsbläschen von Heliasis chromis 25 Minuten nach der Befruchtung. Vergr. $\frac{240}{1}$.

Fig. 7. Kern eines jungen Eierstockeies von Leuciscus rutilus. Vergr. $\frac{360}{1}$.

Fig. 8. Mikropyle u. s. w. von Heliasis chromis. Vergr. $\frac{360}{1}$. Siehe S. 76.

Fig. 9 und 10. Eier von Gobius minutus. Vergr. $\frac{45}{1}$. Vergl. für die Beschreibung S. 78.

Fig. 11. Ei des Herings $2^1/_2$ Stunden nach der Befruchtung. Vergr. $\frac{65}{1}$.

Fig. 12. Keim von Scorpaena porcus, ungefähr $1^3/_4$ Stunden nach der Befruchtung. Vergr. $\frac{100}{1}$.

Fig. 13. Keim von Scorpaena porcus, etwas später nach der Befruchtung als Fig. 12. Vergr. $\frac{100}{1}$.

TAFEL IV.

Fig. 1. Keim von Scorpaena porcus, ungefähr 2 Stunden nach der Befruchtung. Vergr. $\frac{100}{1}$.

Fig. 2. Keim von Scorpaena porcus, zwei Stunden und fünf Minuten nach der Befruchtung. Vergr. $\frac{100}{1}$.

Fig. 3. Keim van Scorpaena porcus, etwa $2^1/_4$ Stunden nach der Befruchtung. Verg. $\frac{100}{1}$.

Fig. 4. Keim von Scorpaena porcus, Archiblast in 16 Furchungskugeln getheilt. Vergr. $\frac{100}{1}$.

Fig. 5. Archiblast und ein Theil des Parablast von Scorpaena porcus, $4^1/_2$ Stunden nach der Befruchtung. Vergr. $\frac{100}{1}$.

Fig. 6. Archiblast und ein Theil des Parablast van Scorpaena porcus, $6^1/_2$ Stunden nach der Befruchtung. Vergr. $\frac{100}{1}$.

Fig. 7. Keim von Julis vulgaris, etwa anderthalb Stunde nach der Befruchtung. Vergr. $\frac{100}{1}$.

Fig. 8. Das ganze Ei von Julis aus demselben Stadium. Verg. $\frac{100}{1}$.

Fig. 9. Ei von Julis aus einem späteren Stadium. Verg. $\frac{100}{1}$.

Fig. 10. Ei von Julis, ungefähr 3 Stunden nach der Befruchting. Vergr. $\frac{100}{1}$.

TAFEL V.

Fig. 1. Ei von Julis aus demselben Stadium aber in einer anderen Lage als Taf. IV Fig. 9. Vergr. $\frac{100}{1}$.

Fig. 2. Ei von Julis ungefähr 2 Stunden nach der Befruchting. Verg. $\frac{100}{1}$.

Fig. 3. Ei von Julis ungefähr $2^1/_2$ Stunden nach der Befruchtung Vergr. $\frac{100}{1}$.

Fig. 4. Ei von Julis etwas später als das vorhergehende Stadium. Verg. $\frac{100}{1}$.

Fig. 5. Ei von Julis etwas später als das Stadium von Taf. IV Fig. 10. Vergr. $\frac{100}{1}$.

Fig. 6. Ei von Julis etwa $3^1/_4$ Stunden nach der Befruchtung. Vergr. $\frac{100}{1}$.

Fig. 7. Ei von Julis $5-5^1/_2$ Stunden nach den Befruchtung. Vergr. $\frac{100}{1}$,

---

TAFEL VI.

Fig. 1. Ei von Julis aus einem etwas spätern Stadium als Taf. V Fig. 6. Vergr. $\frac{100}{1}$.

Fig. 2. Querschnitt durch ein noch nicht geschlechtsreifes Heringsei. Vergr. $\frac{65}{1}$.

Fig. 3. Ei von Heliasis chromis ungefähr 5 Stunden nach der Befruchtung. Vergr. $\frac{110}{1}$.

Fig. 4. Querschitt durch ein Theil eines Heringseies 18 Stunden nach der Befruchtung. Vergr. $\frac{225}{1}$.

Fig. 5. Querschnitt durch ein abgefurchtes Heringsei (ungefähr 28 Stunden nach der Befruchtung). Vergt. $\frac{65}{1}$.

Fig. 6. Ei von Helias chromis ein und ein Viertel Stunde nach der Befruchtung. Vergr. $\frac{100}{1}$.

Fig. 7. Ein Theil eines Querschnittes des Heringseies abgebildet auf Taf. VI, Fig. 4. stärker vergrössert.

Fig. 8. Querschnitt durch den Randwulst eines Forellenembryo. Verg. $\frac{65}{1}$.

Fig. 9. Ein ähnlicher Schnitt, aus einem spätern Entwickelungsstadium. Verg. $\frac{90}{1}$.

Fig. 10. Ein ähnlicher Schnitt stärker vergrössert. $\frac{(160)}{1}$.

ekt. Ektoderm. *mes.* Mesoderm. *ent.* Entoderm.
fr. Freie Kerne des Parablast.

TAFEL VII.

Fig. 1. Querschnitt durch das Heringsei 38 Stunden nach der Befruchting $\frac{135}{1}$.

A. Archibald. *d.* Deckschicht.
P. Parablast.

Fig. 2. Querschnitt durch den Dottersackhaut des Heringseies $\frac{500}{1}$.

d. Deckschicht.
g. Grundschicht.
p. Freie Kerne des Parablast.

Fig. 3. Querschnitt durch die Embryonalanlage der Forelle. Verg. $\frac{160}{1}$.

ekt. Ektoderm. *d.* Deckschicht. *g.* Grundschicht.
mes. Mesoderm.
ent. Entoderm.

Fig. 4—8. Vier Querschnitte durch einen sehr jungen Embryo der Forelle. Verg. $\frac{280}{1}$.

Fig. 4. Schnitt am meisten nach hinten genomen.

Fig. 5. Schnitt etwas mehr nach vorn genommen.

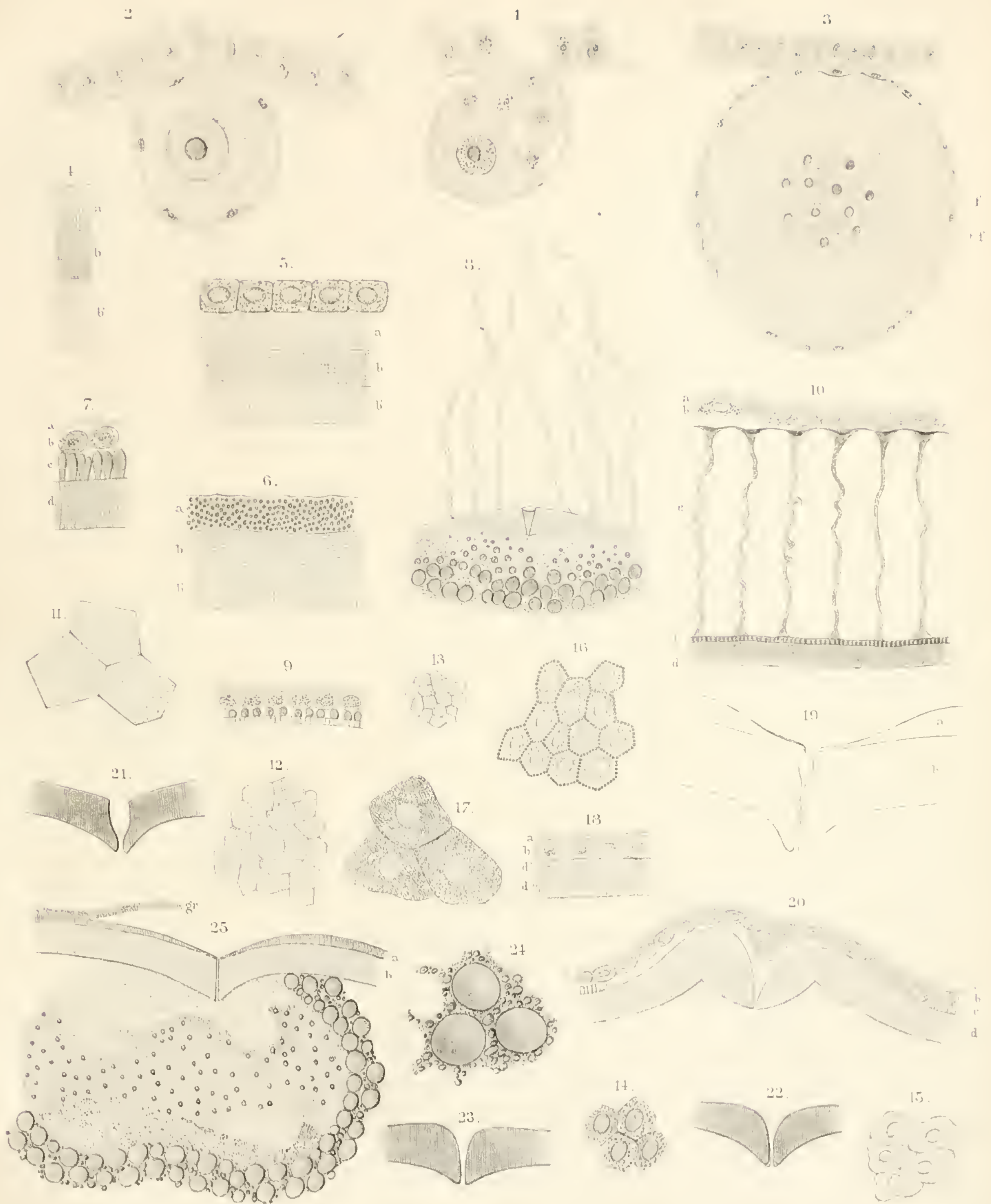
Fig. 6. Schnitt noch etwas mehr nach vorn genommen.

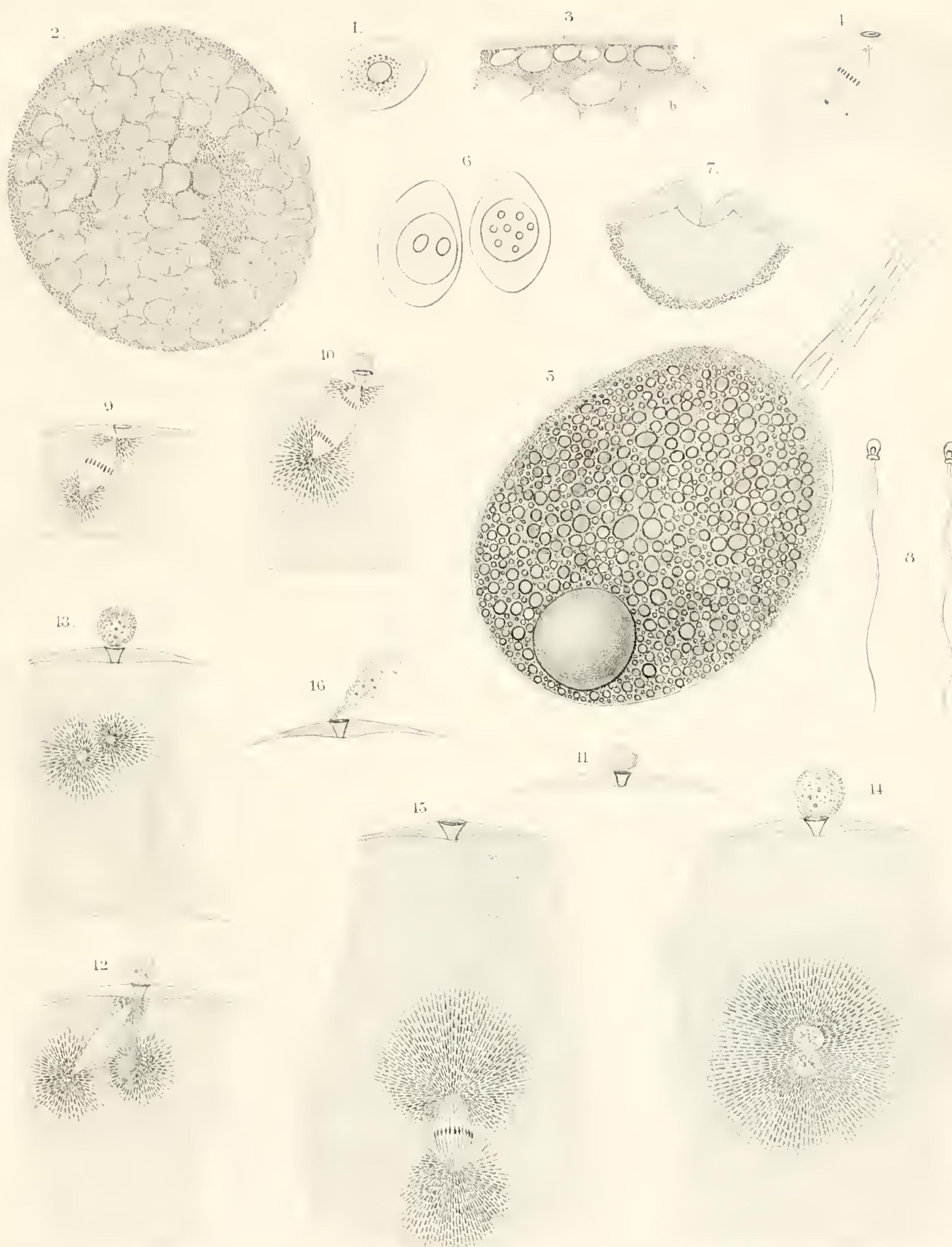
Fig. 7. Schnitt am meisten nach vorn genommen.

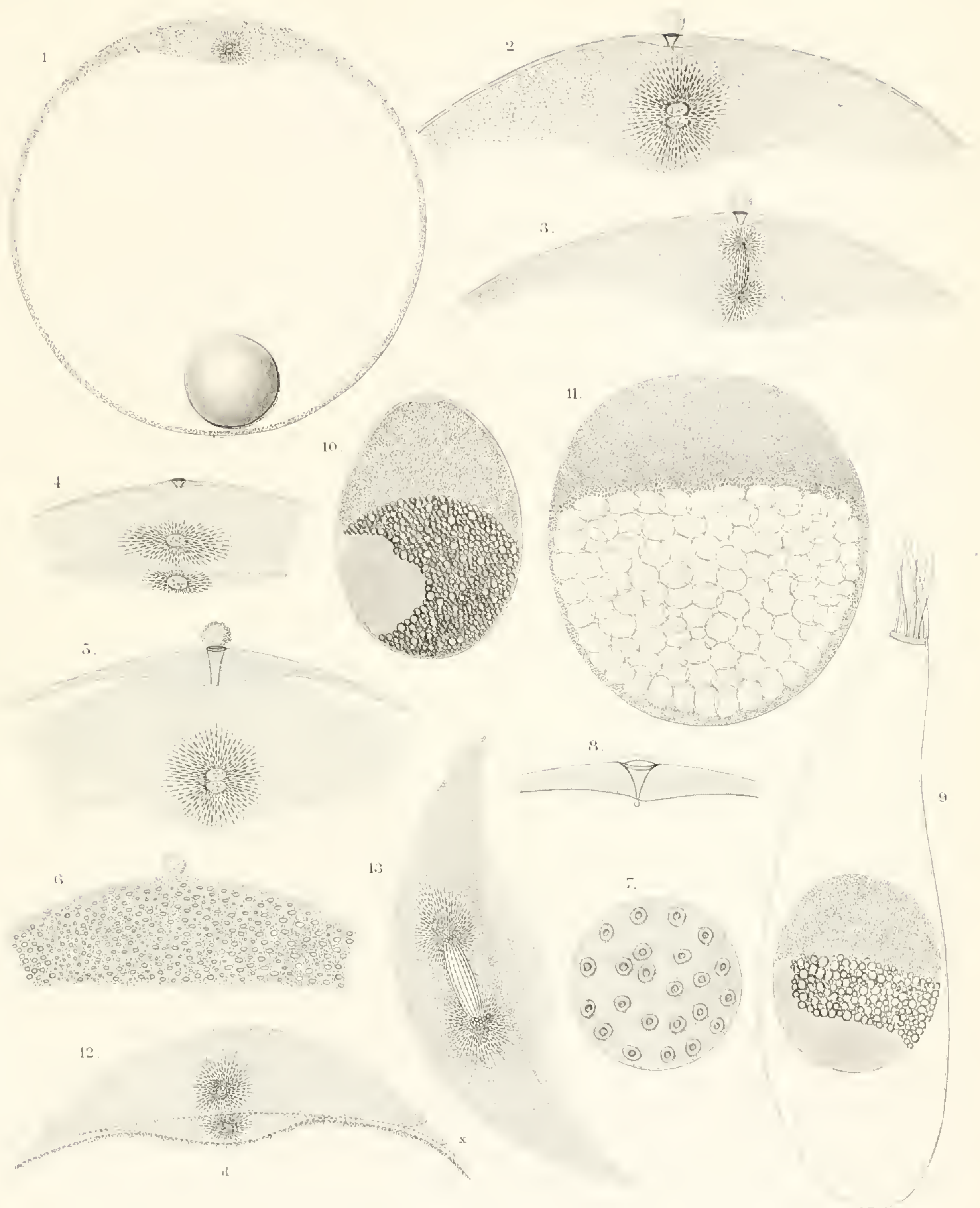
ekt. Ektoderm. *d.* Deckschicht. *g.* Grundschicht.
mes. Mesoderm. *me'* Hautfaserplatte } des Mesoderms.
ent. Entoderm. *me²* Darmfaserplatte } des Mesoderms.
ch. Chorda.

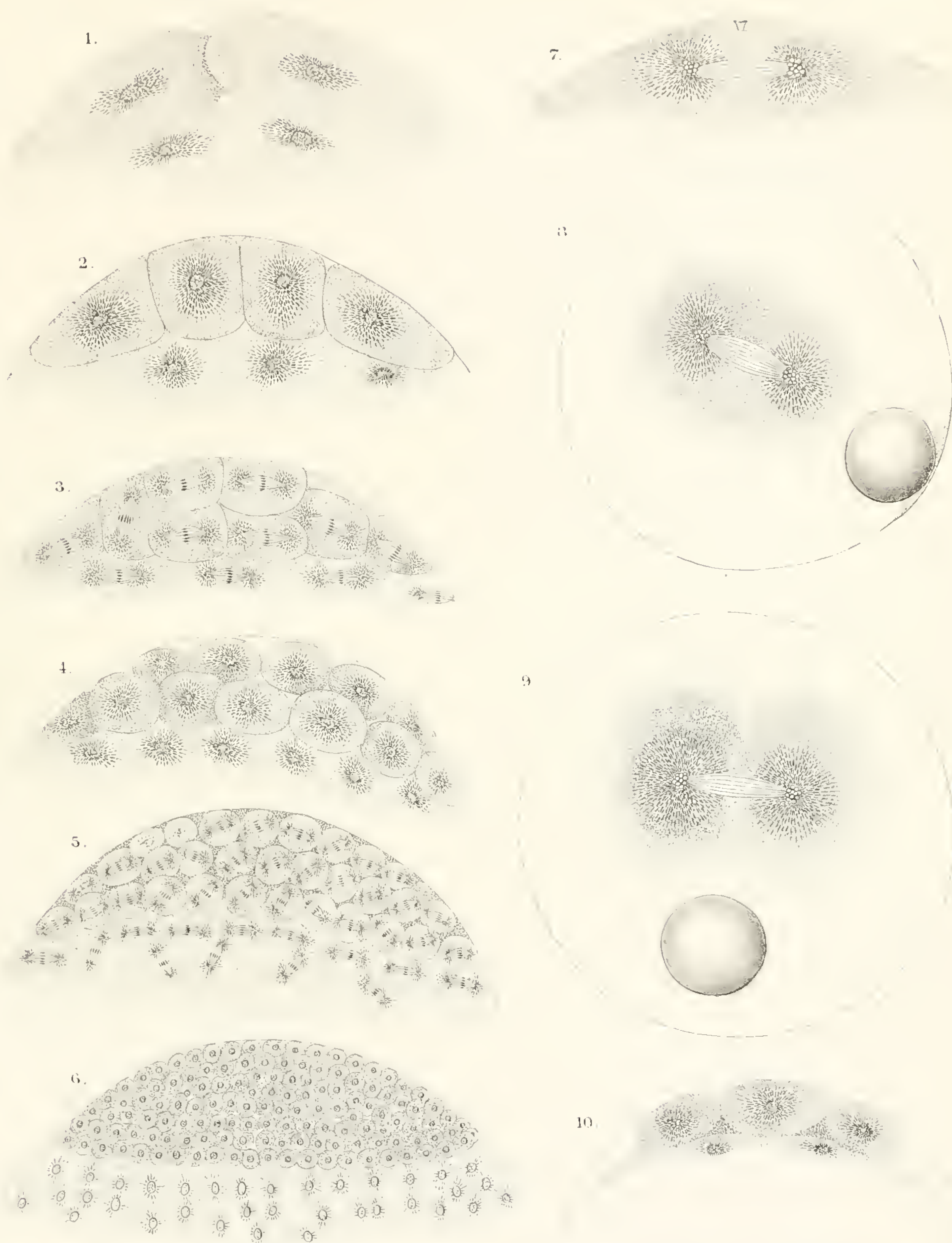
Fig. 8. Längsschnitt durch die Axe eines Forellenembryo etwas älter als die Schnitte von Fig. 4—8. Verg. $\frac{280}{1}$.

ekt. Ektoderm. *ch.* Chorda. *ent.* Entoderm.

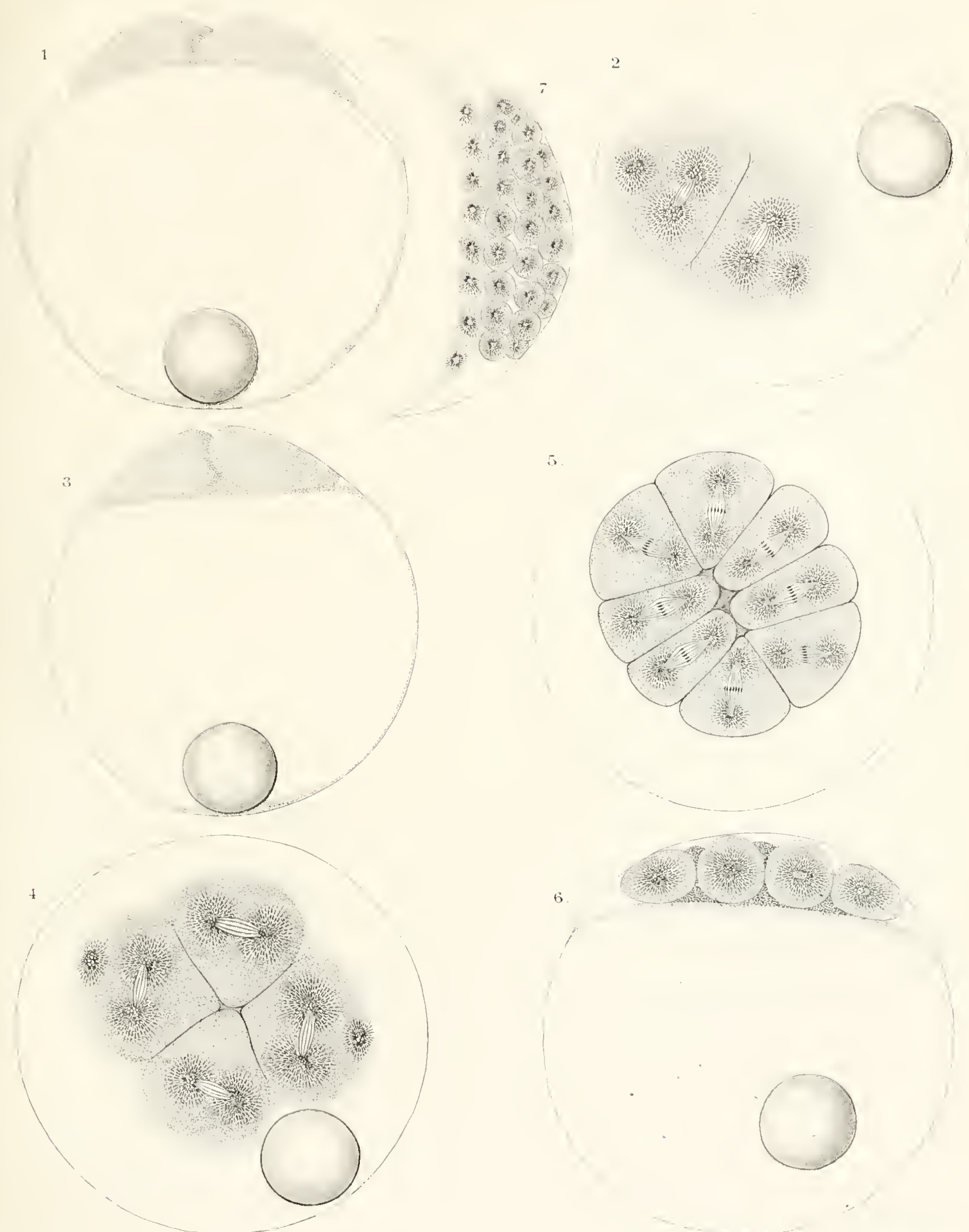



1.
2.
3
b
4
5
6
7.
8
9
10
11
12
13.
14
15
16

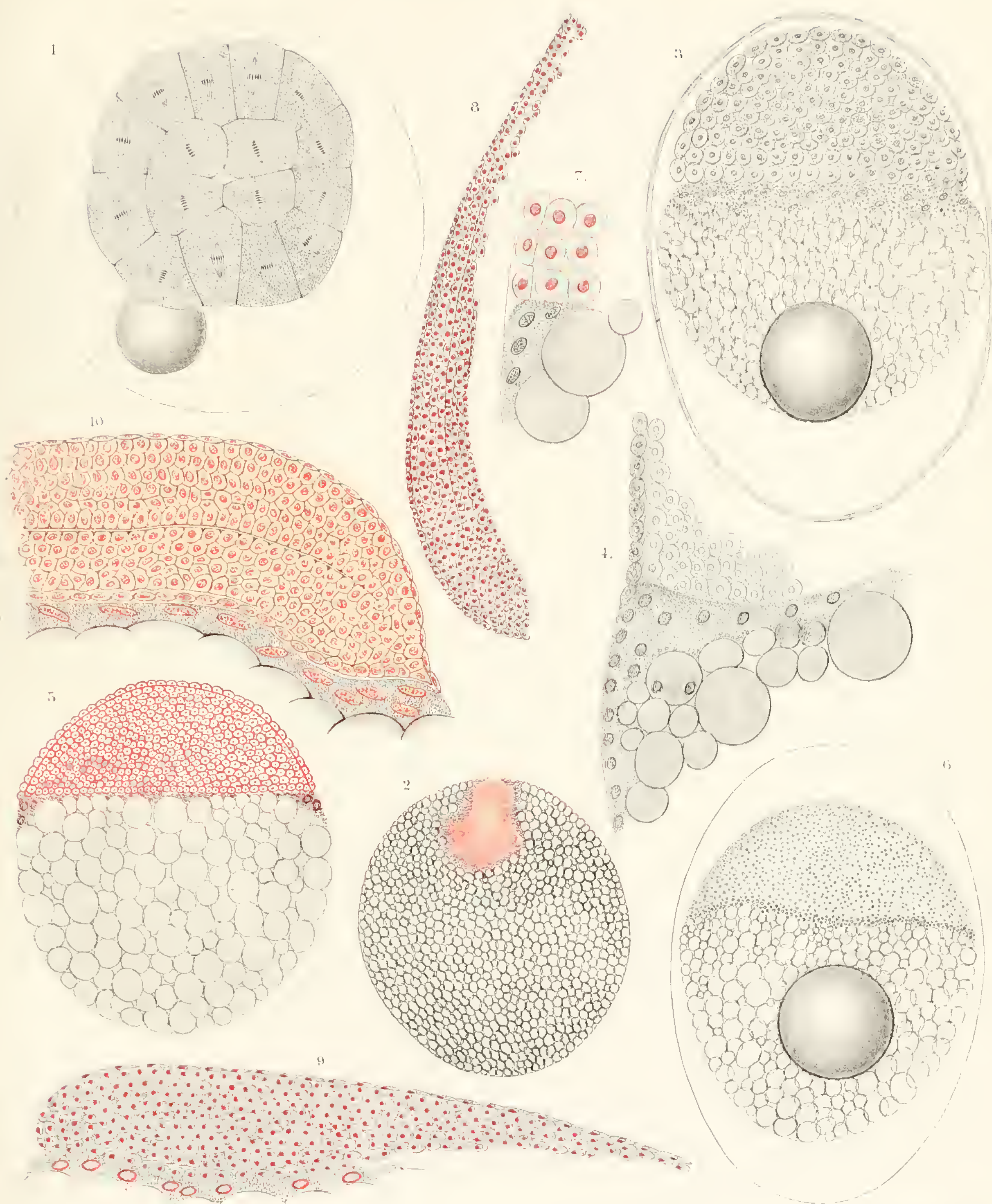

1
2
3.
11.
10.
4
5.
8.
9
13
7.
6
12.
x
d



K. Hoffmann del.



K. Hoffmann del.


1
8
3
7.
10
4.
5
2
6
9

1.
A
d
P
f

2.
d g p
a

3.
ekt {d. g.
mes.
ent.

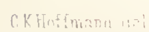
4.
d } ect
g
mes
ent
ch

5.
d } ekt
g
mes
ent
ch

6.
d } ekt
g
mes
ent

7.
ekt {d. g.
mes {me¹ me²
ent

8.
ekt
ch
ent


C.K.Hoffmann del.

A.J.Wendel sculps.

msterdam

4)


AMNH LIBRARY
100127161